W. DONLE

LEHRBUCH DER EXPERIMENTALPHYSIK

FÜR HÖHERE LEHRANSTALTEN

ZWÖLFTE AUFLAGE

VERLAG VON B. G. TEUBNER · LEIPZIG · BERLIN

8001

LEHRBUCH
DER
EXPERIMENTALPHYSIK
FÜR HÖHERE LEHRANSTALTEN

VON

DR. WILHELM DONLE
O. PROFESSOR DER PHYSIK, Z. ZT. AN DER PIONIERSCHULE
UND PRIVATDOZENT AN DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN

ZWÖLFTE, VERBESSERTE AUFLAGE

MIT 500 IN DEN TEXT GEDRUCKTEN ABBILDUNGEN,
620 AUFGABEN UND ZAHLREICHEN ÜBUNGEN FÜR
DAS SCHÜLERPRAKTIKUM

VERLAG UND DRUCK VON B. G. TEUBNER · LEIPZIG · BERLIN 1926

Vorwort.

Für die vorliegende 12. Auflage des Lehrbuches sind mit Rücksicht auf die Fortschritte in der physikalischen Erkenntnis und deren Anwendungen eine Reihe von Ergänzungen notwendig geworden. So sind u. a. kurze Abschnitte über die jetzt üblichen Wassermotoren, über die neuen Arten von Luftpumpen, über isothermische und adiabatische Zustandsänderungen, über die Messung der Wellenlänge der Röntgenstrahlen und über Röntgenspektra neu aufgenommen. Ein Schlußabschnitt behandelt die neuen Anschauungen bezüglich des einheitlichen Aufbaus der Grundstoffe, des Atombaus im Zusammenhang mit den Röntgenspektren, die Erfolge der Quantentheorie und trotz starker Bedenken auch einige wichtige Ergebnisse der Relativitätstheorie. Eine besondere Umgestaltung hat die Elektrizitätslehre dadurch erfahren, daß überall zur Erklärung der Erscheinungen die Elektronentheorie benutzt wurde, die ja in den Lehrbüchern der Chemie schon seit längerer Zeit zur Erläuterung der einschlägigen Vorgänge zugrunde gelegt wird. Es schien mir dabei für das Verständnis der neuen Anschauungen durchaus erforderlich, eine größere Anzahl von einfach ausführbaren Versuchen zur Stütze dieser Theorie aufzunehmen. Damit ist wohl allen für den Physikunterricht an höheren Lehranstalten bestehenden Wünschen Rechnung getragen. Die Reihenfolge der Hauptgebiete ist beibehalten worden, weil sie im Unterricht nach den derzeit maßgebenden Lehrplänen für die einzelnen Länder und für die verschiedenen Arten der höheren Lehranstalten Preußens, für die das Buch in Betracht kommt, ohnehin in verschiedener Folge behandelt werden. Die Beibehaltung des bisherigen Aufbaues, der an keinen bestimmten Unterrichtsgang bindet, ermöglicht es auch, daß die alte Auflage noch neben der neuen benutzt wird. Die Art der Darstellung, welche dem Schüler in möglichst präziser und knapper Form alles das bieten soll, was er sich aus dem Unterricht zu merken hat, ist belassen worden. Die wichtigsten Gesetze und Erfahrungstatsachen sind in Kursivdruck mit Randlinien hervorgehoben, um dem Schüler bei der Wiederholung des Lehrstoffes eine Erleichterung zu gewähren. Im Texte wurden ferner wichtige Definitionen durch Anführungszeichen kenntlich gemacht.

Die schon in den letzten Doppelauflagen aufgenommenen Aufgaben für Schülerübungen sind durch den Vordruck „Übungen“ gekennzeichnet. Diese Aufgaben sind zum Teil so gewählt, daß sie auch als Ergänzung des sonstigen Aufgabenmaterials dienen können, falls zur Lösung durch den Schülerversuch die Zeit mangeln sollte. Überdies ist darauf Bedacht genommen, daß sich die diesbezüglichen Versuche mit ganz einfachen Hilfsmitteln durchführen lassen.

Durch die oben erwähnten Ergänzungen glaube ich die von den verehrten Herren Kollegen geäußerten Ratschläge und Wünsche, für welche ich auch an dieser Stelle den besten Dank zum Ausdruck bringen möchte, tunlichst berücksichtigt zu haben. Möge das Buch, für dessen Ausstattung die Verlagshandlung wie seither bestens Sorge getragen hat, auch in der gegenwärtigen Form den Beifall der Herren Fachgenossen finden und sich neue Freunde erwerben insbesondere an den in Betracht kommenden preußischen Anstalten, für die ja nun auch die neuen „Richtlinien“ Schülerübungen sowie die Berücksichtigung der wichtigsten praktischen Anwendungen physikalischer Erkenntnis fordern.

München, März 1926. **Dr. Wilhelm Donle.**

Inhaltsübersicht.

Seite

I. Einleitung 1
Naturkörper, Aufgabe, Einteilung und Endziel der Physik.

II. Allgemeine Eigenschaften der Naturkörper 3
Undurchdringlichkeit, Raumerfüllung, Stofflichkeit, Teilbarkeit, Molekularhypothese, Aggregatzustand, Schwere, spezifisches Gewicht.

III. Molekulareigenschaften fester Körper 14
Härte, Weichheit, Geschmeidigkeit, Sprödigkeit, Elastizität, Biegung, Torsion.

IV. Die Adhäsion und ihre Wirkungen 18
Adhäsion, Kapillarerscheinungen, Diffusion, Osmose.

V. Die Reibung 22

VI. Mechanik 24

A. Gleichgewicht fester Körper.

a) Zusammensetzung von Kräften 24
Darstellung der Kräfte, Parallelogramm der Kräfte, Zusammensetzung paralleler Kräfte, Schwerpunkt, Gleichgewicht gegenüber der Schwerkraft.

b) Einfache Maschinen 40
Arbeit, Energie, schiefe Ebene (Schraube), Keil, Hebel, Rolle, Rollenzug, Flaschenzug (Differentialflaschenzug), Wellrad (Räderwerke), Wage (Brückenwage).

B. Lehre von der Bewegung 58

a) Geradlinige Bewegungen 58
Gleichförmige Bewegung, Trägheitsgesetz, ungleichförmige Bewegung, gleichförmig beschleunigte und verzögerte Bewegung, freier Fall, Wurf nach ab- und aufwärts, Kraft, Fallmaschine.

b) Krummlinige Bewegungen 70
Parallelogramm der Geschwindigkeiten und der Wege, schiefer Wurf, Zentralbewegung, Planetenbewegung, Gravitationsgesetz, kreisförmige Zentralbewegung, freie Achse, Kreisel, Pendelbewegung, Reversionspendel, Pendeluhr.

c) Maß der Kräfte, Energie 84
Maß einer Stoßkraft, Arbeit und Energie der Bewegung, Arten der Energie, Energieumwandlung in der Natur.

C. Mechanik der flüssigen Körper 90
Kohäsion der Flüssigkeiten, freie Oberfläche, hydrostatisches Grundgesetz, hydraulische Presse, hydrostatischer Druck, Seitendruck, kommunizierende Gefäße, Archimedisches Prinzip, Bestimmung des spezifischen Gewichtes fester und flüssiger Körper, Reaktion einer ausfließenden Flüssigkeit, Turbinen, Ausströmungsgeschwindigkeit einer Flüssigkeit, Saugwirkung ausfließender Flüssigkeiten.

D. Mechanik der gasförmigen Körper 106
Druckfortpflanzung, kinetische Gastheorie, Schwere der Gase, Versuch von Torricelli, Barometer, Mariottesches Gesetz, Manometer, Anwendungen des Luftdruckes, Luftpumpen, Archimedisches Prinzip für Gase, Hauptarten des Luftballons, Ausströmungsgeschwindigkeit der Gase, Luftwiderstand, Flugzeuge.

Seite

VII. Die Lehre von der Wärme 129

A. Volumenänderung der Körper durch die Wärme und Temperaturmessung 129
Temperatur, Volumenänderung, Thermometer, Längenausdehnung fester Körper, Ausdehnung der Flüssigkeiten und Gase, Gay Lussacsches Gesetz, Gay Lussac-Mariottesches Gesetz, Lufthermometer, absoluter Nullpunkt der Temperatur.

B. Messung von Wärmemengen und Erzeugung der Wärme 142
Kalorie, spezifische Wärme, Kalorimeter. Wärmequellen, Wärme und Arbeit, isothermische und adiabatische Zustandsänderung, Wesen der Wärme.

C. Änderung des Aggregatzustandes 149
Schmelz- und Siedetemperatur, Änderung des Schmelzpunktes, Kältemischungen, Verdunsten, gesättigter und ungesättigter Dampf, Sieden, Verdunstungskälte, Verflüssigung der Gase.

D. Verwendung der Wärme zur Arbeitsleistung 159
Dampfmaschine, Dampfturbine, Gas- und Dieselmotor.

E. Ausbreitung der Wärme 164
Wärmeleitung, Wärmestrahlung, Absorption und Reflexion der Wärmestrahlen.

F. Wärmeerscheinungen in der Atmosphäre 166
Luftfeuchtigkeit, Hygrometer, Psychrometer, Ursache der Luftfeuchtigkeit, Ursachen und Wirkungen der Winde, Isobaren, Wetterkarten, Zugstraßen.

VIII. Magnetismus und Elektrizität 172

A. Magnetismus 172
Natürlicher und künstlicher Magnet, Wechselwirkung magnetischer Pole, Theorie der Molekularmagnete, magnetische Influenz, Deklination, Inklination, magnetisches Feld, Magnetkraftlinien.

B. Reibungselektrizität 186
Erzeugung der Reibungselektrizität, Elektroskope, Leiter und Nichtleiter, Elektrizitätsarten, unitarische und dualistische Hypothese, elektrische Influenz, Elektrophor, Sitz der elektrischen Ladung, Wirkung der Spitzen, Kondensatoren, atmosphärische Elektrizität, Elektrisiermaschinen, Wirkungen des elektrischen Funkens, Potential, Kapazität, Elektrizitätsmenge, Dielektrikum.

C. Galvanische Elektrizität 217

a) Erzeugung des galvanischen Stromes 217
Kontaktelektrizität, Elektrizitätserregung zwischen Flüssigkeiten und Metallen, galvanisches Element, Kontakt- und chemische Theorie, chemische Zersetzung der Flüssigkeiten, Polarisation, inkonstante und konstante galvanische Elemente, galvanische Batterien.

b) Chemische Wirkungen des galvanischen Stromes. 226
Elektrolyse, Stromstärke, Voltameter, Akkumulatoren.

c) Magnetische Wirkungen des Stromes 233
Ablenkung der Magnetnadel, Magnetfeld eines Stromes, elektrodynamische Wirkungen, Galvanoskop, Amperemeter, Tangentenbussole, Elektromagnet und Anwendungen (Neefscher Hammer, Läutewerk, Bogenlampe, Schreibtelegraph, Relais).

d) Beziehungen zwischen elektromotorischer Kraft, Stromstärke und Leitungswiderstand in einem Stromkreise 246
Leitungswiderstand, Rheostat, Gesetze von Ohm und Kirchhoff, Voltmeter, Wheatstonesche Brücke.

e) Wärmeerzeugung durch den elektrischen Strom 256
Elektrischer Effekt, Gesetz von Joule, Glühlampe, Bogenlicht, Minenzündung.

f) Erzeugung elektrischer Ströme durch Wärme (Thermoelektrizität) 262

Seite

D. Erzeugung von elektrischen Strömen durch Induktion 263
Elektro- und Magnetoinduktion, Gesetz von Lenz, Anschauungen von Faraday und Maxwell, Selbstinduktion, Induktionsapparat und Anwendungen, Entladungserscheinungen in Gasen, Röntgenstrahlen, Radioaktivität, Ionen in Gasen, elektrische Schwingungen und Wellen, drahtlose Telegraphie, magnetelektrische Maschine, dynamoelektrische Maschine, Trommel- und Ringanker, Wechselstrommaschine, Kraftübertragung mit Gleich- und Drehstrom, Telephon, Mikrophon.

IX. Die Lehre vom Schall 293

A. Wellenlehre 293
Transversale und longitudinale Wellenbewegung, Huyghenssches Prinzip, Interferenz, stehende Schwingungen.

B. Erscheinungen des Schalles 303
Ursache der Schallerscheinungen, Knall, Geräusch, Ton, Tonhöhe, Tonstärke, Klangfarbe, Resonanz, Schwingungen von Stäben, Saiten, Platten, Pfeifen, Tonintervalle, Konsonanz und Dissonanz, Schwebungen, menschliche Stimme, Gehörorgan.

X. Die Lehre vom Licht 313

A. Ausbreitung des Lichtes 313
Lichtquellen, dunkle Körper, Fluoreszenz und Phosphoreszenz, geradlinige Ausbreitung des Lichtes, Lichtgeschwindigkeit, Wesen des Lichtes, Photometrie.

B. Reflexion des Lichtes 322
Diffuse und regelmäßige Reflexion, ebene Spiegel, sphärische Spiegel.

C. Brechung des Lichtes 331
Brechungsgesetze, totale Reflexion, atmosphärische Strahlenbrechung, Luftspiegelung, Planparallelglas, Prisma.

D. Sphärische Linsen und optische Instrumente 340
Linse, Linsenformel, Bildkonstruktion, Auge, Stereoskop, Projektionsapparat, Lupe, Mikroskop, Fernrohre.

E. Dispersion des Lichtes 357
Spektrum, ultrarote und ultraviolette Strahlen, Übersicht über die elektromagnetischen Strahlen, Quantentheorie, Einteilung der Spektra, Absorption des Lichtes, Sonnenspektrum, Spektralapparat.

F. Chemische Wirkungen des Lichtes 366
Photographie.

G. Interferenz und Beugung des Lichtes 367
Farben dünner Blättchen, Beugung durch Spalt und Gitter, Wellenlänge der Röntgenstrahlen.

H. Polarisation und Doppelbrechung des Lichtes 372
Natürliches und polarisiertes Licht, Polarisation durch Reflexion, Doppelbrechung des Lichtes, optisch einachsige und zweiachsige Kristalle, Polarisation und Doppelbrechung, Polarisationsapparate, chromatische Polarisation, Drehung der Polarisationsebene.

XI. Die wichtigsten neueren Forschungsergebnisse 379
Elektromagnetische und Korpuskularstrahlen. Einheitlicher Aufbau der Grundstoffe. Atombau und Röntgenspektra. Quantentheorie. Versuch von Michelson. Relativitätstheorie.

XII. Alphabetisches Inhaltsverzeichnis 388

Zur Beachtung:

Wichtige **Definitionen** sind in „Anführungszeichen“ gesetzt.

Wissenswerte **Erfahrungstatsachen** und **Gesetze** sind durch **Kursivdruck** und durch **Randlinien** || hervorgehoben.

In der **Aufgabensammlung** sind Aufgaben, welche in den Absolutorialprüfungen am Realgymnasium und an den Realschulen gestellt wurden, durch R.G. bzw. R. unter Beifügung der Jahrzahl gekennzeichnet.

Die **Übungen für das Schülerpraktikum** sind mit dem Vordruck: Übungen versehen.

I. Einleitung.

§ 1. **Naturkörper, Einteilung derselben.** Die Sinnesorgane befähigen den Menschen, Kenntnis von den ihn umgebenden Dingen, deren Gesamtheit man Körperwelt oder Natur nennt, zu erhalten und darüber Erfahrungen zu sammeln. „Alle sinnlich wahrnehmbaren, räumlich begrenzten Dinge der uns umgebenden Natur bezeichnet man als **Naturkörper** (oder kurz: Körper)." Unter diesen unterscheidet man belebte oder organische Naturkörper (Tiere und Pflanzen) und leblose oder anorganische Naturkörper. — „Jede Veränderung an einem Naturkörper bildet eine **Naturerscheinung**."

§ 2. **Stofflichkeit der Naturkörper. Jeder Naturkörper besteht aus Stoff oder Materie**; der geometrische Körper ist dagegen stofflos, er bildet nur einen durch Flächen und Linien begrenzten Teil des Raumes. **Der Stoff tritt in drei verschiedenen Zuständen auf** (§ 17), und zwar entweder als **fest** (z. B. Eis, Holz, Stein, Metall), oder als **flüssig** (Wasser, Öl), oder als **luft- oder gasförmig** (Luft, Wasserdampf, Sauerstoff, Stickstoff). Die durch den Gesichtssinn, das Gefühl, den Geruch und Geschmack erkannte Verschiedenheit der Stoffe bringt man durch die unterschiedlichen Stoffnamen zum Ausdruck, z. B. Glas, Kork, Messing, Salz, Zucker, Alkohol, Petroleum, Ammoniak usw. Vom **chemischen Standpunkt aus** unterscheidet man **einfache Stoffe, Grundstoffe** oder **Elemente**, welche keine weitere Zerlegung in noch einfachere Stoffe zulassen, und **zusammengesetzte Stoffe**, welche sich in zwei oder mehrere Grundstoffe zerlegen lassen (z. B. alle vorgenannten Stoffe).

Die Elemente teilt man wieder ein in **Nichtmetalle (Metalloide)** und in **Metalle**. Die hauptsächlichsten Metalloide sind: Wasserstoff, Sauerstoff, Chlor, Stickstoff (sämtlich gasförmig); Brom (flüssig); Jod, Schwefel, Phosphor, Arsen, Kohlenstoff, Silicium (sämtlich fest). Die wichtigsten metallischen Grundstoffe sind: Kalium, Natrium, Lithium, Baryum, Calcium, Magnesium, Zink, Cadmium, Aluminium, Eisen, Nickel, Cobalt, Chrom, Zinn, Blei, Wismut, Antimon, Kupfer, Quecksilber (das einzige, im gewöhnlichen Zustand flüssige Metall), Silber, Gold, Platin.

§ 3. **Aufgabe und Einteilung der Physik.** „Die **Physik** (griech. physis = Natur) ist die Lehre von allen denjenigen Erscheinungen und Zuständen an leblosen Naturkörpern, bei welchen eine Änderung in der stofflichen Zusammensetzung nicht eintritt."

Solche Erscheinungen sind:

a) **Mechanische Erscheinungen** (griech. mechané = Werkzeug), bei welchen es sich um Ruhe (Gleichgewicht) oder Bewegung der Körper handelt.

Ein Stück Kreide z. B., das auf dem Tisch oder der flachen Hand ruht, übt einen Druck nach unten aus und wird durch einen gleichen Gegendruck im Gleichgewicht gehalten. Entzieht man dem Körper die Unterlage, so bewegt er sich und fällt zu Boden; auch wenn er beim Auftreffen auf den Boden zerbricht, tritt keine Veränderung in der stofflichen Zusammensetzung ein;

b) **kalorische** (lat. calor = Wärme) oder **Wärmeerscheinungen**.

Man erwärme z. B. einen mit Luft erfüllten Glasballon G mit engem Ansatzrohr durch die Hand oder eine Flamme F (Abb. 1). Die Luft erfährt eine Zustands-

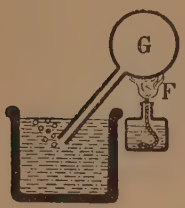


Abb. 1.

Abb. 2.

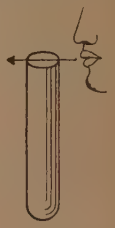


Abb. 3.

änderung, infolge deren sie im Ballon nicht mehr Platz hat, denn die durch die Wärme sich ausdehnende Luft entweicht aus dem unter Wasser befindlichen Rohrende in Form von Blasen;

c) **elektrische und magnetische Erscheinungen**.

Ein mit Pelz oder Wolle geriebener und dadurch elektrisch gemachter Hartkautschukstab zieht Papierschnitzel an (Abb. 2) und hält sie einige Zeit fest, in ungeriebenem Zustand aber nicht;

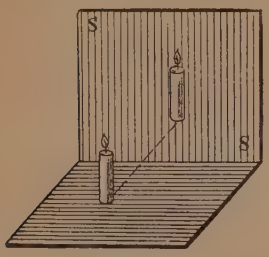


Abb 4.

d) **akustische** (griech. akúō = höre) oder **Schallerscheinungen.**

Man blase z. B. über die Öffnung eines unten zugeschmolzenen Glasröhrchens (Reagenzglas, Probierröhrchen) hin (Abb. 3). Man hört einen Ton infolge des veränderten Zustandes der in dem Röhrchen befindlichen Luft;

e) **optische** (griech. ópsis = Sehen, Gesicht) oder **Lichterscheinungen.**

Eine vor einen Spiegel SS (Abb. 4) gestellte Kerze liefert ein Spiegelbild. Im verdunkelten Zimmer ist das Bild jedoch nur dann sichtbar, wenn die Kerze brennt und Licht auf den Spiegel sendet.

In allen vorgenannten Fällen hat man es mit einem besonderen Zustand des Stoffes, aber **nicht** mit einer Veränderung der stofflichen Zusammensetzung des Körpers zu tun.

§ 4. **Aufgabe der Chemie.** „Die Untersuchung der stofflichen Zusammensetzung der Naturkörper, sowie der Wiederaufbau bekannter Stoffe aus den Grundstoffen und die Erzeugung neuer Stoffe durch gegenseitige Einwirkung zweier oder mehrerer Elemente ist Aufgabe der **Chemie**."

Man blase z. B. mit einem Glasröhrchen Atemluft, welche Kohlensäure enthält, in eine klare Lösung von gelöschtem Kalk (Kalkwasser). Die Lösung trübt sich infolge Entstehens von unlöslichem kohlensaurem Kalk. — Oder man löse kleine Mengen von Jodkalium und Quecksilberchlorid (Ätzsublimat) in je einem Probierröhrchen in Wasser auf und gieße dann die klaren Lösungen zusammen. Es entsteht ein orangegelber Niederschlag von Jodquecksilber. — Ein Draht oder Band aus Magnesiummetall verbrennt, in eine Flamme gehalten, mit greller weißblauer Flamme zu weißem pulverförmigem Magnesiumoxyd.

Bei allen chemischen Vorgängen findet eine Änderung der stofflichen Zusammensetzung der beteiligten Körper statt.

§ 5. **Experiment.** Das wichtigste Hilfsmittel zur Erforschung physikalischer und chemischer Erscheinungen ist der **Versuch** oder das **Experiment**. „Das Experiment ist eine **künstliche Nachahmung einer Erscheinung**“ (vgl. die Beispiele in §§ 3 und 4). Experimente sind deshalb von hohem Wert und unentbehrlich, weil man dadurch Erscheinungen, welche in der Natur für die genaue Beobachtung oft viel zu rasch verlaufen und zu selten auftreten, zum Zweck eingehenden Studiums und zur Erforschung der Gesetze und Bedingungen beliebig oft wiederholen kann.

§ 6. **Endziel und Bedeutung der Physik.** Die sorgfältige Beobachtung und messende Verfolgung der Naturerscheinungen mit Hilfe des Experiments führt dann zur Erkenntnis der Naturgesetze und schließlich zur Erklärung und vollständigen Beschreibung der Naturerscheinungen als dem Endziel physikalischer Forschung. Um eine Erklärung, d. h. ein Bild von einem Naturvorgang zu erhalten, ist es zuweilen erforderlich, einfache wissenschaftliche Annahmen (Hypothesen) zu machen. Eine brauchbare Hypothese muß mit allen Tatsachen im Einklange stehen.

Die Bedeutung der Physik läßt sich ohne weiteres aus den zahlreichen Anwendungen physikalischer Erscheinungen und Gesetze im täglichen Leben und in der Technik entnehmen.

II. Allgemeine Eigenschaften der Naturkörper.

§ 7. **Allgemeine Eigenschaften der Körper.** Sämtlichen Naturkörpern kommen gewisse Eigenschaften zu, welche man daher **allgemeine Eigenschaften der Naturkörper** nennt. Diese sind: Undurchdringlichkeit, Raumerfüllung, Stofflichkeit, Teilbarkeit, Veränderlichkeit des Volumens, Aggregatzustand, Schwere und spezifisches Gewicht.

§ 8. **Undurchdringlichkeit.** „Als **Undurchdringlichkeit** bezeichnet man die Eigenschaft, daß ein Körper aus seinem Raum erst verdrängt werden muß, wenn ein anderer Körper in denselben Raum gebracht werden soll.“ Taucht man z. B., wie bei einer Taucher-

glocke, eine unten offene Glasglocke in ein Gefäß mit Wasser (Abb. 5a), so kann die Flüssigkeit erst eindringen, wenn man die eingeschlossene Luft durch Neigen der Glocke zum Teil entfernt hat (Abb. 5b). — Ebenso wird beim Einschlagen eines Nagels das Holz verdrängt, beim Bohren und Sägen in Form von Spänen beiseite geschafft, nicht durchdrungen.

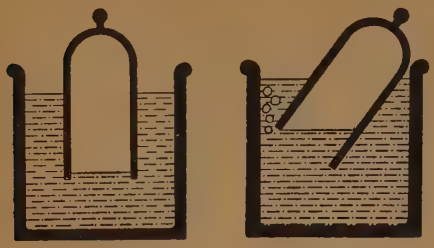


Abb. 5a. Abb. 5b.
Undurchdringlichkeit.

§ 9. **Raumerfüllung, Volumen, Längen- und Volumeneinheit. Jeder Körper nimmt einen bestimmten Raum ein.** „Den nach einer festgesetzten Kubikeinheit ausgemessenen Rauminhalt eines Körpers nennt man **Volumen**."

Die zur Messung von Längen, Flächen und Räumen benützten Einheiten sind abgeleitet von dem als **Längeneinheit** dienenden **Meter** (m). Dasselbe sollte nach dem Beschlusse einer Kommission der Pariser Akademie 1799 gleich dem 40 000 000ten Teil der Länge eines Erdmeridians sein. Ein dieser Länge möglichst gleichkommender Platinmaßstab, der aber um 0,0856 mm zu kurz ausgefallen ist, wurde im Archiv zu Sèvres bei Paris als sog. mètre des archives (Urmeter) aufbewahrt. Jetzt ist dieser Stab in einem unterirdischen Gewölbe des internationalen Maß- und Gewichtsbureaus in St. Cloud bei Paris untergebracht. Die Normalmeterstäbe derjenigen Staaten, welche das metrische Maßsystem angenommen haben, sind Kopien dieses Urmeters. Es gilt somit: „**Längeneinheit** ist die Länge des Archivmeters bei 0^0 C" (internationales Prototyp des Meters).

Durch Zehn-Teilung bzw. Vervielfältigung des Meters erhält man kleinere bzw. größere Längeneinheiten, die man je nach der Größe der zu messenden Länge benützt:

1 m = 10 dm = 100 cm = 1000 mm; 1 km = 1000 m.

Als **Flächeneinheit** gilt 1 qm, d. h. eine quadratische Fläche von 1 m Seitenlänge, bzw. davon abgeleitete Einheiten:

1 qm = 100 qdm = 10 000 qcm = 1 000 000 qmm.

Volumeneinheit ist 1 cbm, d. h. ein Würfel von 1 m Kantenlänge. Je nach der Ausdehnung des zu messenden Raumes benützt man aber auch als kleinere Einheiten das Kubikdezimeter (cdm) oder Liter (l), das Kubikzentimeter (ccm) und das Kubikmillimeter (cmm):

1 cbm = 1000 cdm = 1 000 000 ccm = 1 000 000 000 cmm.

Neuerdings ist für die Flächen- und Raumeinheiten auch die Schreibweise cm^2, dm^2, m^2 . . . bzw. cm^3, dm^3, m^3 erlaubt.

Bei **physikalischen Messungen** wird meistens das **Zentimeter** (cm) als

Längeneinheit, das **Quadratzentimeter** (cm^2) und das **Kubikzentimeter** (cm^3) als Flächen- bzw. Raumeinheit benützt.

§ 10. **Volumenbestimmung.** Die **Ermittelung des Volumens** kann bei geometrisch einfachen Körpern, für welche die Stereometrie eine Formel für den Rauminhalt lehrt, dadurch erfolgen, daß man die in der Formel vorkommenden Längen am Körper ausmißt und die gefundenen Werte in die Formel einsetzt.

So hat man z. B.

für einen **Würfel** von der Kante a: Volumen $= a^3$,
„ ein **Parallelepiped**: Volumen = ***Grundfläche* × *Höhe***,
„ einen **Kegel** (Radius r, Höhe h): Volumen $= \frac{1}{3} r^2 \pi \cdot h$,
„ „ **Zylinder** (Radius r, Höhe h): Volumen $= r^2 \pi \cdot h$,
„ eine **Kugel** (Radius r): Volumen $= \frac{4}{3} r^3 \pi$.
($\pi = 3{,}1415 = \frac{22}{7}$ = Ludolfsche Zahl = Verhältnis des Kreisumfangs zum Durchmesser.)

Zu den dabei auszuführenden **Längenmessungen** bedient man sich bis zu Längen von etwa 2 dm meist der **Schieblehre** (Abb. 6). An einem Maßstab ist ein Anschlag fest, ein zweiter verschiebbar angebracht, so daß man die zu messende Länge durch die Anschläge begrenzen kann. Der bewegliche Anschlag ist meist mit einem **Nonius** (benannt nach dem Erfinder, dem Portugiesen Pedro Nuñez [Petrus Nonius], 1542) ausgestattet. „Der Nonius ist ein kleiner, am Hauptmaßstab verschiebbarer Hilfsmaßstab, mit dem sich noch Bruchteile der kleinsten Länge am Hauptmaßstab ($z. B. \frac{1}{10}$, bzw. $\frac{1}{n}$) genau messen lassen." Zu diesem Zweck ist der in 10 (bzw. n) gleiche Teile geteilte Nonius genau 9 (bzw. $n-1$) mm lang, so daß ein Noniusteil $\frac{9}{10}$ (bzw. $\frac{n-1}{n}$) mm beträgt. Steht dann der Nullstrich des Nonius, wie Abb. 7 zeigt, zwischen irgend 2 Teilstrichen der Hauptteilung, so sucht man denjenigen Noniusteilstrich auf, der am besten mit einem Hauptteilstrich übereinstimmt. Ist dies z. B. der 7^{te} (bzw. p^{te}) Noniusteilstrich, so findet man, daß der 6^{te} (oder $p-1^{te}$) Noniusstrich vom vorhergehenden Hauptteilstrich um $\frac{1}{10}$ (oder $\frac{1}{n}$) mm, der 5^{te} (oder $p-2^{te}$) Noniusstrich von dem ihm vorausgehenden Hauptteilstrich um $\frac{2}{10}$ (bzw. $\frac{2}{n}$) usw., der Nullstrich des Nonius also um $\frac{7}{10}$ (oder $\frac{p}{n}$) mm vom vorhergehenden Hauptteilstrich absteht. Damit ist dann die Stellung des Nullstriches des Nonius am Hauptmaßstab gefunden (bei 61,7 in Abb. 7). Nonien sind besonders auch an Kreisteilungen allgemein in Anwendung.

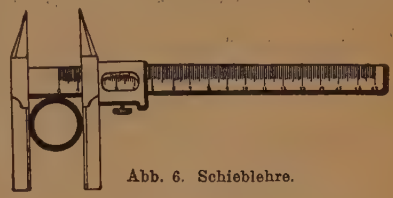


Abb. 6. Schieblehre.

Abb. 7. Nonius.

Feste Körper mit beliebiger Gestalt hängt man zum Zweck einer Volumenbestimmung an einen feinen Draht und taucht sie in ein mit Wasser (oder einer andern Flüssigkeit) zum Teil gefülltes Meßglas (mit Volumeneinteilung versehenes Glasgefäß) vollständig ein (Abb. 8). In-

Abb. 8. Volumenbestimmung mit Meßglas.

folge seiner Undurchdringlichkeit (§ 8) verdrängt der eingetauchte Körper eine ihm volumengleiche Wassermenge. Daher gibt das an der Einteilung abgelesene Volumen des verdrängten Wassers, allerdings mit nur mäßiger Genauigkeit, das Volumen des Körpers (siehe auch § 115).

Übungen. a) Messen der Entfernung zweier Nadelstiche auf einem Papierblatt, des Umfanges eines Zylinders mit Bandmaß und durch Umlegen eines Papierstreifens und Durchstechen desselben an einer Stelle. — b) Flächenbestimmung bei Dreiecks-, Vierecks-, Kreis- und beliebigen Flächen durch Längenmessung und mittels Millimeterpapier. — c) Volumenermittelung bei geometrisch bestimmten und beliebig gestalteten Körpern mit Maßstab (Schieblehre) und Meßglas.

§ 11. **Stofflichkeit, Masse und Masseneinheit.** Jeder Naturkörper besteht aus **Stoff** oder **Materie**. „Die Menge Stoff, welche der Körper enthält, nennt man die **Masse** des Körpers." (Definition von Newton, s. auch § 20, § 80 und § 353 Anm.)

Zur Messung und Vergleichung von Massen hat man festgesetzt: „*Masseneinheit ist die Gramm-Masse, d. h. diejenige Menge Stoff, welche in 1 ccm reinen Wassers (bei seiner größten Dichte) enthalten ist.*" Als größere Masseneinheit dient die **Kilogramm-Masse**, d. i. das 1000fache der Gramm-Masse (Zeichen **g** und **kg**, § 20).

§ 12. **Teilbarkeit.** Infolge der **Teilbarkeit** läßt sich jeder Körper durch Zerschlagen, Zerreiben, Auflösen, Verdampfen in kleinere Bruchteile zerlegen. Trotz einer oft sehr weitgehenden Zerteilung können wir die Körper vielfach noch sinnlich wahrnehmen, wie z. B. Farbstoffe (Fuchsin, Fluoreszëin), welche in einer großen Menge Flüssigkeit gelöst sind, oder Riechstoffe (Moschus, Kampfer, Schwefelkohlenstoff; vgl. auch die überaus feine Witterung vieler Tiere), oder die äußerst dünnen Gold- und Silberschichten auf den Drähten unechter Tressen (echtes Blattgold von 0,001 mm Dicke ist durchscheinend). Metalle können auch beim Verdampfen in der nichtleuchtenden Gasflamme (Bunsenflamme) infolge der eintretenden Flammenfärbung noch in äußerst geringer Menge erkannt werden (so genügt für deutliche Gelbfärbung der Bunsenflamme $\frac{1}{3\,000\,000}$ mg Natrium). In andern Fällen ist die Zerteilung so bedeutend, daß die Teilchen auch mit dem Mikroskop nicht mehr wahrgenommen werden können, z. B. die Körner von Polierpulvern und die von denselben in eine gut polierte Fläche eingerissenen Rinnen und Ritzen.

§ 13. **Grenze der Teilbarkeit. Molekül und Atom.** Die Teilbarkeit ist jedoch keine unbegrenzte, sondern gewisse physikalische, insbesondere aber chemische Tatsachen führen zu der Annahme, daß ein Körper zunächst aus kleinsten Massenteilchen oder **Molekülen** aufgebaut ist. „Molekül (lat. moles = Masse) nennt man den kleinsten Bestandteil eines Körpers, welcher noch denselben Stoff und dieselben Eigenschaften wie der ganze Körper aufweist." Das Molekül läßt sich dann durch Wärme, Elektrizität und insbesondere auf

chemischem Wege in noch kleinere, chemisch nicht weiter teilbare Körperchen, die **Atome**, zerfällen. (Über Teilung der Atome durch elektrische Kräfte s. § 314, 4.) „Die Atome (griech. átomos = unteilbar) bestehen nur aus Grundstoffen und stellen die kleinsten in der Natur auftretenden Mengen solcher Stoffe vor." Zwei oder mehrere Atome desselben oder verschiedener Grundstoffe bilden demnach zunächst eine Atomgruppe, d. h. ein Molekül; eine sehr große Menge von Molekülen liefert den Körper. (Molekularhypothese, s. auch § 414.)

Bestehen sämtliche Atome eines Moleküls aus demselben Grundstoff, so führt der ganze Körper denselben Stoffnamen wie eben dieses Element (die Moleküle der meisten Grundstoffe denkt man sich zweiatomig; nur die Moleküle des Quecksilberdampfes und der sog. Edelgase, Argon, Neon, Krypton, Xenon und Helium, sind einatomig). Ist dagegen das Molekül aus Atomen verschiedener Grundstoffe zusammengesetzt, so kommt dem Molekül derselbe Stoffname wie dem ganzen Körper zu; die einzelnen Atome aber führen stets die Namen von Grundstoffen. Die Vereinigung von Atomen zu einem Molekül erfolgt nach bestimmten Gewichtsverhältnissen (Atomgewicht).

Beispiele: 1 Mol. Wasser = 2 At Wasserstoff + 1 At. Sauerstoff;
1 Mol. gelöschter Kalk = 1 At. Calcium + 2 At. Sauerstoff + 2 At. Wasserstoff;
1 Mol. kohlensaurer Kalk (Kreide) = 1 At. Calcium + 1 At. Kohlenstoff + 3 At. Sauerstoff;
1 Mol. Quecksilberchlorid = 1 At. Quecksilber + 2 At. Chlor;
1 Mol. Jodkalium = 1 At. Kalium + 1 At. Jod;
1 Mol. Rohrzucker = 12 At. Kohlenstoff + 22 At. Wasserstoff + 11 At. Sauerstoff usw.

§ 14. **Unmeßbarkeit der Atome und Moleküle. Affinität und Kohäsion.** *Die Atome sowohl wie die aus Atomen zusammengesetzten Moleküle sind unmeßbar klein*, d. h. sie können mit unseren besten Hilfsmitteln weder direkt gesehen noch gemessen werden. Durch Verwertung von Versuchen (z. B. dünnste Öl- und Seifenhäute, galvanische Metallniederschläge) hat man jedoch die Molekulardurchmesser von der Größenordnung 10^{-8} cm (z. B. bei Wasserstoff $1{,}0 \cdot 10^{-8}$ cm, Sauerstoff $1{,}3 \cdot 10^{-8}$ cm, Quecksilber $1{,}4 \cdot 10^{-8}$ cm), die Molekülzahl in 1 ccm Gas unter gewöhnlichen Verhältnissen zu rund 27 Trillionen (genauer $27{,}2 \cdot 10^{18}$), die Molekülzahl im Gramm-Molekül (Gasmenge mit einer Masse in g gleich dem Molekulargewicht) zu $6{,}062 \cdot 10^{23}$ (Loschmidtsche Zahl, 1865), die Masse eines Wasserstoffatoms zu $1{,}662 \cdot 10^{-24}$ g berechnen können.

Man denkt sich, daß die Atome durch eine gegenseitige Anziehung, welche man **chemische Verwandtschaft** oder **Affinität** nennt, zum Molekül zusammengehalten werden. Die Moleküle dagegen sind durch eine weitere, zwischen ihnen wirkende Anziehungskraft, die **Kohäsion**, zum Körper vereinigt. *Affinität und Kohäsion wirken nur auf unmeßbar kleine oder molekulare Entfernungen.*

§ 15. **Veränderlichkeit des Volumens.** Durch Zugkräfte und (mit wenigen Ausnahmen) durch Erwärmen läßt sich ein Körper ausdehnen, durch Druckkräfte und durch Abkühlen verkleinern. Es gilt also: *Das Volumen eines Körpers ist veränderlich.* Man muß sich daher denken, daß die Entfernungen der Moleküle (im Mittel 3 bis $4 \cdot 10^{-7}$ cm) sich in gewissen Grenzen ändern lassen, jedoch können die Moleküle durch die Kohäsion nicht bis zur vollständigen Berührung einander genähert werden. *Der Stoff füllt einen Körper nicht stetig aus.*

§ 16. **Lichtäther und Porosität.** Die zwischen den Molekülen eines Körpers noch verbleibenden molekularen Hohlräume, sowie auch den luftleeren Raum denkt man sich mit einem äußerst feinen Stoff, dem **Lichtäther** (kurz **Äther**), ausgefüllt. Diesem hypothetischen Äther schreibt man die Übertragung der Licht-, Wärme- und elektrischen Wirkungen zu.

Von diesen unmeßbar kleinen molekularen Zwischenräumen sind zu unterscheiden die oft mit bloßem Auge (z. B. beim Schwamm, Bimsstein, Koks, Torf) oder wenigstens mit einem Mikroskop sichtbaren Hohlräume im Gefüge eines Körpers, welche man **Poren** nennt. Durch poröse Stoffe kann man Gase und Flüssigkeiten hindurchtreiben, z. B. durch Papier, Holz, Leder, Sandstein, gebrannten unglasierten Ton, sogar durch Metall. Beim Filtrieren von Flüssigkeiten durch Fließpapier, Holz usw. werden diejenigen Stoffe zurückgehalten, welche gröber sind als die Poren des Filters. Die **Porosität** ist jedoch keine allgemeine Eigenschaft der Körper. Das Glas ist z. B. nicht porös und daher zur Aufbewahrung von Flüssigkeiten und Gasen unentbehrlich.

§ 17. **Aggregatzustand.** „Die Art der Zusammenhäufung der Moleküle zum Körper bezeichnet man als **Aggregatzustand** des Körpers.“ Der Aggregatzustand (lat. grex = Herde, aggregare = zusammenhäufen) kann je nach dem Betrage der Kohäsion **fest, flüssig** und **gasförmig** sein.

a) *Beim festen Aggregatzustand ist die Kohäsion beträchtlich,* denn man muß größere Kräfte anwenden, um die Form eines Körpers zu ändern, d. h. die Moleküle gegenseitig zu verschieben oder den Körper zu zerbrechen, d. h. die Moleküle voneinander zu trennen. Ein **fester Körper** besitzt aus diesem Grunde auch von vornherein eine bestimmte Gestalt. — Die Kohäsion wirkt in einem festen Körper vielfach noch so, daß die Moleküle eine regelmäßige Lagerung annehmen. Der Körper zeigt dann eine bestimmte geometrische Form und wird als **Kristall** (griech. krýstallos = Eis, Bergkristall) bezeichnet, z. B. Quarz, Kalkspat, Kupfervitriol. Die Kristallformen können sehr mannigfaltig sein. Bei unregelmäßiger Lagerung der Moleküle nennt man die Körper **amorph** (griech. ámorphos = formlos), z. B. Glas, Wachs, Kautschuk.

b) *Beim flüssigen Aggregatzustand ist die Kohäsion nur mehr eine geringe.* Denn man kann schon durch kleine äußere Kräfte eine Formänderung oder Lostrennung eines Teils der Flüssigkeit (Verschiebung oder Trennung der Moleküle) bewirken. **Flüssige Körper** haben

daher auch keine vollkommen selbständige Gestalt, sondern nehmen unten und seitlich die Gestalt des Gefäßes an, welches zur Aufbewahrung dient und zugleich das Auseinanderfließen verhindert.

c) *Beim gasförmigen Aggregatzustand ist zwischen den Molekülen keine Kohäsion mehr vorhanden.* Die Gase haben demgemäß keine selbständige Gestalt, sondern zeigen ein als Expansivkraft bezeichnetes Bestreben, jeden ihnen dargebotenen Raum auszufüllen und dessen Gestalt vollständig anzunehmen. Gefäße zur Aufbewahrung von Gasen müssen daher allseitig wohl verschlossen sein.

§ 18. **Überführung der Aggregatzustände ineinander.** Die festen Körper lassen sich im allgemeinen durch Zufuhr von Wärme in die nächsthöheren Aggregatzustände, d. h. in flüssige und gasförmige Körper überführen. Umgekehrt kann man aus einem höheren Aggregatzustand (dem gasförmigen oder flüssigen) meist durch Entziehen von Wärme, d. h. durch Abkühlen, den nächstniederen Aggregatzustand (d. i. den flüssigen oder festen) gewinnen, z. B. Eis, Wasser, Wasserdampf oder fester, flüssiger Schwefel, Schwefeldampf (s. auch § 170—180).

§ 19. **Schwere, Gewicht.** Jeder Naturkörper, z. B. ein Stein, fällt, wenn er nicht gehalten oder unterstützt wird, lotrecht abwärts. Ein auf eine Unterlage aufgelegter Körper übt auf diese einen **Druck** aus. Man erklärt sich dieses Verhalten dadurch, daß jeder Körper durch die Erde eine nach ihrem Mittelpunkt hin gerichtete Anziehung erfährt, welche man **Schwerkraft** oder kurz **Schwere** nennt. Es gilt also: *Jeder Körper ist schwer.* Ein an einen Faden gebundener schwerer Körper (Lot oder Senkel, Abb. 9) gibt durch die Richtung des Fadens, welche **lotrecht** oder **vertikal** genannt wird, die Zugrichtung der Schwerkraft an. Die Kraft, mit welcher der Körper am Faden zieht, nennt man das **Gewicht** (auch **absolutes Gewicht**) des Körpers. Liegt ein Körper auf einer Unterlage, so ist der von ihm ausgeübte Druck dann gleich dem **Gewicht**, wenn die Unterlage **wagrecht** oder **horizontal** ist, d. h. mit der Richtung der Schwerkraft einen rechten Winkel bildet. Eine ruhende Wasseroberfläche z. B. ist horizontal (Abb. 9).

Abb. 9. Vertikale und horizontale Richtung.

Das Gewicht eines Körpers ist notwendig gleich der Summe aller Drucke, welche die einzelnen Moleküle infolge der Schwerkraft auf eine wagrechte Unterlage ausüben. Daher ist das Gewicht G der Stoffmenge, d. h. der Masse M des Körpers proportional. Bedeutet daher g einen vom Betrag der Erdanziehung abhängigen Proportionalitätsfaktor, welchen man **Erdbeschleunigung** nennt (§§ 77, 81), so kann man setzen:

$$G = g \cdot M$$

Gewicht = Erdbeschleunigung × Masse.

Da die Größe g von Ort zu Ort verschieden ist (§ 92), so gilt: *Das Gewicht eines Körpers an der Erdoberfläche ist veränderlich.* Dasselbe ist an den Polen der Erde um etwa 0,5 % größer als am Äquator. Die Masse eines Körpers aber ist eine unveränderliche Größe. Körpern aus verschiedenen Stoffen schreibt man dann gleiche Masse zu, wenn sie am gleichen Orte dasselbe Gewicht zeigen (§ 80).

§ 20. **Gewichts- und Krafteinheit.** Als Einheit des Gewichtes pflegt man den Druck zu wählen, welchen eine Menge destillierten Wassers von 1 cdm bzw. 1 ccm Volumen, bei 4° Celsius (bei größter Dichte), unter der Breite von Paris, im luftleeren Raume und am Meeresniveau auf eine wagrechte Unterlage ausübt. Dieses Gewicht wird **Kilogramm** (kg) bzw. **Gramm** (g) genannt; man kann daher kurz sagen: „*Das Kilogramm ist das Gewicht von 1 Liter destillierten Wassers bei 4° Celsius.*“ Das Kilogramm dient nicht bloß als Maß für die infolge der Erdanziehung ausgeübten Zug- und Druckkräfte der Körper, sondern im täglichen Leben und in der Tecknik auch als Maß für alle anderen Kräfte, welcher Art sie auch sein mögen.

Anmerkung. Zur Unterscheidung des Gramms und Kilogramms als Gewichtseinheiten von den gleichnamigen und gleichbezeichneten Masseneinheiten ist vorgeschlagen worden, die Gewichtsgrößen als Kraftgramm, Schweregramm bzw. Kraftkilogramm, Schwerekilogramm zu benennen und mit den Zeichen g* bzw. kg* zu schreiben oder besser die Schwere eines Gramms **Bar** (von griech. barýs = schwer), die Schwere eines Kilogramms **Kilobar** (Zeichen **b** und **kb**) zu heißen. Dieser Vorschlag hat aber keine allgemeine Annahme gefunden; es soll daher zur Unterscheidung im folgenden das Kraftkilogramm, wie es im täglichen Leben und in der Technik üblich ist, mit kg, das Massenkilogramm mit **kg** bezeichnet werden.

Zur Messung von Kräften, insbesondere von elektrischen und magnetischen Kräften, bedient man sich in der Physik einer anderen Maßeinheit, die den Namen **Dyn** (griech. dýnamis = Kraft) führt.

In Dyn ausgedrückte Kräfte werden als in absolutem Maße gemessen bezeichnet (§ 80). Mat hat für 45° geogr. Breite die Beziehung:

$$\textbf{1 Dyn} = \frac{1}{981}\ \textbf{Grammgewicht} = \frac{1}{981\,000}\ \textbf{Kilogrammgewicht.}$$

Die Ermittelung des Gewichtes eines Körpers geschieht, wie aus dem täglichen Leben bekannt ist, mit der Wage (§ 67). Man vergleicht mit der Wage das Gewicht eines Körpers mit dem bekannten Gewicht von Gewichtsstücken. Eine Wägung ist dann nach § 19 zugleich eine Vergleichung der Massen von Körper und Gewichtsstücken. Die im Handelsverkehr ausgeführten Gewichtsbestimmungen mit der Wage sind in Wirklichkeit Massenvergleichungen. Man hat daher auch neuerdings richtiger festgesetzt: Masseneinheit ist das Kilogramm, d. h. die Masse des internationalen kg-Prototyps (aufbewahrt in St. Cloud bei Paris, § 9). Man hat also auch (nahezu): „Die Kilogramm-Masse ist diejenige Menge Stoff, welche in 1 cdm reinen Wassers bei 4° C enthalten

ist.“ Die zur Ausführung von Wägungen dienenden Gewichtssätze sollten richtiger Massensätze heißen.

§ 21. **Spezifisches Gewicht.** Vergleicht man die Gewichte von volumengleichen Körpern aus verschiedenen Stoffen, z. B. von gleich großen Würfeln aus Holz, Zink, Messing, Blei mit einer Wage, so findet man jeden folgenden schwerer wie den vorhergehenden (Abb. 10). Es kommt daher den verschiedenen Stoffen die Eigentümlichkeit zu, bei gleichem Volumen verschiedenes Gewicht zu zeigen. Diese Eigenschaft der Stoffe läßt sich durch eine Zahl ausdrücken, wenn man die Gewichte der verschiedenen Stoffe mit dem Gewichte eines volumengleichen bestimmten Stoffes, z. B. Wasser, vergleicht. Man nennt diese Verhältniszahl das **spezifische Gewicht** (besser nach neuerem Vorschlag: Dichtezahl oder Dichteverhältnis) des Stoffes oder Körpers und hat festgesetzt:

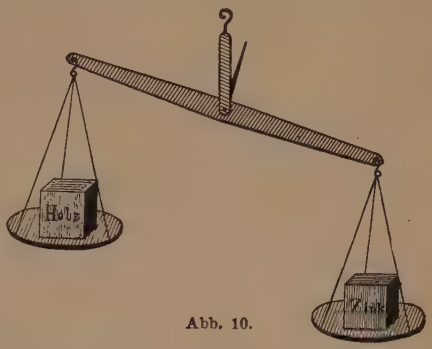


Abb. 10.

„Das spezifische Gewicht (= Dichteverhältnis, s) eines Stoffes ist die Verhältniszahl zwischen seinem absoluten Gewichte (G) und dem Gewichte der mit dem Körper volumengleichen Wassermenge (W).“ Man hat also:

$$s = \frac{G}{W}$$

$$\textbf{spezifisches Gewicht} = \textbf{Dichteverhältnis} = \frac{\textbf{absolutes Gewicht}}{\textbf{Gewicht der volumengleichen Wassermenge}}.$$

Es läßt sich auch sagen: *„Das spezifische Gewicht = Dichteverhältnis gibt an, wievielmal so schwer ein Stoff ist, als eine volumengleiche Wassermenge.“*

Beträgt das Gewicht dieser Wassermenge W g, so ist ihr Volumen V gemäß der Definition des Gramms notwendig $V = W$ ccm: *Gewicht und Volumen einer Wassermenge werden durch die gleiche Zahl ausgedrückt.* Man kann daher auch

$$s = \frac{G}{V}$$

$$\textbf{spezifisches Gewicht} = \textbf{Gewichtsdichte} = \frac{\textbf{absolutes Gewicht}}{\textbf{Volumen}}$$

setzen und unter spezifischem Gewicht (= Gewichtsdichte) das Gewicht der Volumeneinheit eines Körpers verstehen. Es läßt sich also auch sagen:

Das „spezifische Gewicht (= Gewichtsdichte) bedeutet die Anzahl von g (kg), welche 1 ccm (cdm) eines Stoffes wiegt“.

Bei Gasen bezieht man gewöhnlich das spezifische Gewicht nicht auf Wasser, sondern auf atmosphärische Luft oder auf das leichteste Gas, den Wasserstoff, als Vergleichssubstanz.

Anmerkung. Es ist zu beachten, daß nach der ersten Formel s eine unbenannte Zahl ist, da G und W gleichbenannt sind. Nach der zweiten Formel hat aber s zufolge der Maßeinheiten für G und V notwendig die Benennung

$$\frac{\text{kg}}{\text{cdm}} \text{ bzw. } \frac{\text{g}}{\text{ccm}}.$$

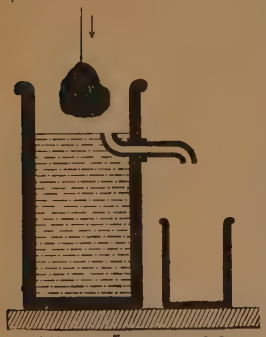


Abb. 11. Überlaufgefäß.

Um das spezifische Gewicht eines festen Körpers zu erhalten, bestimmt man nach Ermittelung des absoluten Gewichts G entweder das Volumen V des Körpers nach § 10 oder das Gewicht der volumengleichen Wassermenge W mit einem sogenannten Überlaufgefäß[1]) (Abb. 11). Man füllt dieses nämlich bis zum Auslaufrohr mit Wasser und taucht den an einem feinen Draht befestigten Körper vollständig ein. Das vom Körper verdrängte überlaufende Wasser, welches mit dem Körper gleiches Volumen hat, fängt man auf und bestimmt sein Gewicht W. (Genauere Methoden zur Bestimmung des spezifischen Gewichts beliebiger Körper siehe §§ 114, 116.)

§ 22. **Dichte.** Unter **Dichte (= Massendichte)** d eines Stoffes versteht man die in der Volumeneinheit enthaltene Masse, also $d = \frac{M}{V}$, wenn M die Masse des Körpers, V sein Volumen bedeutet. Daher gilt: ‖ *„Die Dichte eines Stoffes ist die Anzahl der Gramm-Massen im ccm."* (Benennung von d ist $\frac{\text{g}}{\text{ccm}}$.) Da aber die Gramm-Masse das Gewicht von 1 g hat, so werden nach § 21 Massendichte und spezifisches Gewicht (= Gewichtsdichte) durch die gleiche Zahl ausgedrückt. Daher wird vielfach, wenn auch nicht ganz zutreffend, die Bezeichnung Dichte für spezifisches Gewicht gebraucht.

Tabelle der spezifischen Gewichte

a) Feste Körper.

Aluminium	2,56—2,60	Flußspat	3,15	Nickel	8,9
Bergkristall (Quarz)	2,68	Gold	19,32	Platin	21,5
Bernstein	1,08	Gußeisen	7,03—7,73	Schmiedeeisen	7,79—7,85
Blei	11,34—11,38	Kalium	0,87	Silber	10,53
Crownglas	2,45—2,72	Kalkspat	2,70	Steinsalz	2,1—2,2
Ebenholz	1,22	Kork	0,24	Tannenholz	0,47—0,7
Eichenholz	0,9—1,1	Kupfer	8,80—8,92	Wachs	0,96
Eis bei 0° C	0,9167	Marmor	2,84	Zink	7,15
Eis bei — 10° C	0,9191	Messing	8,4—8,7	Zinn	7,29
Flintglas	3,15—3,90	Natrium	0,978		

1) Das Überlaufgefäß wurde schon vom Araber Al Beruni (973—1048) zur Volumenmessung angegeben.

b) Flüssigkeiten.

Alkohol absol.	0,793	Meerwasser	1,026	Schwefelsäure konz.	1,843
Ammoniak 35 %	0,882	Petroleum	0,78—0,88	Wasser bei 0° C	0,99987
Äther (Schwefeläther)	0,736	Quecksilber	13,595	**Wasser bei 4° C**	**1**
Benzol	0,88	Salpetersäure konz.	1,530	Wasser bei 8° C	0,99987
Glycerin 100 %	1,26	Salzsäure rauch.	1,197		
Fette Öle	0,913—0,926	Schwefelkohlenstoff	1,27		

c) Gase bei 0° C und 760 mm Barometerstand.

bezogen auf:	Wasser = 1	Luft = 1	Wasserstoff = 1
Chlor	0,003167	2,491	35,38
Leuchtgas	0,000414—0,000975	0,32—0,74	4,62—10,69
Atmosph. Luft	0,001293	1	14,45
Kohlensäure	0,001965	1,5289	21,95
Sauerstoff	0,001429	1,1053	15,96
Stickstoff	0,001254	0,9672	14,01
Wasserstoff	0,0000895	0,0696	1

Aufgaben. 1. Wie schwer ist ein rechteckiger Eisblock von 1 m Länge, 5 dm Breite und 15 cm Höhe bei 0° C? Wieviel wiegt ferner eine 10 km lange Telegraphenleitung aus verzinktem Eisendraht ($s = 7{,}8$) von 3 mm Durchmesser? [68,75 kg; 551,337 kg.]

2. Ein rechteckiger, oben offener Trog von Marmor ($s = 2{,}8$) hat außen 2 m Länge, 1 m Breite und 1 m Höhe und durchweg eine Wandstärke von 1 dm. Wie schwer ist derselbe leer, und wenn er bis zur Hälfte mit Wasser von 8° C gefüllt ist? [1971,2 kg; 2619,115 kg.]

3. Wie schwer ist eine Eisenblechtafel ($s = 7{,}85$) von 2 qm Fläche und einer Dicke von 1 mm? Welche Länge hat ferner ein Draht aus der gleichen Eisensorte bei einem Durchmesser von 0,1 mm und einem Gewicht von 1 g? Wie verhalten sich endlich die Längen von Drähten aus Nickel, Silber und Platin bei gleichem Gewicht und Durchmesser, wie aber die Durchmesser von Drähten aus diesen Stoffen bei gleichem Gewicht und gleicher Länge? [15,7 kg; 16,22 m; 2,416 : 2,042 : 1; 1,554 : 1,429 : 1.]

4. Welches spezifische Gewicht hat die aus 90 % Gold und 10 % Kupfer ($s = 8{,}80$) bestehende Legierung eines 20-Markstückes, wenn dessen Gewicht 7,965 g beträgt? [17,25.]

5. Ein Kupferwürfel ($s = 8{,}8$) wiegt 440 g. Wie schwer ist eine Quantität Wasser von 4° C oder Petroleum ($s = 0{,}88$) von gleichem Volumen wie der Würfel? Wieviel beträgt ferner das Volumen eines mit Leuchtgas (spez. Gew. 0,0005 bei 0° C) gefüllten Luftballons, wenn die atmosphärische Luft, welche der Ballon verdrängt, 475,8 kg mehr wiegt als die Leuchtgasfüllung? [50 kg; 44 kg; 600 cbm.]

6. Welches Volumen haben 50 kg Quecksilber und 500 g Alkohol oder 1 kg Wasserstoff und 1 kg atmosphärische Luft bei 0° und 760 mm Barometerstand? [3,6778 cdm; 630,5 ccm; 11173,18 l; 773,39 l.]

Übungen. a) Handhabung der gewöhnlichen Wage. — b) Flächenbestimmung mit der Wage und Vergleichung mit den früheren Ergebnissen [§ 10, Üb. b]. — c) Dickenmessung unter Benützung der Wage bei einem sehr dünnen Blech oder Draht. — d) Volumenbestimmung für die früher [§ 10, Üb. c] gemessenen Körper mit dem Überlaufgefäß. — e) Ermittelung des spezifischen Gewichtes von festen und flüssigen Körpern mit dem Überlaufgefäß.

III. Molekulareigenschaften fester Körper.

§ 23. **Molekulareigenschaften fester Körper.** Durch die Größe der Kohäsion ist bei festen Körpern die **Molekulareigenschaft** der Härte, Weichheit, Geschmeidigkeit, Sprödigkeit, der Elastizität (Dehnungs-, Biegungs- und Torsionselastizität), der Zug- und Druckfestigkeit bedingt.

§ 24. **Härte.** „Als **Härte** bezeichnet man den Widerstand, welchen ein Körper dem Verletzen (Ritzen) seiner Oberfläche entgegensetzt." In der Mineralogie ist die **Härteskala** von Mohs (1804) gebräuchlich, welche 10 Mineralien nach steigender Härte geordnet enthält:

1. Talk,
2. Gips (oder Steinsalz),
3. Kalkspat,
4. Flußspat,
5. Apatit,
6. Feldspat,
7. Quarz,
8. Topas,
9. Korund,
10. Diamant.

Jeder Körper dieser Skala ritzt alle in der Reihe voranstehenden, nicht aber die folgenden Mineralien. Die Härtegrade werden durch die Zahlen von 1 bis 10 bezeichnet, z. B. Aluminium 2, Bernstein 2,5, Blei 1,5, Eisen 4,5, Glas 5—6,5, Gold, Kupfer 3, Messing 3,5, Marmor 3,5, Platin 4, Stahl ganz weich 5, ganz hart 8,5, Steinkohle 2,5, Zinn 1,5.

§ 25. **Weichheit.** „Ein Körper heißt **weich** (**plastisch**), wenn er durch mäßigen Druck eine neue bleibende Form annimmt," z. B. Talg, Wachs, feuchter Ton, Blei, Eisen (weißglühend).

§ 26. **Geschmeidigkeit, Dehnbarkeit.** „Ein Körper heißt **geschmeidig** oder **dehnbar** (**duktil**), wenn er bei großer Festigkeit unter Anwendung beträchtlicherer Zug- oder Druckkräfte in eine andere bleibende Form gebracht, insbesondere zu Draht ausgezogen oder zu Blechen ausgewalzt werden kann," z. B. Kupfer, Eisen, edle Metalle.

§ 27. **Sprödigkeit.** „Einen Körper nennt man **spröde**, wenn bei Verletzung seiner Oberfläche ein plötzlicher Bruch eintritt," z. B. Glas, Porzellan, Schwefel. Sehr harte Körper sind zumeist auch spröde.

Stahl kann durch Erhitzen bis zur hellen Rotglut und rasches Abkühlen in kaltem Wasser so stark gehärtet werden, daß er Glas ritzt (glasharter Stahl). Er wird dadurch auch gleichzeitig sehr spröde, so daß glasharte Stahlwerkzeuge bei unachtsamer Behandlung leicht zerbrechen. Durch nachheriges Erwärmen kann man dem glasharten Stahl seine Härte ganz oder teilweise wieder nehmen (Nachlassen, Anlassen des Stahls). Dadurch wird der Stahl, weil weniger spröde, zu Werkzeugen für Metall- und Holzbearbeitung geeigneter. — Die meisten anderen Metalle und Metallegierungen wie Kupfer, Blei, Messing werden durch starken Druck, durch Hämmern, beim Ziehen zu Draht, gehärtet und dabei spröder. Durch nachheriges Erwärmen kann man sie wieder weich machen. — Auch glühend flüssiges Glas läßt sich durch rasches Abkühlen härten. Es wird dabei, wie der Stahl, sehr spröde. Es

genügt dann eine geringe Verletzung der gehärteten Oberfläche, um ein plötzliches Zersplittern zu veranlassen (Batavische Glastränen, Bologneser Fläschchen). Hartglas findet wegen seiner großen Sprödigkeit und des explosionsartig vor sich gehenden Zersplitterns kaum praktische Verwendung.

§ 28. **Elastizität.** „Unter **Elastizität** versteht man die Fähigkeit vieler Körper, eine Gestaltsveränderung nach Aufhören der formverändernden Kräfte wieder vollständig auszugleichen.“ Die Elastizität (griech. elasticós = ziehbar, dehnbar) kommt bei der Dehnung und Zusammendrückung, bei der Biegung und Drillung (Torsion) zur Wirkung. Wachsen die formverändernden Kräfte über eine gewisse Grenze (**Elastizitätsgrenze**) hinaus, so tritt zunächst dauernde Gestaltsveränderung (sog. Fließen), schließlich Reißen oder Bruch ein.

„**Als Elastizitätsgrenze** oder **Tragfähigkeit** (auch Proportionalitätsgrenze, Tragmodul) bezeichnet man in der Technik das höchst zulässige Gewicht in kg, welches bei einem Draht oder Stab von 1 qmm Querschnitt nach Aufhebung der Belastung keine bleibende Verlängerung zurückläßt.“ Die Kenntnis der Tragfähigkeit ist für die praktische Verwendung der Materialien äußerst wichtig; man pflegt aber zur Erzielung genügender Sicherheit ein Material nur bis zu einem bestimmten Bruchteil der Tragfähigkeit (Sicherheitskoeffizient: für Metalle $\frac{1}{6}$, für Hölzer $\frac{1}{10}$) in Anspruch zu nehmen.

Für alle Arten elastischer Beanspruchung gilt das Gesetz: *Bleiben die formverändernden Kräfte unterhalb der Elastizitätsgrenze, so sind stets alle Gestaltsveränderungen* (Dehnung, Verkürzung, Durchbiegung, Verdrehung) *den wirksamen Kräften proportional* (Gesetz von Hooke 1678).

Für das elastische Verhalten eines Materials ist auch noch der Elastizitätsmodul wichtig. „Man versteht unter Elastizitätsmodul das 1000fache desjenigen Gewichtes, welches bei einem Stab oder Draht von 1 m Länge und 1 qmm Querschnitt eine elastische, d. h. nach Aufhören der Kraft wieder verschwindende, Verlängerung von 1 mm hervorruft.“

Material	Tragfähigkeit (kg/mm²)	Elastizitäts-Modul (kg/mm²)	Absolute Festigkeit (kg/mm²)
Blei gezogen	0,3	1800	2,1
Blei angelassen	0,2	1700	1,8
Eiche längs der Faser	2,3	920	6,5
Eisen gezogen	32	20900	61
Eisen geglüht	5	20800	47
Kupfer gezogen	12	12400	40
Kupfer geglüht	3	10500	30
Stahl gezogen	43	18800	70
Stahl geglüht	15	17200	40
Tanne längs der Faser	2,2	1100	4,18
Hanfseil	5	250	8

Ein gezogener Stahldraht von 1 qmm Querschnitt würde also eine Belastung bis zu 43 kg (Tragfähigkeit) ohne dauernde Verlängerung aushalten. Nach dem Wert des Elastizitätsmoduls ergibt ein solcher Draht bei 1 m Länge und 1 qmm Querschnitt durch eine Belastung von $\frac{18\,800}{1000}$ kg = 18,8 kg eine elastische Verlängerung von 1 mm. Bei einer Belastung gleich der Tragfähigkeit erhält man also eine elastische Verlängerung von $\frac{43}{18,8}$ mm = 2,28 mm.

§ 29. **Spiralfedern.** Sehr große Dehnungen ohne Überschreitung der Elastizitätsgrenze lassen schraubenförmig gewundene Drähte, sog. **Spiralfedern**, zu (Verwendung z. B. in Uhren, bei Eisenbahnwagen, Polstermöbeln). Die Längenänderung ist in weiten Grenzen dem spannenden Gewicht proportional. Daher können mit Spiralfedern Zug- und Druckkräfte gemessen, auch Gewichtsbestimmungen ausgeführt werden (bei letzteren kommt die Verschiedenheit der Schwerkraft an der Erdoberfläche zur Geltung). Bei der zur Bestimmung kleiner Gewichte dienenden **Federwage** (Abb. 12) ist ein mit Zeiger Z und Wagschale W versehener Spiraldraht neben einem mm-Maßstab oder einer Gewichtsskala (Briefwage) aufgehängt.

Abb. 12. Federwage.

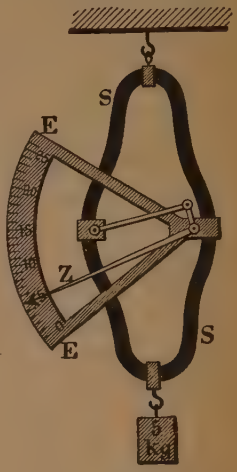


Abb. 13. Dynamometer.

Bei dem **Dynamometer** (Kraftmesser, Abb. 13) werden die durch bedeutende Kräfte an einem Stahlbande SS hervorgerufenen Formveränderungen auf einen Zeiger Z übertragen. Die Bezifferung der Einteilung EE wird durch Versuche ermittelt.

Übungen. a) Eichung einer Federwage. — b) Darstellung des Zusammenhangs von Belastung und Dehnung durch eine Eichkurve. — c) Ermittelung des spezifischen Gewichts mit der Federwage.

§ 30. **Zugfestigkeit.** Bei Überschreiten der Elastizitätsgrenze tritt nicht sofort Reißen ein. Man erhält vielmehr eine zunächst wachsende und nach Aufhören der Belastung bleibende Gestaltsveränderung, welche schließlich zum Bruch, zum Reißen des Körpers führt. „Die höchstzulässige Belastung in kg, bei welcher ein Stab oder Draht von 1 qmm Querschnitt gerade noch hält, ohne zu reißen, wird **absolute** oder **Zugfestigkeit** (auch Bruchfestigkeit) genannt“ (s. Tabelle § 28). Sie ist dem Querschnitt proportional, aber unabhängig von der Länge.

§ 31. **Biegung.** Die elastischen Kräfte werden auch bei **Biegung** eines Körpers in Anspruch genommen. Bei der elastischen Biegung wird nur eine ganz bestimmte Schicht des Körpers (neutrale Schicht) bloß gebogen, während die übrigen Schichten Biegung und gleichzeitige Dehnung oder Zusammenschiebung erleiden. Die Senkung der belasteten Stelle ist außer von der Art der Befestigung des Körpers, von der Länge, von der Belastung und dem Elastizitätsmodul, und in hohem Maße von der Form

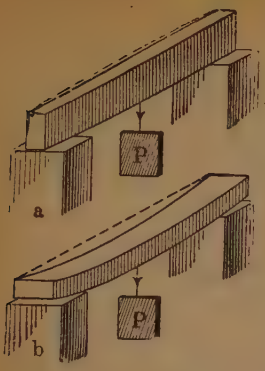


Abb. 14. Durchbiegung eines rechteckigen Balkens.

des Querschnitts abhängig. So biegen sich Balken mit rechteckigem Querschnitt bei gleicher Belastung P weniger durch, wenn sie hochkant, d. h. mit der längeren Querschnittkante vertikal gestellt sind (Abb. 14a), als wenn sie breitseit aufgelegt werden (Abb. 14b). Desgleichen zeigen Röhren geringere Durchbiegung als massive Rundstäbe (Abb. 15) von gleichem Gewicht und gleicher Länge (vgl. Röhrenknochen, Halme der Gräser, Schilfrohr, Fahrradrahmen). Zur Erzielung großer Auflageflächen und sehr geringer Durchbiegung verwendet man für Metalle meist T- oder I-Querschnitt.

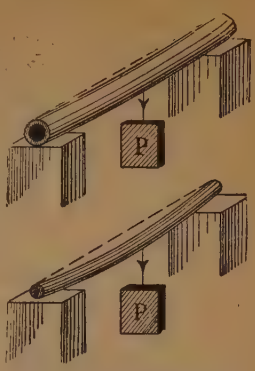


Abb. 15. Durchbiegung eines hohlen und massiven Rundstabes.

Der Widerstand gegen Biegung, die sog. **relative** oder **Biegungsfestigkeit**, ist der Senkung der belasteten Stelle stets umgekehrt proportional.

§ 32. **Druckfestigkeit.** „Unter **rückwirkender** oder **Druckfestigkeit** versteht man den Widerstand, welchen ein fester Körper dem Zerdrücken (Zermalmen) entgegensetzt." Dieselbe beträgt bei 1 qmm Querschnitt und solcher Länge, daß kein seitliches Ausbiegen eintritt, für

Eichenholz . . .	7 kg	Kupfer	30—45 kg
Granit	12—22 „	Marmor	6—12 „
Gußeisen	57—102 „	Tannenholz	5,1 „
Kalkstein	14 „	Ziegelstein	0,5—2 „

Solange keine Biegung stattfindet und die Druckkräfte kleiner als die Tragfähigkeit des betreffenden Materials sind, erfolgt die Verkürzung durch Druck nach den gleichen Gesetzen wie die Verlängerung durch Zug.

§ 33. **Torsion.** Wird ein Stab oder Draht am oberen Ende lotrecht eingeklemmt, am anderen Ende durch eine senkrecht zur Längsrichtung am Umfang oder an einem Querstab wirkende Kraft beansprucht, so tritt eine **Torsion** oder **Drillung** (Verdrehung) ein. Es erhalten dann die einzelnen der Achse parallelen Längsfasern eine schraubenförmige Gestalt. (Ein schmales Band, Abb. 16, zeigt bei Torsion diese Schraubenlinien sehr auffällig.) Im Material wird durch eine derartige Beanspruchung eine als Torsionselastizität bezeichnete elastische Kraft geweckt, welche die Formveränderung wieder aufzuheben sucht. Der Torsionswinkel φ (in Abb. 16 be-

Abb. 16. Torsion eines Bandes.

trägt derselbe über 3×360^0) ist innerhalb der Elastizitätsgrenze der tordierenden Kraft und der Länge des Stabes oder Drahtes direkt, der 4. Potenz des Drahtradius umgekehrt proportional, ist aber unabhängig von der Spannung des Drahtes. Je länger und dünner der Draht genommen wird, desto größer wird also der durch eine bestimmte Kraft hervorgerufene Torsionswinkel. Je kleiner umgekehrt die an einem Körper wirkenden Torsionskraft ist, desto länger und dünner muß man den Aufhängedraht wählen, um gut beobachtbare Torsionswinkel zu erhalten. Es können dann durch den Betrag des Torsionswinkels auch sehr kleine Kräfte gemessen werden (Torsionswage).

Übungen. a) Bestimme für eine Spiralfeder aus dünnem Draht die Elastizitätsgrenze! — b) Ermittle die Zugfestigkeit eines Näh- und eines Kokonfadens durch Belastung und durch Zug unter Einschaltung einer geeichten Federwage. — c) Vergleiche die Biegungsfestigkeiten von Stäben aus verschiedenem Material, aber von gleichen Querschnitten und Längen miteinander!

Aufgaben. 7. Warum kann man Glas und Stahl mit Quarz und Schmirgel, den Diamant nur wieder mit Diamant schleifen? Welche Kräfte kommen beim Schleifen zur Wirkung? [§ 24, 14.]

8. Ein lotrechter Stab aus gezogenem Eisen von 1,5 m Länge und 1 qcm Querschnitt wird durch ein Gewicht von 320 kg gespannt. Ist die Verlängerung des Stabes eine elastische oder dauernde, und wie groß ist dieselbe? [§ 28; 0,23 mm.]

9. Wie groß sind die elastischen Verlängerungen der in der Tab. § 28 aufgeführten Materialien bei 1 m Länge und 1 qmm Querschnitt und einer Belastung gleich der Elastizitätsgrenze? Welche Unterschiede ergeben sich gemäß der Tabelle für gezogene und angelassene Materialien? [0,166 mm, 0,118 mm; 2,5 mm, 1,53 mm, 0,24 mm; 0,97 mm, 0,28 mm; 2,28 mm, 0,87 mm; 2 mm; 20 mm.]

10. Welche Belastung kann ein gezogener Stahlstab von 4 qcm Querschnitt, ohne zu reißen, tragen und wie groß kann man die Belastung höchstens machen, wenn der Stab keine dauernde Verlängerung erfahren soll? [28000 kg; 17200 kg.]

11. Ein lotrechter eichener Balken von 4 qdm Querschnitt und 2 m Länge trägt eine Belastung von 1000 kg. Wie groß ist die elastische Verkürzung und die Tragfähigkeit des Balkens? [0,0543 mm; 92000 kg.]

12. Eine Spiralfeder wird durch 5 g um 15 mm gestreckt. Welchem Gewicht entspricht eine Verlängerung von 33 mm? [11 g.]

13. Welche Belastung kann ein Granitblock mit einer rechteckigen Auflagefläche von 10 dm Länge und 5 dm Breite aushalten? [6—11 Mill. kg.]

14. Warum fertigt man die Eisenbahnschienen mit **I**-Querschnitt und das Gestell eines Fahrrades aus Röhren? [§ 31.]

IV. Die Adhäsion und ihre Wirkungen.

§ 34. **Adhäsion.** Wenn zwei verschiedene, ursprünglich getrennte Körper mit Teilen ihrer Oberfläche in molekulare Entfernung gebracht werden, so tritt eine Anziehung zwischen den genäherten Molekülen beider Körper auf. Dieselbe wird **Adhäsion** (Anhangskraft) genannt; sie bewirkt, daß die beiden Körper fest aneinander haften. — Adhäsion und Kohäsion bezeichnet man, weil sie nur in molekularen Entfernungen wirken, als **Molekularkräfte.**

Die Adhäsion pulverförmiger fester Körper (z. B. Staub, Ruß) an anderen Körpern ist eine alltägliche Erscheinung. Dagegen haften größere feste Körper durch Adhäsion nur aneinander, wenn sie mit gut geschliffenen kongruenten Flächen sich berühren oder wenn dieselben plastisch sind (Adhäsionsplatten, Plattieren der Metalle, Belegung von Spiegeln mit Silber oder Quecksilberamalgam, Schreiben und Zeichnen mit Bleistift oder Kreide, Modellieren mit Wachs). — Die Adhäsion von Flüssigkeiten und Gasen an festen Körpern ist wiederum wegen der leichten Beweglichkeit der Flüssigkeits- und Gasmoleküle eine häufig beobachtete Erscheinung (Schreiben mit Tinte, Malen, Kitten, Leimen, Löten, Siegeln, an festen Körpern haftende Luftschichten).

Übungen. a) Zusammenlöten zweier Blechstücke oder Drähte und Einkitten eines Drahtes in ein Glasrohr. — b) Man hänge an eine empfindliche Spiralfeder aus dünnem Drahte ein dünnes Blech, so daß die untere Kante horizontal ist, und senke das Blech in verschiedene Flüssigkeiten! Man bestimme die Dehnung der Spiralfeder und damit die Adhäsion der verschiedenen Flüssigkeiten durch vorsichtiges Emporziehen des Aufhängepunktes der Federwage!

§ 35. **Kapillarerscheinungen.** Flüssigkeiten zeigen in Berührung mit festen Körpern bemerkenswerte Adhäsionserscheinungen, welche besonders in engen Röhren (Kapillarröhren, lat. capillus = Haar) sehr stark auftreten und daher auch **Kapillarerscheinungen** heißen.

Wenn eine Flüssigkeit einen festen Körper **naß macht, benetzt,** so ist notwendig die Adhäsion A (Abb. 17) eines Flüssigkeitsteilchens am Körper größer als die nach dem Inneren der Flüssigkeit wirkende Kohäsion K. Die Gesamtwirkung R beider Kräfte ist daher schräg abwärts nach dem Inneren des festen Körpers gerichtet. Da die Flüssigkeitsoberfläche stets senkrecht zu der Gesamtwirkung R ist, so gilt:

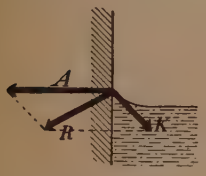


Abb. 17. Benetzende Flüssigkeit.

Benetzende Flüssigkeiten zeigen eine am festen Körper konkav in die Höhe gezogene Oberfläche. In Kapillarröhren tritt diese Anziehung der Flüssigkeit durch die Rohrwand sehr stark auf. Die Flüssigkeit erscheint dann um so mehr in die Höhe gezogen, je enger die Röhre ist (**Kapillarattraktion,** Abb. 18). — Das Aufsaugen des Öls in Lampendochten, des Grundwassers in die Mauern der Gebäude, des Wassers in die Saftkanäle der Pflanzen usw. sind Beispiele solcher Kapillarattraktion.

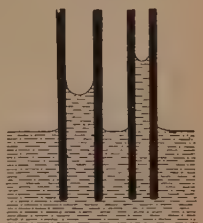


Abb. 18. Kapillarattraktion.

Bei einer **nichtbenetzenden Flüssigkeit** ist die Adhäsion A (Abb. 19) am festen Körper geringer als die Kohäsion K der Flüssigkeitsmoleküle unter sich. Die Gesamtwirkung R beider Kräfte ist daher nach dem Inneren der Flüssigkeit gerichtet. Die an den festen Körper

Abb. 19. Nicht benetzende Flüssigkeit.

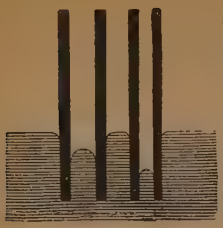


Abb. 20.
Kapillardepression.

angrenzende Flüssigkeitsoberfläche ist senkrecht zu R, so daß gilt: *Nicht benetzende Flüssigkeiten zeigen eine am festen Körper konvex abwärts gekrümmte Oberfläche.* Diese Erscheinung weisen z. B. Quecksilber und die meisten festen Körper oder Wasser und eingefettete Körper auf. In Kapillarröhren wird die Flüssigkeit förmlich nach abwärts gedrückt und zwar wieder um so mehr, je enger die Röhre ist (**Kapillardepression**, Abb. 20).

Die gekrümmte Oberfläche einer Flüssigkeit in einer engen Röhre wird Meniskus genannt.

Die Adhäsion bewirkt zunächst nur die konkave bzw. konvexe Wölbung der Flüssigkeitsoberfläche. Das Emporheben bzw. Herabdrücken der Flüssigkeit ist dagegen auf eine Wirkung der Kohäsion zurückzuführen. Auf ein Molekül M, M′ oder M″ (Abb. 21a, b, c) nahe der Flüssigkeitsoberfläche werden nämlich von den ringsum in einem bestimmten Bereiche (Wirkungssphäre) liegenden Molekülen Kohäsionskräfte ausgeübt. Diese Kräfte heben sich, soweit sie von symmetrisch zu M, M′ oder M″ gelegenen Teilchen herrühren, gegenseitig auf. Ein anderer (in den Figuren schraffierter) Teil der Wirkungssphäre aber liefert eine nach dem Inneren der Flüssigkeit gerichtete Zugkraft, welche **Oberflächenspannung** heißt. Die Vergleichung der in Betracht kommenden Teile der Wirkungssphäre läßt erkennen: *Bei konkavem Meniskus ist die Oberflächenspannung kleiner, bei konvexem Meniskus aber größer als bei ebener Flüssigkeitsoberfläche.* Stets verhält sich also die Oberflächenschicht wie eine dünne über die Flüssigkeit gespannte Haut von gewisser Festigkeit (vgl. Laufen der Wasserspinnen auf Wasser, Liegenbleiben von Sand und feinen Nähnadeln auf Wasser). Infolge der nach dem Inneren der Flüssigkeit wirkenden Oberflächenspannung hat eine konvexe Flüssigkeitsoberfläche das Bestreben, sich zu verkleinern (z. B. Zusammenfließen zweier Quecksilbertropfen zu einem einzigen mit kleinerer Oberfläche, Kleinerwerden einer Seifenblase). Die Oberflächenspannung drückt bei konkaver Wölbung mit geringerer, bei konvexer Krümmung mit größerer Kraft auf die Flüssigkeit als bei ebener Oberfläche. In einem Glasröhrchen mit kegelförmigem Hohlraum verschiebt sich ein benetzender Flüssigkeitstropfen nach dem engen, ein nicht benetzender nach dem weiten Ende des Röhrchens infolge der verschieden großen Oberflächenspannungen an den beiden verschieden gewölbten Menisken des Tropfens. In zwei miteinander in Verbindung stehenden Gefäßen von ungleicher Weite herrscht

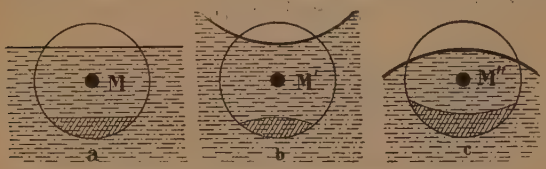


Abb. 21. Wirkung auf ein Molekül nahe an der Oberfläche.

wegen der verschiedenen Gestalt der Flüssigkeitsoberfläche ungleiche Oberflächenspannung, somit ein abwärts wirkender Oberflächendruck von ungleicher Größe. Daher tritt bei konkaver Oberfläche Kapillarattraktion, bei konvexer Oberfläche Kapillardepression in dem engeren Gefäß auf.

§ 36. **Auflösung. Diffusion.** Die Adhäsion ist auch die Ursache für die **Auflösung eines festen Körpers** in einer Flüssigkeit. Es muß dann notwendig die Adhäsion des festen Körpers zur Flüssigkeit größer sein als die Kohäsion im festen Körper. — Auch die als **Diffusion** bezeichnete Erscheinung, welche in der völlig gleichartigen und von selbst eintretenden Durchmischung von zwei in Berührung gebrachten Flüssigkeiten oder Gasen besteht, ist durch die Adhäsion bedingt. So erscheinen z. B. eine Farbstofflösung und darüber geschichtetes, spezifisch leichteres, reines Wasser nach einiger Zeit gleichmäßig gemischt. Wenn man ferner auf einen mit Kohlensäure gefüllten Glaszylinder einen mit Luft gefüllten stülpt (Abb. 22), in welchem ein Streifen feuchtes blaues Lackmuspapier L hängt, so zeigt nach einiger Zeit die Rotfärbung des Lackmuspapiers die Anwesenheit von Kohlensäure im oberen Zylinder an.

Abb. 22. Diffusion von Gasen.

§ 37. **Osmose.** Die Kapillarattraktion ist ferner die Veranlassung für den als **Osmose** bezeichneten lebhaften Durchgang von Flüssigkeiten und Gasen durch poröse Körper, z. B. tierische und pflanzliche Häute oder Membrane, unglasierte Tonkörper usw. — Überwiegt die Adhäsion des einen diffundierenden Körpers zur Substanz des porösen Körpers, so geht dieser in größerer Menge durch die poröse Wand als der andere flüssige oder gasförmige Körper. Wird z. B. ein mit Tierblase unten zugebundenes Gefäß, welches eine Salzlösung enthält, in Wasser gesetzt (Abb. 23), so wird der stärkere Übergang des Wassers zur Salzlösung durch den höher werdenden Stand der Flüssigkeit im engen Rohre angezeigt.

Abb. 23. Osmose von Flüssigkeiten.

Von besonderer Wichtigkeit für osmotische Vorgänge sind sog. halbdurchlässige Membranen (Traube 1867, Pfeffer 1877), bei welchen die Poren der Membran, z. B. einer unglasierten Tonzelle, mit Ferrocyankupfer verschlossen werden, indem man die Tonzelle zuerst mit Kupfervitriollösung, dann mit einer Lösung von Ferrocyankalium (gelbes Blutlaugensalz) durchtränkt. Durch eine solche Membran geht Wasser ungehindert durch, dagegen werden die darin gelösten Stoffe zurückgehalten. Eine halbdurchlässige z. B. mit Zuckerlösung gefüllte Tonzelle läßt, in Wasser gesetzt, dieses bis zu einer maximalen, einen bestimmten Höchstdruck, den sog. osmotischen Druck, angebenden Höhe eintreten, dagegen den gelösten Stoff (Zucker) nicht austreten. Nach Pfeffer und van't Hoff ist der osmotische Druck vom Wärmegrad, von der Konzentration und der chemischen Beschaffenheit der Lösung abhängig und für sog. isomolekulare Lösungen, d. i. Lö-

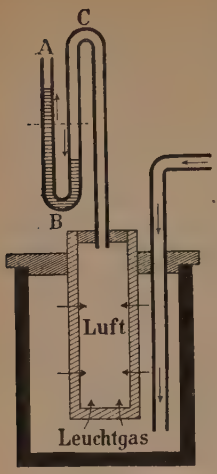


Abb. 24. Osmose von Gasen.

sungen von soviel Gramm des Stoffes, als sein Molekulargewicht beträgt, in 1 l Wasser, gleich groß. Die Moleküle des gelösten Stoffes können bezüglich ihres Verhaltens mit den Molekülen eines in einem Raum enthaltenen Gases verglichen und daher die Gasgesetze (§ 134) auf den gelösten Stoff angewendet werden.

Nach Graham kann man auch eine Trennung (Dialyse) von kristallinischen Stoffen (Kristalloide) von leimartigen Stoffen (Kolloide) dadurch vornehmen, daß man die beide Stoffe enthaltende Flüssigkeit in einem unten mit Tierblase abgeschlossenen Gefäß auf Wasser setzt. Die Kristalloide gehen durch die Membran hindurch und in das Wasser über, die Kolloide nicht. — In gleicher Weise tritt Leuchtgas lebhafter durch die poröse Wand eines Tongefäßes zu der innen befindlichen Luft als umgekehrt. Die Sperrflüssigkeit im Rohre AB steigt daher infolge der Druckzunahme in der Tonzelle (Abb. 24). Die Flüssigkeit geht aber im Rohre BC in die Höhe, wenn durch Emporheben der Tonzelle das Leuchtgas aus ihrem Inneren wieder in die äußere Luft tritt.

Übungen. a) Eintauchen von Löschpapierstreifen in verschiedene Flüssigkeiten und Untersuchen der Steighöhen und Steigzeiten. — b) Messen der Steighöhen verschiedener Flüssigkeiten in Kapillarröhren und Aufsuchen des Zusammenhangs mit dem Rohrdurchmesser. — c) Beobachten der Erscheinungen beim Abtropfen einer Flüssigkeit aus einem unten eben abgeschliffenen engen Rohre.

Aufgaben. 15. Erkläre die Wirkung der Handtücher, der Schwämme, des Löschpapiers, des Spaltes der Stahlfedern. [§ 34, 35.]

16. Warum steigt Wasser zwischen zwei, unter sehr spitzem Winkel zueinander geneigten Glasplatten in krummer Linie in die Höhe? [§ 35.]

17. Warum quellen Bohnen und Erbsen in Wasser auf und warum zieht eine Rettichscheibe Wasser, wenn man sie mit Salz bestreut? [§ 37.]

18. Welche Anwendung macht man von der Adhäsion im Bauhandwerk? [§ 34.]

V. Die Reibung.

§ 38. **Reibung.** Wenn Körper mit ihren Oberflächen aneinander hin bewegt werden, tritt als Bewegungshindernis eine Widerstandskraft auf, welche man **Reibung** heißt. Diese Kraft wird nicht durch Adhäsion, sondern vielmehr dadurch veranlaßt, daß die Unebenheiten der sich berührenden Oberflächen ineinander eingreifen. Man muß somit bei der Bewegung gewissermaßen den einen Körper über die Hervorragungen des anderen hinwegheben. Die Reibung wird daher durch Glätten, Polieren, Schmieren der aneinander reibenden Oberflächen verringert.

Die Reibung R ist nach Coulomb[1]) bei harten Körpern von dem

1) Coulomb (1736—1806), Mitglied der Pariser Akademie, verwendete auch zuerst die Torsionswage zur Messung magnetischer und elektrischer Kräfte und stellte für diese das Kraftgesetz fest (§ 213 und 226).

Normaldruck (= senkrechten Druck) N des reibenden Körpers auf die Unterlage und vom Material beider, nicht aber von der Größe der Berührungsflächen und der Geschwindigkeit der Bewegung abhängig. Man kann daher setzen:

$$R = f \cdot N$$

Reibung = Reibungskoeffizient × Normaldruck.

Der Faktor f, welcher Reibungskoeffizient heißt, gibt, mit dem gegenseitigen Druck der beiden Körper multipliziert, diejenige Kraft, welche zur Überwindung der Reibung notwendig ist. *Die Reibung wirkt stets in einer der jeweiligen Bewegung entgegengesetzten Richtung.* — Der Reibungskoeffizient f wird durch die in Abb. 25 dargestellte Anordnung ermittelt. Man legt den Körper auf eine wagrechte Unterlage und befestigt an ihm eine über ein leicht bewegliches Rädchen laufende Schnur, an welcher eine Schale angehängt ist. Die Zugkraft der Schale samt den eingelegten Gewichten, welche eben das Gleiten verursacht, gibt die Reibung R. Aus den Werten von R und N (= Gewicht des Körpers bei wagrechter Unterlage) läßt sich dann der Reibungskoeffizient f berechnen.

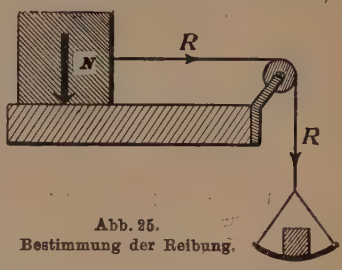


Abb. 25.
Bestimmung der Reibung.

Der Reibungskoeffizient ist für

Holz auf Holz	trocken	0,20—0,48		geschmiert (Öl)	0,06—0,08
Metall auf Metall	„	0,15—0,24		„	0,06—0,11
Leder auf Metall	„	0,30—0,54		„	0,14
Eisen auf Eis	„	0,016—0,032			

Man unterscheidet **gleitende** und **wälzende** (= **rollende**) **Reibung**. „Gleitende Reibung ist vorhanden, wenn die aneinander hinbewegten Körper mit ausgedehnten Flächen sich berühren. Wälzende oder rollende Reibung findet dagegen statt, wenn ein runder, walzenförmiger oder mit Rädern versehener Körper über eine Unterlage fortbewegt wird, so daß eine Berührung beider Körper nur längs einer Linie oder in wenigen Punkten erfolgt.“ Die gleitende Reibung ist unter sonst gleichen Umständen stets größer als die wälzende. Die rollende Reibung ist dem Normaldruck direkt, dem Radius des Rades oder der Walze umgekehrt proportional. Man sucht daher im täglichen Leben, wenn möglich, wälzende Reibung zur Anwendung zu bringen (z. B. Fortschaffen von Lasten auf Wagen, eines Quadersteines auf Walzen, Drehung einer Achse in Kugellagern). — Die als Bewegungshindernis häufig störend auftretende Reibung ist anderseits von Nutzen und durchaus notwendig für das Befestigen von Körpern mit Nägeln und Schrauben, für das Binden mit Schnüren, für das Nähen, für die Übertragung von Bewegung mittels Treibriemens, für das Gehen, Fahren (Sandstreuen bei Glatteis) usw.

Übungen. a) Bestimme den Reibungskoeffizienten verschiedener Körper mit der Anordnung nach Abb. 25 und unter Benützung der Federwage! — b) Bestimmung

des Reibungskoeffizienten eines Körpers ohne und mit Anwendung eines Schmiermittels. — c) Vergleichung der Reibungskoeffizienten für gleitende und wälzende Reibung bei dem gleichen Stoff und bei verschiedenem Durchmesser der Walze.

Aufgaben. 19. Welche Art von Reibung kommt bei der Drehung der Achse eines Rades in ihren Lagern und bei Übertragung der Bewegung von einem Rad auf ein anderes durch Treibriemen oder Schnurlauf zur Geltung? [§ 38.]

20. Warum bietet die Lagerung einer Radachse auf Friktionsrollen oder in ein Kugellager (wie z. B. beim Fahrrad) Vorteile? [§ 38.]

21. Welche Kraft setzt einen 80 kg schweren Schlittschuhläufer, welche einen 2 t schweren Schlitten auf horizontaler Eisbahn in Bewegung? [1,28 bis 2,56 kg, 32 bis 64 kg.]

22. Welchen Zweck hat der Radschuh und das Sandstreuen bei Glatteis? [§ 38.]

23. Wie groß sind die Reibungskoeffizienten der gleitenden, bzw. wälzenden Reibung, wenn ein Pferd, dessen Zugkraft 50 kg beträgt, mit einer beschlagenen Schleife 160 kg, durch einen Wagen auf Feldwegen 1200 kg, auf guter Landstraße 2 t, auf Schienen 10 t ziehen kann? [0,31; 0,041; 0,025; 0,005.]

VI. Mechanik.

A. Gleichgewicht fester Körper (Statik).

a) Zusammensetzung von Kräften.

§ 39. **Mechanik, Ruhe und Bewegung.** „Unter **Mechanik** versteht man die Lehre vom **Gleichgewicht** und von der **Bewegung** der Körper.“

Ein Körper befindet sich in **Ruhe** oder in **Bewegung**, je nachdem er seine Lage gegenüber von Gegenständen auf der Erdoberfläche beibehält oder verändert, welche wir als festliegend annehmen, wie Gebäude, Bäume usw.

„Jede Ursache einer Veränderung im Zustande eines Körpers bezeichnet man als **Kraft**.“ Für die Bewegung genügt die Einwirkung einer einzigen Kraft; für den Ruhezustand oder das Gleichgewicht sind aber mindestens zwei Kräfte nötig, welche sich in ihrer Wirkung gegenseitig aufheben.

Ein schwerer Körper fällt z. B. infolge der Schwerkraft lotrecht abwärts, wenn er nicht unterstützt ist. Er verharrt dagegen in Ruhe, wenn er auf einer Unterlage liegt; diese übt dann einen der Schwerkraft gleichen Druck aufwärts aus.

§ 40. **Darstellung der Kräfte.** Eine Kraft ist vollständig bestimmt, wenn man ihren **Angriffspunkt**, d. h. den Punkt A (Abb. 26), an welchem sie tätig ist, ihre **Richtung** MN und ihre **Größe** P kennt. Zur Darstellung dieser Merkmale einer Kraft hat man festgesetzt: Man zeichnet Kräfte als Pfeilstrecken oder Vektoren, deren Richtung gleichzeitig die Richtung der Kraft, deren Länge die Größe der Kraft angibt. Man wählt deshalb eine beliebige Strecke als Bild der Kraft von 1 kg (Abb. 26). Dann wird eine Kraft von P kg durch eine in der Kraftrichtung MN

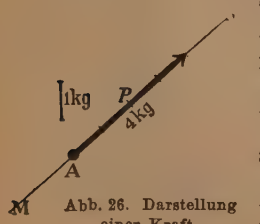


Abb. 26. Darstellung einer Kraft.

genommene Strecke dargestellt, welcher man vom Angriffspunkt A aus die Länge von P solchen Einheitsstrecken gibt. Durch eine Pfeilspitze am einen Ende dieser Strecke zeigt man an, wohin die Kraft vom Angriffspunkt A aus wirkt. — Mit Hilfe einer solchen Darstellung der Kräfte lassen sich Aufgaben der Mechanik meist durch einfache geometrische Konstruktionen lösen.

Wegen der beträchtlichen Kohäsion in einem festen oder starren Körper ist noch zu beachten: *Bei einem festen Körper kann der Angriffspunkt in der Richtung der Kraft beliebig verlegt werden.*

§ 41. **Resultante, Komponenten.** Mehrere, an einem und demselben Angriffspunkt wirkende Kräfte lassen sich durch eine einzige Kraft ersetzen, welche dieselbe Wirkung erzielt, wie die Gesamtheit aller ursprünglich gegebenen Kräfte.

„Die gegebenen Kräfte heißen **Seitenkräfte** oder **Komponenten**, die Kraft, welche alle Seitenkräfte in ihrer Wirkung vollständig ersetzen kann, nennt man **Mittelkraft** oder **Resultante**."

§ 42. **Resultante von Kräften in einer Geraden.** Mehrere Kräfte können **in derselben Geraden** und dann in **gleichem** oder in **entgegengesetztem Sinne** wirken.

a) Hängt man an eine Spiralfeder (wie in Abb. 12, § 29) gleichzeitig die Gewichte P_1, P_2, P_3 ..., so wird dieselbe in Richtung ihrer Achse um eine Länge gestreckt, welche an einem neben der Spiralfeder angebrachten Maßstab bestimmt werden kann. Entfernt man die Gewichte und ersetzt sie durch ein Gewicht R von solcher Größe, daß eine gleich große Verlängerung der Spiralfeder wie vorher entsteht, so ist

$$R = P_1 + P_2 + P_3 + \cdots.$$

Kräfte, welche in derselben Geraden und in demselben Sinne wirken, lassen sich durch eine im nämlichen Sinne wirkende Resultante ersetzen, welche gleich der Summe der Komponenten ist.

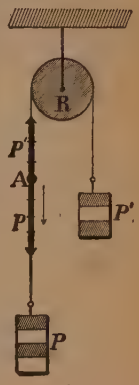


Abb. 27.

b) Um Kräfte in entgegengesetztem Sinne in einer Geraden wirken zu lassen, benützt man eine am Rande eingekerbte und um eine Achse drehbare Kreisscheibe (Rolle R, Abb. 27; s. auch § 63), deren Achsenlager befestigt ist. Hängt man an die Enden einer in die Einkerbung gelegten Schnur Gewichte P und P' an, so wird ein Punkt A der Schnur durch die Kraft P abwärts, durch die Kraft P' unter Benützung der Wirkung der Rolle (§ 63) aufwärts gezogen. Ist $P = P'$, so bleibt Punkt A in Ruhe, es ist also **Gleichgewicht** vorhanden. Ist $P > P'$, so bewegt sich Punkt A im Sinne der größeren Kraft abwärts. Um die Bewegung zu verhindern, also Gleichgewicht herzustellen, muß man zu dem Gewicht P' ein Gewicht $R = P - P'$ hinzufügen. Hieraus folgt:

Wirken zwei Kräfte in derselben Geraden, aber in entgegengesetztem Sinne an einem Angriffspunkt, so ist die Resultante gleich der Differenz der Kräfte und wirkt im Sinne der größeren Komponente, also

$$R = P - P'.$$

c) Die Kräfte P und P' können natürlich auch die Resultanten von mehreren jeweils im gleichen Sinne wirkenden Kräften sein (z. B. das Seilziehen der Turner). Dann ergibt sich:

Wirken an einem Angriffspunkt und in derselben Geraden beliebig viele Kräfte $(P_1, P_2, P_3 \ldots)$ *in einem, willkürlich als positiv wählbaren Sinne, beliebig viele andere Kräfte* $(P_1', P_2', P_3' \ldots)$ *in gerade entgegengesetztem, also negativem Sinne, so ist die Resultante gleich dem Aggregat aller wirkenden Kräfte,* also

$$R = P_1 - P_1' + P_2 - P_2' + \cdots$$

Das Vorzeichen des Aggregats bestimmt die Richtung der Resultante.

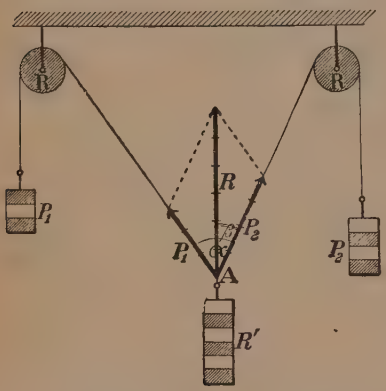


Abb. 28. Zusammensetzung von Kräften durch das Kräfteparallelogramm.

§ 43. **Parallelogramm der Kräfte.** Hängt man an einer über zwei Rollen R, R (Abb. 28) laufenden Schnur die Gewichte P_1, P_2 und R' an, so tritt nach einigem Hin- und Herschwanken der Schnur Gleichgewicht ein. Es muß dann notwendig das Gewicht R' der Resultante R der in A wirkenden Schnurspannungen P_1 und P_2 entgegengesetzt gleich sein. Man hat somit Größe und Richtung der Resultante von zwei in einem Angriffspunkt A nach verschiedenen Richtungen wirkenden Kräften P_1 und P_2 gefunden. Bildet man nun aus Stäben, deren Längen den Kräften P_1, P_2, R proportional sind, ein Parallelogramm, so zeigt dieses dieselben Winkel α und β wie die Schnurstücke und die Lotrechte bei Punkt A der Schnur. Daher ergibt sich:

Zwei Kräfte (P_1 und P_2), *welche an einem und demselben Angriffspunkt* (A), *aber nach verschiedenen Richtungen* (AB, AC) *wirken, lassen sich durch eine Resultante* (R) *ersetzen, welche nach Größe und Richtung gegeben ist durch die Diagonale desjenigen Parallelogramms, welches man aus den Komponenten als Seiten konstruieren kann* (Abb. 29). Dasselbe heißt **Parallelogramm der Kräfte.**[1])

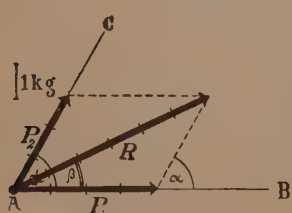


Abb. 29 Kräfteparallelogramm.

1) Der Satz vom Kräfteparallelogramm rührt von Galileo Galilei (1564—1642), zu-

Unter dem Parallelogramm der Kräfte versteht man also eine geometrische Konstruktion, mittels deren man für zwei Kräfte, deren Richtungen sich schneiden, die Resultante nach Größe und Richtung bestimmen kann.

Ist $B\hat{A}C = 90^0$ (Abb. 29), so ergibt die Rechnung

$$R = \sqrt{P_1^2 + P_2^2}.$$

Man kann aber auch stets die Größe der Resultante durch genaue Ausmessung ihrer Länge mit Hilfe der festgesetzten Einheitsstrecke für 1 kg bestimmen.

Ist $B\hat{A}C$ ein beliebiger Winkel, so ist die Bestimmung von Größe und Richtung der Resultante R aus P_1, P_2 und α entweder wie vorher durch Ausmessung oder auf trigonometrischem Wege möglich. Man hat nämlich (Abb. 29)

$$R = \sqrt{P_1^2 + P_2^2 - 2P_1 \cdot P_2 \cdot \cos(180 - \alpha)} = \sqrt{P_1^2 + P_2^2 + 2P_1 \cdot P_2 \cdot \cos\alpha},$$

ferner $\sin\beta$; $\sin\alpha = P_2 : R$, also $\sin\beta = \frac{P_2 \cdot \sin\alpha}{R}$.

§ 44. **Beliebig viele Kräfte an einem Punkt.** Die Mittelkraft von beliebig vielen, an einem Angriffspunkt A wirkenden (oder sich in einem Punkte schneidenden) Kräften $P_1, P_2, P_3 \ldots$ mit beliebigen Richtungen

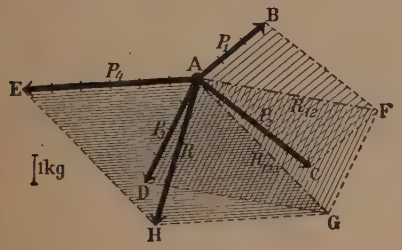


Abb. 30.

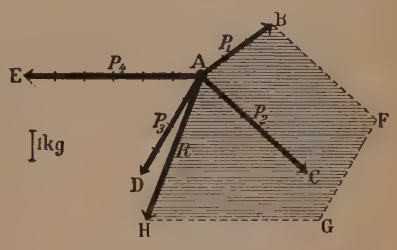


Abb. 31. Kräftepolygon.

läßt sich durch wiederholte Anwendung der Konstruktion eines Kräfteparallelogramms ermitteln. Man nimmt nämlich zunächst irgend zwei Komponenten zu einer Resultante zusammen, dann diese Resultante in gleicher Weise mit einer beliebigen 3ten Komponente usf. bis alle Komponenten vereinigt sind (Abb. 30). — Liegen die Kräfte $P_1, P_2 \ldots$ alle in einer und derselben Ebene, der Zeichnungsebene, so ist die angegebene Vereinigung ohne weiteres planimetrisch durchführbar. Andernfalls legt man durch irgend zwei der zu vereinigenden Kräfte eine Ebene und konstruiert in dieser das Kräfteparallelogramm.

§ 45. **Kräftepolygon.** Um die wiederholte Konstruktion von Kräfteparallelogrammen zu vermeiden, kann man auch durch den Endpunkt B

letzt Professor der Mathematik in Padua, dem Begründer der Mechanik (Fallgesetze, Lehre vom Wurf, Pendelbewegung) her. Auch der Holländer Stevin (1548—1620) hat den Satz, wenn auch in anderer Form, ausgesprochen.

der Komponente P_1 eine Gerade BF $\# P_2$, durch deren Endpunkt F eine Gerade FG $\# P_3$ usw. ziehen. Die zu den einzelnen Komponenten parallel gezogenen Strecken bilden dann ein **offenes** (ebenes oder räumliches) **Polygon** ABF . . H, dessen letzte noch fehlende Seite AH nach Größe und Richtung die Resultante R aller Kräfte darstellt (**Polygon der Kräfte**, Abb. 31, vgl. auch Abb. 30).

§ 46. **Gleichgewicht.** *Wirken beliebige Kräfte an einem Angriffspunkt, so ist stets dann Gleichgewicht vorhanden, wenn die Resultante* $R = 0$ *ist.* Hat die Resultante aber irgendeine Größe R, so können alle Seitenkräfte durch eine der Resultante R gleiche, aber entgegengesetzt gerichtete Kraft R' im Gleichgewicht gehalten werden. (Vgl. z. B. den experimentellen Nachweis des Satzes vom Kräfteparallelogramm Abb. 28.)

§ 47. **Zerlegung einer Kraft in Komponenten.** Jede Kraft R von gegebener Größe und Richtung läßt sich auch als Resultante zweier Kräfte auffassen, welche nach bekannten Richtungen wirken. Man findet die in diesen Richtungen wirkenden Komponenten, indem man aus R als Diagonale und den gegebenen Richtungen als Seitenrichtungen ein Kräfteparallelogramm konstruiert, dessen Seitenlängen dann die Komponenten der Größe nach ergeben (Abb. 32). Eine derartige geometrische Konstruktion nennt man eine **Zerlegung einer Kraft in ihre Komponenten.** — Eine Kraft R kann auf unzählige Weisen in Komponenten zerlegt werden, falls die Richtungen der Komponenten beliebig gewählt werden dürfen.

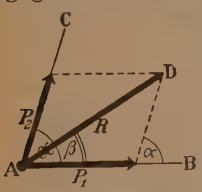


Abb. 32. Zerlegung einer Kraft in Komponenten.

Aus R und den Winkeln α und β findet man mittels des Sinussatzes die Werte der Komponenten:

$$P_1 = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin \alpha} \cdot R, \quad P_2 = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \cdot R.$$

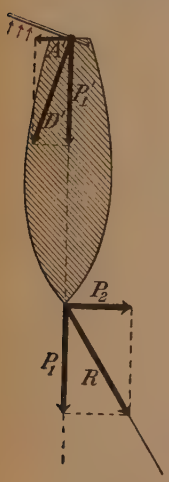


Abb. 33.

Beispiele. 1. **Kräfte am Kanalschiff.** Ein Kanalschiff werde mit der im Zugseil wirkenden Kraft R (Abb. 33) gezogen. Man findet dann durch Zerlegung der Kraft R die Komponente P_1, welche auf das Schiff in der Kielrichtung bewegend einwirkt. Die zur Kielrichtung senkrechte Komponente P_2 wird zum größten Teil durch den Wasserwiderstand aufgehoben. Der Rest liefert nach dem Ufer zu einen Abtrieb, welchem man durch die Stellung des Steuerruders entgegenwirken muß. Aus der bewegenden Kraft $P_1 = P_1'$ in der Kielrichtung und einer dem Abtrieb entgegengesetzt gleichen Kraft A' ergibt sich durch die Konstruktion eines Kräfteparallelogramms die Kraft D', welche zur Vermeidung des Abtriebes das Schiff bewegen muß. Dem Steuer ist also eine nach der Seite von D' geneigte Richtung zu geben.

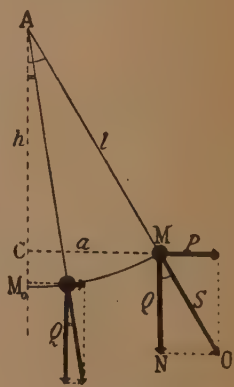


Abb. 34. Wagrechte Kraft beim Fadenpendel.

2. Wagrechte Kraft beim Fadenpendel. Wegen einer wichtigen späteren Anwendung (§ 226) soll noch die wagrechte Kraft P (z. B. mit einer empfindlichen Federwage meßbar) bestimmt werden, die zur Herausbewegung des schweren Pendelkörpers M eines Fadenpendels um die (wagrechte) Strecke a aus der Ruhelage AM_0 nötig ist. Da diese Kraft P stets mit dem Pendelgewicht Q eine Resultante gibt (Abb. 34), welche in die Richtung des Fadens fällt, hat man wegen

$$\triangle MNO \sim \triangle ACM \quad P : Q = a : h, \text{ also } P = Q \cdot \frac{a}{h}.$$

Bei sehr kleiner Ablenkung a des Pendels aus der Ruhelage ist nahezu $h = l$, somit kann man $P = Q \cdot \frac{a}{l}$ setzen. Da Q und l stets gleich bleiben, ist demnach für kleine Ablenkungen die wagrechte Kraft P proportional der Ablenkung a aus der Ruhelage.

§ 48. **Moment einer Kraft.** „Fällt man von einem beliebigen Punkt M (Abb. 35) auf die **Richtung** einer Kraft P die Senkrechte, so heißt man den Abstand a der Kraftrichtung vom Punkt M den **Hebelarm** oder kurz **Arm der Kraft** P in bezug auf den Punkt M. Man nennt ferner das Produkt

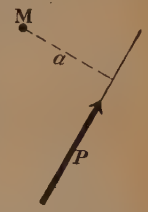


Abb. 35. Moment einer Kraft.

$$P \cdot a = \text{Kraft} \times \text{Hebelarm}$$

das **Drehungsmoment** oder kurz **Moment der Kraft** hinsichtlich des Punktes M (§ 62).“

§ 49. **Mittelkraft von zwei sich schneidenden Kräften mit verschiedenen Angriffspunkten.** Für Kräfte mit verschiedenen starr verbundenen Angriffspunkten kann man die Resultante mittels des Kräfteparallelogramms dann finden, wenn die Kraftrichtungen sich schneiden. Man hat nur nach § 40 die Angriffspunkte A_1 und A_2 (Abb. 36) nach dem Schnittpunkt S der Kraftrichtungen zu verlegen. Nach Konstruktion des Kräfteparallelogramms SBDC kann man die Resultante R' in ihrer Richtung nach dem auf A_1A_2 gelegenen Angriffspunkt E verschieben. Fällt man dann von D und E aus die Senkrechten DF und DG, bzw. a_1 und a_2 auf die Kraftrichtungen, so ergibt sich

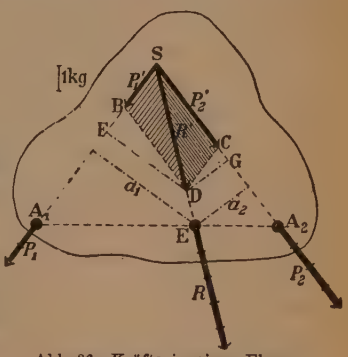


Abb. 36. Kräfte in einer Ebene mit verschiedenen Angriffspunkten.

$$\triangle SBD = \triangle SCD$$
$$\tfrac{1}{2} P'_1 \cdot \overline{DF} = \tfrac{1}{2} P'_2 \cdot \overline{DG}$$
$$P'_1 : P'_2 = P_1 : P_2 = \overline{DG} : \overline{DF}.$$

Da ferner

$$\overline{SE} : \overline{SD} = a_1 : \overline{DF} = a_2 : \overline{DG}$$
$$a_2 : a_1 = \overline{DG} : \overline{DF},$$

so hat man schließlich

$$P_1 : P_2 = a_2 : a_1 \quad \text{oder} \quad P_1 \cdot a_1 = P_2 \cdot a_2.$$

Wählt man also den Angriffspunkt der Resultante auf $A_1 A_2$, so ergibt sich das Gesetz:

Der Angriffspunkt der Mittelkraft liegt auf der Verbindungslinie der Angriffspunkte der Seitenkräfte so, daß die Momente der Komponenten hinsichtlich des Angriffspunktes der Resultante einander gleich sind.

Wäre der Körper um den Punkt E drehbar, so würde er bei Gleichheit der Momente $P_1 \cdot a_1 = P_2 \cdot a_2$ im Gleichgewicht sein, also durch die Kräfte P_1 und P_2 keine Drehung erleiden. Denn die Resultante R würde nur einen Druck auf den Drehpunkt E ausüben.

Aufgaben. 24. An einem Hanfseile ziehen zwei Parteien in entgegengesetzter Richtung, und zwar die eine mit den Kräften 23, 25, 32 kg, die andere mit 18, 27, 35 kg. Welche Partei gewinnt und welchen Querschnitt muß das Seil (Tab. § 28) mindestens haben, wenn es nur einmal oder wiederholt benützt werden soll? [Keine; 10 qmm; 16 qmm.]

25. Auf einen Punkt A wirken drei Kräfte unter gleichen Winkeln von je 120°. Wie groß muß die Kraft P_3 gemacht werden, wenn $P_1 = P_2 = 10$ kg ist und Gleichgewicht bestehen soll? [10 kg.]

26. Beliebig viele Kräfte seien an einem Punkt im Gleichgewicht. Wie verhält sich jede einzelne Kraft im Vergleich zur Wirkung aller übrigen? [§ 46, 48.]

27. Ein Mann schiebt einen Wagen auf wagrechter Bahn mit einer unter 60° zur Wagrechten geneigten Kraft von 40 kg. Welche Kraft bewegt den Wagen und wie groß darf das Gewicht des Wagens höchstens sein, damit bei einem Reibungskoeffizient $\frac{1}{50}$ eine Fortbewegung des Wagens noch möglich ist? [20 kg; 965,36 kg.]

28. Auf einer wagrechten Unterlage liegt ein Stein von 300 kg Gewicht. Derselbe soll durch eine unter 30° zur Wagrechten aufwärts gerichtete Kraft auf seiner Unterlage fortgezogen werden. Wie groß muß diese Kraft sein, wenn der Reibungskoeffizient $\frac{1}{3}$ beträgt? [96,84 kg.]

29. Bestimme die Spannungen, welche in den Tragseilen einer Bogenlampe vom Gewichte P wirken, und untersuche, wie diese Spannungen mit dem Winkel der beiden Tragseile sich ändern! [§ 47.]

30. Eine Schnur von der Länge $AB = l$ ist in A befestigt und trägt in B ein Gewicht P. Welche Kraft muß wagrecht in B wirken, damit die Schnur einen Winkel von 30° mit der Lotrechten bildet? Welche Beziehung gilt ferner für diese Kraft bei kleinen Ablenkungswinkeln α der Schnur von der Vertikalen? [Beisp. 2, § 47; $\frac{1}{3} P\sqrt{3}$; $P \cdot \alpha$.]

31. Eine gewichtslose Stange ist auf einen Vorsprung einer lotrechten Mauer gestützt und am oberen Ende durch eine an der Mauer befestigte Schnur gehalten. Schnur und Stange bilden mit der Mauer bzw. die Winkel 30° und 60°. Welche Kräfte wirken in Schnur und Stab, wenn am oberen Ende der Stange ein Gewicht P lotrecht abwärts wirkt? Welchen Zug bzw. Druck üben Schnur und Stange senkrecht zur Mauer aus? [$\frac{1}{2} P\sqrt{3}$, $\frac{1}{2} P$; $\frac{1}{4} P\sqrt{3}$.]

32. Das Segel eines Bootes steht unter 45° zur Kielrichtung. Der Wind wirkt mit einer Gesamtkraft P unter einem Winkel von 60° zur Segelfläche. Welche Kraft wirkt in der Kielrichtung bewegend auf das Boot? $\left[\frac{P}{4}\sqrt{6}.\right]$

33. An zwei in einer Horizontalen im Abstande $a = 40$ cm befindlichen Punkten A und B ist eine Schnur von 80 cm Länge festgeknüpft. An der Schnur hängt reibungslos mittels eines Ringes ein Gewicht von $P = 12$ kg. Wie groß sind die Schnurspannungen? [6,928 kg.]

Übungen. a) Bestätigung des Satzes vom Kräfteparallelogramm mit Apparat Abb. 28 und mit Federwagen. — b) Experimentelle Lösung der Aufgaben 25, 30, 33 unter Anwendung von Federwagen (von den in Aufg. 25 und 30 angegebenen Kräften ist nur je $\frac{1}{10}$ zu nehmen).

§ 50. **Mittelkraft von zwei parallelen Kräften.** Für zwei parallele an einem Körper angreifende Kräfte versagt die Konstruktion der Mittelkraft mit Hilfe des Kräfteparallelogramms. Zur Ermittelung der Resultante durch den Versuch hängt man an eine über die Rolle R laufende Schnur eine gleichmäßig dicke Stange SS (Abb. 37) und hält die Stange durch das Gewicht P_0 im Gleichgewicht. Soll nun unter der Wirkung der parallelen Kräfte P_1 und P_2 die Stange in jeder

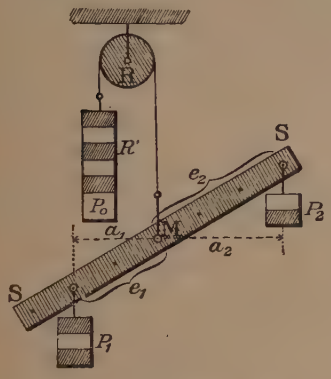


Abb. 37. Parallele Kräfte.

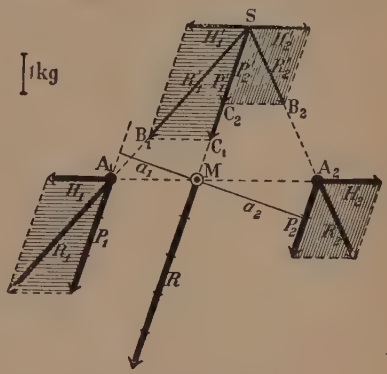


Abb. 38. Parallele Kräfte.

Lage im Gleichgewicht bleiben, so müssen zunächst die Momente $P_1 \cdot a_1$ und $P_2 \cdot a_2$ der Kräfte in bezug auf den Aufhängepunkt M der Stange einander gleich sein. (Die Gleichheit der Momente $a_1 \cdot P_1 = a_2 \cdot P_2$ bleibt auch bei schiefer Lage der Stange bestehen; es gilt wegen $a_1 : a_2 = e_1 : e_2$ auch noch $P_1 \cdot e_1 = P_2 \cdot e_2$.) Außerdem muß zu P_0 ein Gewicht $R' = P_1 + P_2$ hinzugefügt werden, um nunmehr die Stange zu halten. Diese Kraft R' ist aber offenbar der Resultante der Kräfte P_1 und P_2 entgegengesetzt gleich. Es ergibt sich also: *Die Mittelkraft von zwei parallelen und gleichgerichteten Kräften ist gleich der Summe derselben und ihnen gleichgerichtet. Der Angriffspunkt der Mittelkraft (Mittelpunkt der parallelen Kräfte) liegt ferner zwischen den Angriffspunkten der Komponenten so, daß die Momente der Komponenten in bezug auf diesen Mittelpunkt einander gleich sind* (§ 49). — Für letztere Bedingung läßt sich auch sagen: *Der Mittelpunkt der Parallelkräfte teilt die Verbindungslinie ihrer Angriffspunkte im umgekehrten Verhältnis der Kräfte.* Denn es ist wegen $P_1 \cdot e_1 = P_2 \cdot e_2$ auch $e_1 : e_2 = P_2 : P_1$. Diese Beziehung liefert eine einfache geometrische Konstruktion des Kraftmittelpunktes.

Das gleiche Ergebnis erhält man auch, wenn man in den Angriffspunkten A_1 und A_2 der Komponenten (Abb. 38) zwei gleiche, aber entgegengesetzte Hilfskräfte $H_1 = H_2$ in Richtung $A_1 A_2$ anbringt. Dadurch

wird die Wirkung der Komponenten P_1 und P_2 nicht geändert. Es können aber aus H_1, P_1 und H_2, P_2 die Resultanten R_1 und R_2 mittels des Kräfteparallelogramms konstruiert werden. Nach Verlegung von R_1 und R_2 nach ihrem Schnittpunkt S heben sich deren Komponenten $H_1' = H_2'$ gegenseitig auf. Es bleiben nur die Kräfte P_1', P_2' übrig, deren Resultante $P_1' + P_2' = P_1 + P_2 = R$ ist (s. oben). Ihren Angriffspunkt kann man von S nach dem auf A_1A_2 gelegenen Punkt M verlegen. M heißt dann der Mittelpunkt der parallelen Kräfte.

Denn man hat $\measuredangle SA_1M \sim \measuredangle SB_1C_1$ $\measuredangle SA_2M \sim \measuredangle SB_2C_2$,

also $\overline{A_1M} : \overline{MS} = H_1' : P_1'$ $\overline{A_2M} : \overline{MS} = H_2' : P_2'$,

oder $\overline{A_1M} \cdot P_1' = \overline{MS} \cdot H_1'$ $\overline{A_2M} \cdot P_2' = \overline{MS} \cdot H_2'$.

Wegen $H_1' = H_2'$, $P_1' = P_1$, $P_2' = P_2$, ist endlich $\overline{A_1M} \cdot P_1 = \overline{A_2M} \cdot P_2$,

oder $P_1 : P_2 = \overline{A_2M} : \overline{A_1M}$ w. z. b. w. Es ist noch $a_1 : a_2 = \overline{A_1M} : \overline{A_2M}$, also auch $P_1 \cdot a_1 = P_2 \cdot a_2$ (s. obigen Satz).

§ 51. **Lage des Mittelpunktes von beliebig vielen parallelen Kräften.** Auch für beliebig viele parallele Kräfte ist die Resultante stets gleich der Summe aller Komponenten und ihnen gleichgerichtet.

Bei beliebiger Lage der Angriffspunkte der parallelen Kräfte (Abb. 39 und 40) findet man den Mittelpunkt M durch wiederholte Anwendung der in § 50 angegebenen geometrischen Konstruktion für zwei Kräfte. Es ergibt sich dann nach

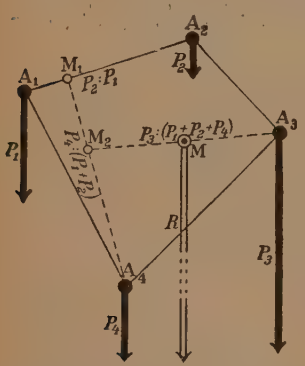


Abb. 39. Ungleiche Parallelkräfte.

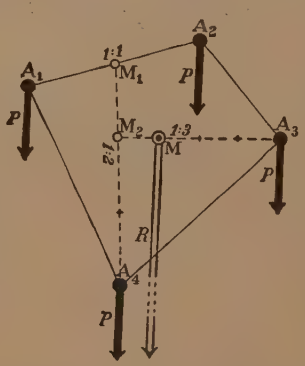


Abb 40. Gleiche Parallelkräfte.

Abb. 39: *Die Lage des Kraftmittelpunktes beliebiger paralleler Kräfte hängt sowohl von der Größe der parallelen Komponenten als von der Verteilung ihrer Angriffspunkte ab.* — Bei durchaus gleicher Größe der Komponenten aber gilt: *Für die Lage des Kraftmittelpunktes gleichgroßer Parallelkräfte ist allein die geometrische Figur maßgebend, welche von den Angriffspunkten gebildet wird.*

Denn im letzteren Falle (Abb. 40) ist die Teilung der Verbindungslinien je zweier Angriffspunkte nur der Reihe nach in den von vornherein vorgegebenen Verhältnissen 1 : 1, 1 : 2, 1 : 3 usw. auszuführen.

§ 52. **Resultante antiparalleler Kräfte. Kräftepaar.** Sind die Kräfte antiparallel, so kann die Resultante nach Lage und Größe experimentell

wie in Abb. 37 und geometrisch wie in Abb. 38 gefunden werden. Auch kann man in Abb. 37 z.B. die Kräfte R' und P_2 als antiparallele Kräfte auffassen. Dann ist notwendig wegen des vorhandenen Gleichgewichts ihre Resultante entgegengesetzt gleich der 3ten Kraft P_1. Endlich kann man aber auch die größere Kraft P_1 (Abb. 41) in zwei gleichgerichtete Komponenten $P_2' = P_2$ und $R = P_1 - P_2$ zerlegen. Dann muß der Angriffspunkt M von R so liegen, daß $\overline{MA_1} \cdot R = \overline{A_1A_2} \cdot P_2'$ ist. Man kann nun die Kraft P_1 durch ihre Komponenten R und P_2' ersetzen. Dann halten sich aber P_2 und P_2', weil entgegengesetzt gleich, im Angriffspunkt A_2 das Gleichgewicht. Es bleibt also nur die Kraft $R = P_1 - P_2$ allein wirksam übrig. Sie ist somit die Resultante der antiparallelen Kräfte. Man hat nun:

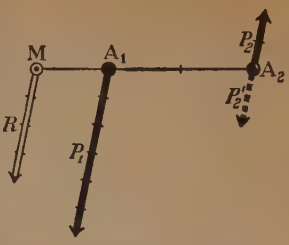


Abb. 41. Antiparallele Kräfte.

$$\overline{MA_1} \cdot R = \overline{A_1A_2} \cdot P_2' \qquad \text{also schließlich}$$

$$\overline{MA_1} \cdot (P_1 - P_2) = \overline{A_1A_2} \cdot P_2 \qquad \overline{MA_1} \cdot P_1 = \overline{MA_2} \cdot P_2 \text{ oder}$$

$$\overline{MA_1} \cdot P_1 = \overline{MA_1} \cdot P_2 + \overline{A_1A_2} \cdot P_2, \qquad P_1 : P_2 = \overline{MA_2} : \overline{MA_1}.$$

Es ergibt sich somit: *Die Mittelkraft von zwei antiparallelen Kräften ist gleich der Differenz der Komponenten und der größeren von ihnen gleichgerichtet. Der Kraftmittelpunkt liegt in der verlängerten Verbindungslinie der Angriffspunkte der Komponenten und zwar auf der Seite der größeren Komponente so, daß die Momente der Komponenten in bezug auf diesen Punkt einander gleich sind.*

Anstatt der letzteren Bedingung kann man zur bequemeren geometrischen Konstruktion auch sagen:

Der Mittelpunkt antiparalleler Kräfte liegt in der verlängerten Verbindungslinie ihrer Angriffspunkte auf der Seite der größeren Komponente und teilt die Verbindungslinie im umgekehrten Verhältnis der antiparallen Kräfte.

Aus $\overline{MA_1} \cdot R = \overline{A_1A_2} \cdot P_2$ folgt

$$\overline{MA_1} = \frac{\overline{A_1A_2} \cdot P_2}{R} = \frac{\overline{A_1A_2} \cdot P_2}{P_1 - P_2}.$$

Sind nun die beiden antiparallelen Kräfte einander gleich, also $P_1 = P_2 = P$ (Abb. 42), so wird $P_1 - P_2 = R = 0$ und $\overline{MA_1} = \frac{\overline{A_1A_2} \cdot P_2}{0} = \infty$.

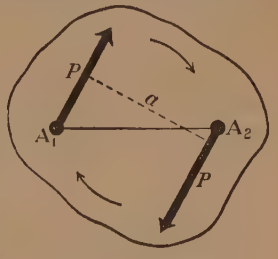


Abb. 42. Kräftepaar.

Es gibt also dann keine Resultante. „Zwei gleiche antiparallele Kräfte bilden ein sogenanntes **Kräftepaar** oder **Drehungspaar**." *Ein Kräftepaar kann durch keine einzige Kraft ersetzt werden; vielmehr bewirkt ein Kräftepaar stets eine Drehung des von ihm angegriffenen Körpers um irgend eine zur Ebene des Kräftepaares senkrechte Achse.* Die Größe der Drehung ist bestimmt durch das **Moment** $P \cdot a$ des Kräftepaares (= Kraft × Abstand

der antiparallelen Kräfte). *Ein Kräftepaar kann nur durch ein entgegengesetzt drehendes Kräftepaar von gleichem Moment, nie aber durch eine einzige Kraft im Gleichgewicht gehalten werden.*

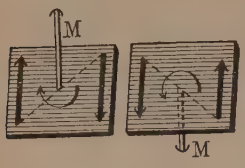


Abb. 42a.
Kräftepaar und Moment.

Stellt man nach Poinsot (1804) ein Kräftepaar durch eine seinem Moment proportionale Strecke M dar, welche senkrecht zur Ebene des Kräftepaares und so gestellt wird, daß von ihrem Endpunkt aus gesehen die Drehung des Kräftepaares im Uhrzeigersinn erfolgt (Abb. 42a), so lassen sich die Momente von irgendwie an einem Körper wirkenden Kräftepaaren, also Drehwirkungen um beliebige Achsen, wie Kräfte zu einem resultierenden Moment zusammensetzen. Letzteres könnte man dann wieder in ein Kräftepaar in einer zur Momentenrichtung senkrechten Ebene zurückverwandeln.

Übungen. a) Untersuche die Ergebnisse von §§ 50 und 51 mittels Federwagen! — b) Beweise durch den Versuch, daß der Mittelpunkt von Parallelkräften seine Lage behält, wenn man die Richtung der Parallelkräfte beliebig ändert! — c) Beweise die in § 52 angegebenen Sätze über die Resultante antiparalleler Kräfte durch den Versuch!

Aufgaben. 34. Die Angriffspunkte $A_1 \ldots A_4$ der parallelen Kräfte $P_1 = 2$ kg, $P_2 = 4$ kg, $P_3 = 4$ kg, $P_4 = 2$ kg liegen in einer Geraden. Es ist die Resultante und der Mittelpunkt der Parallelkräfte zu bestimmen, wenn $A_1A_2 = 12$ cm $= A_3A_4$, $A_2A_3 = 6$ cm beträgt. [12 kg; $A_1M = 15$ cm.]

35. Eine Kraft $R = 20$ kg soll in 2 parallele Komponenten zerlegt werden, deren Angriffspunkte 3 und 7 cm vom Angriffspunkt der Kraft R entfernt sind. Bestimme die Komponenten nach Größe und Lage! [14 kg; 6 kg.]

36. Auf einer Tragbahre von 20 kg Gewicht und 2 m Länge liegt eine Last von 80 kg. Welches Gewicht trifft jeden der beiden Träger, wenn die Abstände der Last von den Trägern sich wie 2 : 3 verhalten? [58 kg; 42 kg.]

37. Drei gleich große, parallele Kräfte P greifen an den Ecken eines beliebigen Dreiecks an. Bestimme die Resultante und den Mittelpunkt der parallelen Kräfte! [3 P; Schnitt der Mitteltransversalen.]

38. An den Ecken eines Quadrats greifen 4 parallele Kräfte von 2, 4, 6, 8 kg an. Bestimme die Resultante nach Größe, Richtung und Angriffspunkt! [20 kg.]

39. Beweise die in § 52 angegebenen Sätze über die Resultante antiparalleler Kräfte durch eine der Abb. 35 ähnliche Konstruktion! [§ 52, § 50.]

40. In den Punkten A_1, A_2, A_3 einer Geraden wirken die Parallelkräfte $P_1 = 2$ kg, $P_2 = 4$ kg und die antiparallele Kraft $P_3 = 18$ kg. Bestimme die Resultante und ihren Angriffspunkt M bei $A_1A_2 = 72$ cm, $A_2A_3 = 6$ cm. [12 kg; $A_1M = 93$ cm.]

41. Wie groß müssen die Kräfte P_1 und P_2 der vorherigen Aufgabe sein, damit die Wirkung aller Kräfte einem Kräftepaar gleichkommt? [$P_1 = 6$ kg; $P_2 = 12$ kg.]

42. Zwei beliebig gerichtete, an verschiedenen Punkten eines Körpers angreifende Kräfte lassen sich stets durch eine einzige Kraft, welche eine fortschreitende Bewegung des Körpers bewirkt, und ein Kräftepaar, das eine Drehung hervorruft, ersetzen. (Man lege durch den Angriffspunkt der einen Kraft zwei entgegengesetzt gleiche, der anderen Kraft parallele Kräfte!) Verallgemeinerung?

§ 53. **Schwerpunkt.** Die auf die Moleküle eines Körpers wirkenden Schwerkräfte können alle als untereinander parallel und, bei einem durchaus gleichartig beschaffenen (homogenen) Körper, auch als unter sich gleich angesehen werden. „Man nennt **Schwerpunkt** oder auch **Massenmittelpunkt** des Körpers den Angriffspunkt der Resultante aller Schwerkräfte, welche auf die Moleküle eines Körpers wirken.“ Die Resultante selbst ist gleich dem **Gewicht** des Körpers. Hinsichtlich der Wirkung der Schwerkraft kann man daher den Körper mit seinen unendlich vielen

Massenpunkten durch seinen Schwerpunkt ersetzen, wenn man in diesem das Gewicht des Körpers wirken läßt.

§ 54. **Lage des Schwerpunktes.** Die **Lage der Schwerpunktes**[1]) hängt (nach § 51) von der Gestalt des Körpers ab und kann in allen Fällen, also auch bei ganz beliebiger Form, wenigstens angenähert, experimentell gefunden werden, indem man den Körper (Abb. 43) an zwei verschiedenen Stellen mittels einer Schnur aufhängt. Die Verlängerung AB bzw. CD des Aufhängefadens ist stets ein geometrischer Ort für den Schwerpunkt S, eine sog. Schwerlinie.

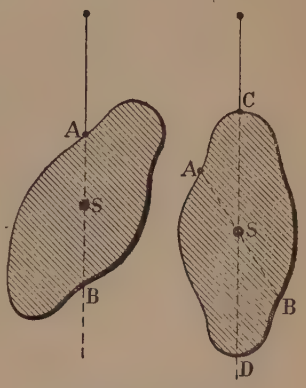


Abb. 43. Schwerpunktsbestimmung durch den Versuch.

Bei einfacher geometrischer Gestalt des Körpers läßt sich sein Schwerpunkt durch geometrische Konstruktion oder durch Rechnung bestimmen:

a) Figuren und Körper **mit einem geometrischen Mittelpunkt** (Parallelogramm, Kreis, Ellipse, Parallelepiped, Kugel, Zylinder) haben in demselben zugleich ihren Schwerpunkt.

b) Ein **Dreieck** denkt man sich parallel einer Seite in sehr schmale Streifen geschnitten. Man erhält dann ohne weiteres, da der Schwerpunkt jedes Streifens in dessen Mitte liegt, die Mitteltransversale der Dreiecksseite als geometrischen Ort für den Schwerpunkt S (Abb. 44). Es ergibt sich also: *Der Schwerpunkt eines Dreiecks ist der Schnittpunkt der Mitteltransversalen und teilt jede derselben im Verhältnis* 1 : 2.

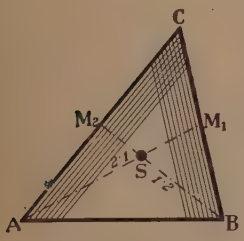


Abb. 44. Schwerpunkt eines Dreiecks.

c) In ähnlicher Weise findet man den Schwerpunkt einer **dreiseitigen Pyramide.** Denn denkt man sich dieselbe parallel einer Seitenfläche (BCD oder ABC, Abb. 45) in dünne dreieckige Scheiben geteilt, so ist jede Verbindungslinie AS_1 oder DS_2 einer Ecke mit dem Schwerpunkt der gegenüberliegenden Seitenfläche eine Schwerlinie der Pyramide. Zwei solche Schwerlinien schneiden sich im Schwerpunkt S des Körpers.

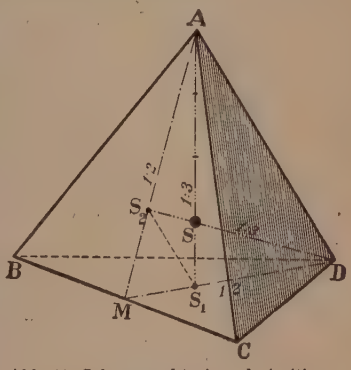


Abb. 45. Schwerpunkt einer dreiseitigen Pyramide.

---

1) Die Begründung der Lehre vom Schwerpunkt rührt von Archimedes (287—212 v. Chr.) her.

Da S_1, S_2 (Abb. 45) die Schwerpunkte der Seitenflächen BCD und und ABC sind, so ist in $\triangle AMD$

$$\overline{MS_1} : \overline{MD} = \overline{MS_2} : \overline{MA} = 1 : 3,$$

also $$\triangle S_1MS_2 \sim \triangle DMA$$

$$S_1S_2 \parallel DA$$

$$\overline{S_1S_2} : \overline{DA} = 1 : 3.$$

Ferner ist $$\triangle S_1SS_2 \sim \triangle ASD,$$

also $$\overline{S_1S_2} : \overline{DA} = \overline{S_1S} : \overline{SA} = \overline{S_2S} : \overline{SD} = 1 : 3.$$

Der Schwerpunkt einer dreiseitigen Pyramide liegt auf der Verbindungslinie des Schwerpunktes einer Seitenfläche mit der gegenüberliegenden Ecke und teilt diese im Verhältnis 1 : 3.

Durch Teilung einer beliebig **vielseitigen Pyramide** mittels Diagonalebenen in dreiseitige Pyramiden folgt ferner: *Der Schwerpunkt einer Pyramide teilt die Verbindungslinie des Schwerpunktes der Grundfläche mit der Spitze im Verhältnis* 1 : 3.

Gleiches gilt für die Lage des Schwerpunktes eines **Kreiskegels**, da derselbe als Pyramide mit unendlich vielen Seitenflächen angesehen wer-

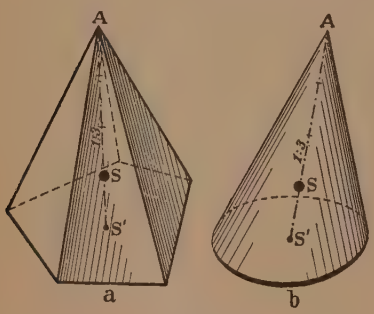


Abb. 46.
Schwerpunkt von Pyramide und Kegel.

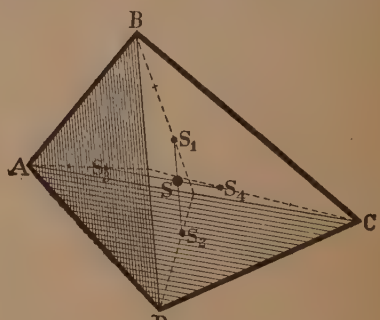


Abb. 47.
Schwerpunkt einer viereckigen Scheibe.

den kann (Abb. 46a, b; S′ Schwerpunkt der Grundfläche, S Schwerpunkt des Körpers).

d) Bei **Polygonflächen** kann man durch Ziehen einer Diagonale eine Teilung in einfachere Figuren vornehmen. Die Verbindungslinie der Schwerpunkte der Teile liefert dann eine Schwerlinie. Teilt man dann das Polygon durch eine zweite Diagonale in zwei andere Stücke, so erhält man nach Ermittelung der Schwerpunkte für diese eine zweite Schwerlinie für die ganze Figur. (Abb. 47, in welcher man die Schwerlinien S_1S_2 und S_3S_4 durch Teilung des Vierecks ABCD mittels der Diagonalen AC bzw. BD erhält.)

e) Für einen Körper, welcher aus mehreren einfacheren Körpern mit angebbarem Schwerpunkt zusammengesetzt ist, liefert nach-

folgendes Verfahren die Schwerpunktslage. Man läßt in den bekannten Schwerpunkten der Teile parallele, den Gewichten dieser Teilkörper gleiche oder proportionale Kräfte angreifen. Sodann hat man nur den Mittelpunkt dieser Parallelkräfte nach den in §§ 50 und 51 angegebenen Regeln aufzusuchen. — So sind z. B. in Abb. 48 S_1 und S_2 die Schwerpunkte der Teilstücke. In S_1 und S_2 bringt man die den Gewichten von Zylinder und Kegel proportionalen und parallelen Kräfte C (= Höhe des Zylinders) und K (= $\frac{1}{3}$ Höhe des Kegels) an. Schließlich sucht man den Schwerpunkt S des ganzen Körpers, indem man S_1S_2 im Verhältnis $K : C$ teilt.

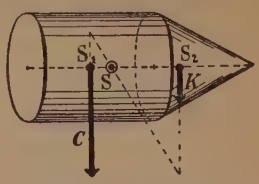


Abb. 48. Schwerpunkt eines zusammengesetzten Körpers.

f) In allen Fällen kann man zur rechnerischen Bestimmung der Schwerpunktslage eines Körpers den Satz benützen:

Die Momentensumme der Gewichte aller einzelnen Teile des Körpers hinsichtlich einer beliebig wählbaren Achse (oder Ebene) ist gleich dem Moment des Gesamtgewichts des Körpers für dieselbe Achse (oder Ebene). (Beweis z. B. bei Abb. 48 durch Berechnung des Schwerpunktabstandes von der Zylinderbasis wie oben angegeben und nach vorstehendem Satz.)

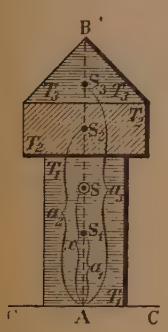


Abb. 49. Schwerpunkt eines zusammengesetzten Körpers.

Dieser Satz kann auch zur rechnerischen Bestimmung des Mittelpunktes paralleler Kräfte mit Vorteil angewendet werden.

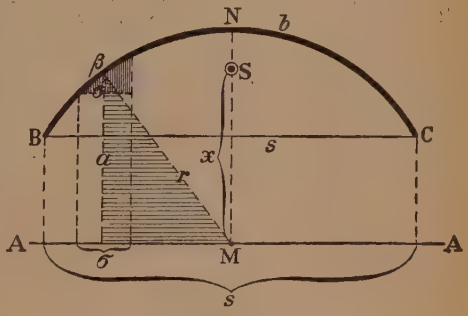


Abb. 50. Schwerpunkt eines Kreisbogens

Beispiele für die Anwendung dieses Momentensatzes:

1. Für einen **Rotationskörper**, dessen Querschnitt durch Abb. 49 dargestellt ist, ist AB eine Symmetrielinie; man wählt also zweckmäßig die zur Symmetrielinie AB senkrechte Gerade CAC als Momentenachse. Sind dann T_1, T_2, T_3 die Gewichte der einzelnen Teile des Körpers, a_1, a_2, a_3 die Abstände ihrer Schwerpunkte S_1, S_2, S_3 von der Achse CC, so ergibt sich der Abstand x des Schwerpunktes des ganzen Körpers von dieser Achse aus

$$(T_1 + T_2 + T_3) \cdot x = a_1 \cdot T_1 + a_2 \cdot T_2 + a_3 \cdot T_3,$$

oder auch $$x \cdot \Sigma T = \Sigma a \cdot T \text{ (vgl. obigen Satz).}$$

2. Für den **Kreisbogen** BNC (Abb. 50) liegt der Schwerpunkt notwendig auf der Symmetrielinie MN des Bogens. Ist dann β ein winziges Bogenstückchen, σ dessen Projektion auf die Momentenachse AA, so ergibt sich: Moment des ganzen Bogens b = Summe der Momente der Teile β, also $b \cdot x = \Sigma\beta \cdot a$. Nun ist aber wegen der Ähnlichkeit der in Abb. 50 schraffierten Dreiecke $\beta : \sigma = r : a$ oder

$\beta \cdot a = \sigma \cdot r$, demnach $b \cdot x = \Sigma\sigma \cdot r = r \cdot \Sigma\sigma = r \cdot s$, wenn s die zum Bogen b gehörige Sehne bedeutet.

Der Schwerpunkt des Bogens liegt also im Abstand $x = \frac{r \cdot s}{b}$ vom Zentrum M.

§ 55. **Stabiles, labiles und indifferentes Gleichgewicht.** Das **Gleichgewicht** eines Körpers hinsichtlich der Schwerkraft hängt von der Art der Unterstützung des Körpers und der Lage seines Schwerpunktes ab. Man unterscheidet **stabiles** (sicheres), **labiles** (unsicheres) und **indifferentes** (gleichgültiges) **Gleichgewicht**. Zur Feststellung der Art des Gleichgewichtes denkt man sich eine kleine Drehung des Körpers aus seiner Lage vorgenommen. Es wird dann bei stabiler Gleichgewichtslage der Schwerpunkt über die durch ihn gehende Horizontale HH gehoben (Abb. 51, 52, 53), bei labiler Lage unter dieselbe gesenkt (Abb. 54), oder er bleibt im Falle indifferenten Gleichgewichtes an derselben Stelle bzw. in horizontaler Ebene (Abb. 55, 56).

Abb. 51. Stabiles Gleichgewicht.

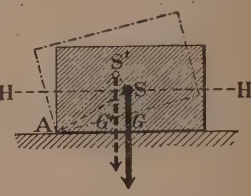


Abb. 52. Stabiles Gleichgewicht.

a) Bei **stabiler Gleichgewichtslage** (Abb. 51 und 52) ist der Körper entweder so angeordnet, daß sein Schwerpunkt lotrecht unter dem Aufhängepunkt A liegt (Abb. 51), oder der Körper liegt auf einer Unterlage so, daß ein vom Schwerpunkt aus gezogenes Lot (G, Abb. 52 oder SF, Abb. 53) die Unterstützungsfläche des Körpers innerhalb ihres Umfanges schneidet. Der Schwerpunkt liegt dann stets so tief als möglich.

Für einen auf einer Unterlage liegenden Körper ist der Widerstand gegen ein Umkanten, welchen man **Standfestigkeit** nennt, bestimmt durch eine zur Basis parallele, durch den Schwerpunkt S des Körpers gehende Kraft P (Abb. 53), welche den Körper um eine Kante AB seiner Unterstützungsfläche umzuwerfen vermag. Die Kraft P läßt man beim Experiment an einer über die Rolle R laufenden Schnur wirken. Die Kräfte G (Gewicht des Körpers) und P (Standfestigkeit), welche sich im Schwerpunkt S schneiden, halten sich nach § 49 das Gleichgewicht, wenn ihre Resultante durch den Punkt D auf der Umdrehungskante AB geht.

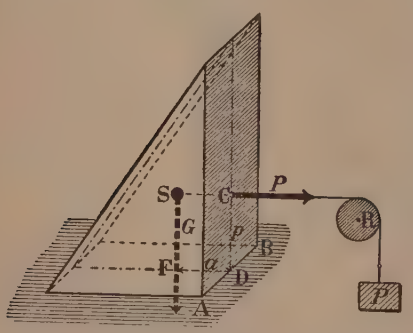


Abb. 53. Stabiles Gleichgewicht. Standfestigkeit.

Dann muß aber $G \cdot a = P \cdot p$ oder $P = \frac{G \cdot a}{p} = \frac{\text{Gewicht} \times \text{Kippbreite}}{\text{Schwerpunktshöhe}}$ sein; hieraus folgt: *Die Standfestigkeit eines Körpers ist um so größer, je größer sein Gewicht und je größer die Kippbreite, d. h. der Abstand des*

durch den Schwerpunkt gehenden Lotes von der Umdrehungskante ist und je tiefer der Schwerpunkt liegt.

b) Bei **labiler Gleichgewichtslage** liegt der Schwerpunkt stets lotrecht über dem Unterstützungspunkt A und möglichst hoch (Abb. 54). Bei geringster Verschiebung aus dieser Gleichgewichtslage schlägt der Körper um und sucht eine neue und dann stabile Lage auf.

c) Bei **indifferentem Gleichgewicht** ist der Körper entweder im Schwerpunkt selbst unterstützt, z. B. ein auf eine Achse gestecktes Rad (Abb. 55),

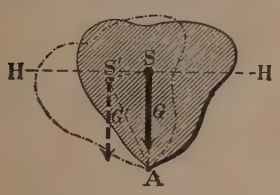


Abb. 54
Labiles Gleichgewicht.

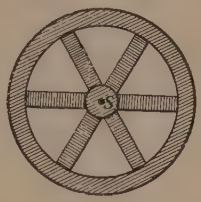


Abb. 55.
Indifferentes Gleichgewicht.

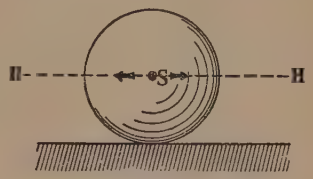


Abb. 56.

oder der Schwerpunkt des Körpers kann sich nur in der Horizontalen HH verschieben, z. B. bei einer auf horizontaler Ebene rollenden Kugel (Abb. 56). Jede neue Lage, die man dem Körper gibt, ist wieder eine Gleichgewichtslage.

Aufgaben. 43. Bestimme den Schwerpunkt einer gleichmäßig dicken Scheibe, welche die Gestalt eines Trapezes oder eines Fünfeckes hat! [§ 54a, d, bzw. d, e.]

44. Wo liegt der Schwerpunkt eines gleichschenkeligen Drahtdreieckes (Basis $a = 20$ cm, Schenkel $b = 30$ cm lang), welches aus gleichmäßig dickem Kupferdraht von 1 qmm Querschnitt besteht? [Abstand von $a = \frac{3}{8}$ Höhe.]

45. Eine gleichmäßig dicke Blechscheibe hat die Gestalt eines Quadrates von der Seite a mit einem, auf einer derselben aufgesetzten, gleichseitigen Dreieck. Wo liegt der Schwerpunkt der Scheibe?

$\left[\text{Im Abstande } \frac{14+3\sqrt{3}}{13}\cdot\frac{a}{2} \text{ von der dem } \measuredangle \text{ gegenüberliegenden Quadratseite.}\right]$

46. Bestimme den Schwerpunkt eines geraden Doppelkegels, wenn die Kegel die Höhen h_1 und h_2 und gemeinsame Basis haben! $\left[S_1S = \frac{h_2}{4},\ SS_2 = \frac{h_1}{4}.\right]$

47. Bestimme die Lage des Schwerpunktes einer geraden 4seitigen Pyramide mit quadratischer Grundfläche von der Kante a und der Höhe a, sowie die Lage des Schwerpunktes der Oberfläche der Pyramide!

$\left[\frac{a}{4};\ \frac{a}{12}(5-\sqrt{5});\ \text{beide Abstände von der Grundfläche aus gerechnet.}\right]$

48. Es ist die Lage des Schwerpunktes des Mantels und der Oberfläche eines geraden Kreiskegels zu bestimmen, dessen Basiskreis den Radius r und dessen Höhe die Größe h hat.

$\left[\frac{h}{3},\ \frac{h}{3}\cdot\frac{s}{r+s};\ \text{beide Abstände von der Basis aus gerechnet; } s = \text{Mantellinie.}\right]$

49. Ein Körper besteht aus einem geraden dreiseitigen Prisma P_1 mit regulärer Grundfläche und einer auf die Deckfläche aufgesetzten regulären dreiseitigen Pyramide P_2. Bestimme den Schwerpunkt des Körpers, wenn alle Kanten die Länge a haben!

$$\left[S_1S = \frac{a}{150}(3+8\sqrt{6}),\ S_2S = \frac{a}{100}(48+3\sqrt{6}).\right]$$

50. Bestimme den Schwerpunkt einer Kugelzone oder Kalotte von der Höhe h! [Mitte von h; man teile in sehr schmale Zonen von gleicher Höhe!]

51. Es soll der Abstand des Schwerpunktes einer Halbkreisfläche vom Zentrum bestimmt werden, wenn der Radius r beträgt. $\left[\frac{4}{3}\frac{r}{\pi}.\right]$

52. Bestimme den Zentrumsabstand des Schwerpunktes eines Kreissektors vom Radius r und dem Zentriwinkel α! $\left[\frac{2}{3}\frac{r}{\pi}\frac{360}{\alpha}\cdot\sin\frac{\alpha}{2}.\right]$

53. Wie ließe sich die Schwerpunktslage eines Stuhles durch Umkanten um die Stützpunkte zweier Beinpaare bestimmen? [§ 55 b.]

54. Welche Gleichgewichtslage hat eine Kugel, welche entweder am Boden einer hohlen oder auf der höchsten Stelle einer konvexen halbkugeligen Schale sich befindet oder auf einer horizontalen Unterlage liegt? [§ 55.]

55. Welche Gleichgewichtslage hat eine auf dem Rande stehende Münze? [§ 55; 2 Möglichkeiten.]

56. Steht man mit gespreizten Beinen sicherer als mit nahe aneinander gestellten Füßen? Ändert sich die Schwerpunktslage des menschlichen Körpers beim Heben eines Armes oder Beines? Untersuche die Gründe und Folgen! [§ 51, 55.]

57. Ein Zylinder und ein Kegel haben gleiche Basis und gleiche Höhe. Wie verhalten sich die Standfestigkeiten, wenn beide Körper gleiches Gewicht haben, wie aber, wenn beide aus demselben Material bestehen? [1 : 2; 3 : 2.]

58. [R. G. 1901.] Man bestimme auf geometrischem Wege den Schwerpunkt eines homogenen Vierecks. — Man bestimme die Koordinaten des Schwerpunktes einer homogenen Kreisfläche, aus welcher eine exzentrisch liegende Kreisfläche ausgeschnitten ist. — Man bestimme auf geometrischem Wege den Schwerpunkt einer homogenen dreiseitigen Pyramide. [§ 54.]

59. [R. 1103.] Was versteht man unter dem Schwerpunkt? Welche drei Gleichgewichtslagen unterscheidet man in bezug auf den Schwerpunkt? Für jede Lage ist ein Beispiel anzuführen. Suche durch Zeichnung den Schwerpunkt eines beliebigen Vierecks. Welche Lage muß der Schwerpunkt eines Körpers zur Unterstützungsfläche haben, damit er nicht umkippt? Begründung. [§ 53—55.]

Übungen. a) Lösung der Aufgaben 43, 44, 45, 51, 52, 53 durch den Versuch und Vergleichung des experimentellen Ergebnisses mit dem auf mathematischem Wege gewonnenen. — b) Messung der Standfestigkeit eines Rechteckers bei verschiedener Auflagefläche.

b) Einfache Maschinen.

§ 56. **Arbeit. Maschine. Erhaltung der Arbeit.** „Wenn irgendeine Kraft längs einer Wegstrecke bewegend auf einen Körper einwirkt, oder wenn eine Kraft einen gleich großen Widerstand auf einem bestimmten Wege überwindet, so sagt man: **die Kraft leistet Arbeit.**“ So muß z. B. beim Heben eines Gewichtes die Schwerkraft, beim Fortbewegen eines Wagens die Reibung, beim Zusammendrücken einer Spiralfeder ihre Elastizität, beim Zerbrechen eines Körpers die Kohäsion usw. durch eine aufgewendete Kraft auf einer bestimmten Wegstrecke überwunden, also eine Arbeit geleistet werden. Erfahrungsgemäß ist die Arbeit A stets dem Widerstand oder der zur Überwindung desselben nötigen Kraft P, ferner auch der Wegstrecke s proportional, längs welcher der Widerstand überwunden oder die Kraft aufgewendet werden muß. Man setzt daher:

$$A = P \cdot s$$

Arbeit = aufgewendete Kraft × Wegstrecke
= Widerstand × Wegstrecke.

Arbeit führt man vielfach nicht direkt, sondern bequemer mit Hilfe von **Maschinen** aus. „Man versteht unter einer Maschine jede Vorrichtung, bei welcher zur Verfügung stehende Kräfte in zweckmäßiger Weise zur Arbeitsleistung verwendet werden.“ Eine Maschine leistet aber nicht von selbst Arbeit, sondern es muß stets von außen her auf die Maschine eine Arbeit übertragen werden, damit sie selbst solche abgibt (z. B. der Hebekran, die Dampfmaschine). Man kann daher sagen:

Jede Maschine verbraucht Arbeit und leistet Arbeit.

Die verbrauchte Arbeit wird stets durch eine von außen her auf die Maschine einwirkende, die Maschine in Betrieb setzende Kraft vollbracht. Die geleistete Arbeit ist diejenige, welche die Maschine abgibt. Da der Körper, an welchem die Maschine Arbeit leistet, häufig **Last** genannt wird, so ist die geleistete Arbeit diejenige, welche an der Last verrichtet wird. Stets gilt, wie auch die folgenden Beispiele (§§ 59 bis 67) bestätigen werden, für jede Art von Maschinen:

Verbrauchte Arbeit = geleistete Arbeit, oder:
Unter Anwendung einer Maschine erzielt man keinen Gewinn an Arbeit.

Diesen Erfahrungssatz nennt man das **Gesetz von der Erhaltung der Arbeit** (goldene Regel der Mechanik). Bei dem Gesetz in vorstehender Form ist die Reibung nicht berücksichtigt. In Wirklichkeit ist wegen der unvermeidlichen Reibungswiderstände oder infolge anderer nicht zu umgehender Verluste die von einer Maschine verbrauchte Arbeit stets größer als die geleistete Arbeit (Nutzarbeit).

Der Vorteil der Anwendung einer Maschine besteht in der Nutzbarmachung auch kleiner verfügbarer Kräfte zur Arbeitsleistung. Man läßt nämlich meistens eine kleine Kraft auf einem entsprechend großen Wege an der Maschine wirken, um von dieser umgekehrt große Kraftleistung auf kleinem Wege zu erhalten.

Als **einfache Maschinen** bezeichnet man die **schiefe Ebene**, den **Keil** und den **Hebel**. Die manchmal als einfache Maschine eigens aufgeführte **Schraube** ist eine besondere Form der schiefen Ebene, die **Rolle** und das **Wellrad** eine Abart des Hebels.

§ 57. **Energie.** Die an einem Körper durch irgend eine Kraft geleistete Arbeit ist nicht verloren, sondern erscheint in ihm aufgespeichert, so daß der Körper dadurch selbst einen Arbeitsinhalt, eine Fähigkeit, Arbeit zu leisten, ein Arbeitsvermögen bekommen hat, z. B. ein gehobenes Gewicht, eine gespannte Spiralfeder, ein geschleuderter Stein. Aber nicht bloß infolge der unmittelbar vorhergegangenen

Arbeit einer Kraft, auch bei irgend welchen physikalischen Zuständen besitzt ein Körper ein Arbeitsvermögen. „Man bezeichnet den Arbeitsinhalt eines Körpers nach Thomson als **Energie**[1]) und unterscheidet **Energie der Lage**, auch **potentielle Energie**, und **Energie der Bewegung**, auch **kinetische Energie** oder **Wucht**."

Energie der Lage besitzt ein ruhender Körper vermöge seiner erhöhten Lage (z. B. ein gehobener Hammer, das Wasser in einem Stauweiher) oder infolge der gegenseitigen Lagerung seiner Bestandteile (z. B. ein komprimiertes Gas, ein Magnet, ein Explosivstoff). Bewegungsenergie oder Wucht enthält jeder in Bewegung befindliche Körper (z. B. eine Kegelkugel, ein fallender Stein, ein Geschoß, fließendes Wasser, der Wind, ein tönender, ein warmer, leuchtender Körper, der elektrische Strom usw.). *Bei allen physikalischen Erscheinungen hat man es demnach mit Arbeitsvorgängen infolge der Wirkung der Naturkräfte, und zwar entweder mit Energie der Lage oder mit Bewegungsenergie zu tun* (§ 100).

Anm. Die Energie der Lage wird auch als Spannkraft, die Bewegungsenergie auch als lebendige Kraft bezeichnet. Diese Ausdrücke sind jedoch nicht glücklich gewählt, da die Energie stets ein Arbeitsvermögen, aber nie eine Kraft bedeutet.

§ 58. **Arbeitseinheit. Leistung oder Effekt.** Arbeitsleistungen, welche im Heben von Lasten auf bestimmte Höhen bestehen, sind im täglichen Leben am häufigsten auszuführen, z. B. beim Verladen von Waren, bei Bauten usw. Daher dient als Maß für Arbeitsleistungen in der Technik die Arbeit, welche beim lotrechten Emporheben des Gewichtes von 1 kg um 1 m geleistet wird. Man nennt diese **Arbeitseinheit** ein **Meterkilogramm**, auch **Kilogrammeter** (mkg).

Die einem **Dyn** (§ 20) entsprechende **absolute Arbeitseinheit** ist das **cm-Dyn** oder das **Erg.** „Die Arbeit von 1 **Erg** wird geleistet, wenn eine Kraft von 1 **Dyn** längs einer **Wegstrecke von 1 cm** wirkt." Da für 45° geogr. Breite 1 kg = 981 000 Dyn (§ 20), ferner 1 m = 100 cm ist, so ergibt sich

$$\mathbf{1\ mkg = 98\,100\,000\ cm\text{-}Dyn = 9{,}81 \cdot 10^7\ Erg = 9{,}81\ Joule.}$$

Als Maßeinheit zur absoluten Messung größerer Arbeitsleistungen setzt man also

$$\mathbf{10^7\ Erg = 1\ Joule = 1\ J.}$$

1) Die Lehre von der Energie wurde von Robert Mayer (1814—1878), Arzt in Heilbronn, und unabhängig von ihm durch Helmholtz (1821—1894) begründet. Dieser war zuerst Militärarzt, dann Professor der Physiologie in Königsberg, Heidelberg und Bonn, seit 1871 Prof. der Physik in Berlin, zuletzt (1888) Präsident der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt. Seine Lehre von den Tonempfindungen und das Handbuch der physiologischen Optik (Erfindung des Augenspiegels und Ophtalmometers) sowie seine Untersuchungen zum Gesetz von der Erhaltung der Energie, über das elektrische Elementarquantum (§ 228), über Wirbelbewegung usw. waren bahnbrechend. Von Thomson (Lord Kelvin 1824—1907), Präsident der Royal Society in London, rühren zahlreiche wichtige Untersuchungen auf dem Gebiete der mechanischen Wärmetheorie und der Elektrizitätslehre her.

Für Ermittelung des Betrages einer Arbeit ist es vollkommen gleichgültig, in welcher Zeit die Arbeit geleistet worden ist. Zur vergleichenden Beurteilung der Leistungsfähigkeit von Maschinen aber hat man die in 1 Sekunde (sec) geleistete Arbeit zu bestimmen. Man nennt die in 1 sec gelieferte Arbeit **Leistung**, auch **Effekt** oder **Arbeitsintensität**. Wird also eine Arbeit A in t sec ausgeführt, so ist die Leistung (Effekt) $N = \frac{A}{t}$. „Als Maß der Leistung oder des Effekts dient das **Meterkilogramm in der Sekunde** $\left(\frac{\text{mkg}}{\text{sec}}\right)$, d. i. eine Leistung, bei welcher die Arbeit von 1 mkg in 1 sec vollführt wird. Eine Leistung von **75 Meterkilogramm in der Sekunde** nennt man **Pferdestärke** (PS), auch Pferdekraft." Es ist also

$$\mathbf{1\ PS = 75\ \frac{mkg}{sec}}.$$

Als absolute Leistungseinheit benützt man das **Erg in der Sekunde** $= \mathbf{1\ \frac{Erg}{sec}}$, d. h. diejenige Leistung, bei welcher die Arbeit von 1 Erg in 1 sec verrichtet wird. Große Leistungen mißt man in der Einheit

$$\mathbf{1\ Watt = 1\ W = 10^7\ \frac{Erg}{sec} = 1\ \frac{Joule}{sec}}.$$

Man hat also $\mathbf{1\ \frac{mkg}{sec} = 9{,}81\ W}$ und $\mathbf{1\ PS = 736\ W}$. Für sehr große Leistungen benützt man die Einheiten **1 Kilowatt** = 1000 Watt = **1 Großpferd** (Zeichen kW oder GP).

Vorstehende Beziehungen gestatten jederzeit die Umrechnung einer in technischem Maße (**kg**, **mkg**, **PS**) gemessenen Größe in absolute Maße (**Dyn**, **Erg**, **Watt**). Das absolute Maßsystem ist seit 1882 durchweg in der Physik gebräuchlich; in der Technik hat man aber, abgesehen von der Elektrotechnik, die in früherer Zeit eingeführten Einheiten **kg**, **mkg**, **PS** beibehalten, da man für die hier vorkommenden Kräfte und Arbeitsgrößen in absolutem Maße vielfach unbequem große Zahlenwerte erhalten würde.

Aufgaben. 60. Welche Arbeit und welche Leistung (in techn. und abs. Einheiten) verrichtet ein Mann von 75 kg Gewicht bei Besteigung eines 2000 m hohen Berges, wenn er dazu 6 Stunden braucht?

$$\left[150000\ \text{mkg} = 1471500\ \text{Joule};\ 6{,}94\ \frac{\text{mkg}}{\text{sec}} = 68{,}12\ \text{W}.\right]$$

61. Von 2 Pumpwerken fördert das eine stündlich 360 hl Wasser aus 45 m Tiefe, das andere pro Minute 8,4 hl aus 37,5 m Tiefe. Welches Pumpwerk ist das leistungsfähigere? [6 PS = 4416 W; 7 PS = 5,152 kW.]

62. Ein Dampfkran wird durch eine Dampfmaschine von 40 PS betrieben. Welche Zeit erfordert das Heben einer Last von 4 t auf 3 m Höhe? [4 sec.]

63. Aus einem Salzbergwerk soll ein Pumpwerk, welches 3,6 hl pro min fördert, Salzsole vom spez. Gewicht 1,15 auf 50 m Höhe heben. Mit wieviel PS (bzw. W) muß die Pumpe betrieben werden? [4,6 PS = 3,3856 kW.]

64. Wie groß ist die Leistung einer Dampfmaschine, welche bei einem Dampfüberdruck von 12 Atm. (à 1 kg pro qcm), einer Kolbenfläche von 5 qdm und einem Kolbenweg von 4 dm 120 Touren in 1 min. macht? [128 PS = 94,208 kW.]

65. Ein Eisenbahnzug von 400 t Gewicht fährt in 3 Stunden eine Strecke von 162 km. Welche Leistung liefert die Lokomotive, wenn die Reibung $\frac{1}{200}$ beträgt? [400 PS = 294,4 kW.]

66. Ein Lastwagen von 1600 kg Gewicht wird auf horizontaler Straße 6 km weit gefahren. Welche Arbeit ist erforderlich, wenn der Reibungskoeffizient $\frac{1}{40}$ beträgt, und wie groß ist die Leistung, wenn die Fahrt 1 h dauert? [240000 mkg; $\frac{8}{9}$ PS = $654\frac{2}{9}$ W.]

67. Welcher Effekt ist in einem Wasserfall von 9 m Höhe enthalten, welcher in 1 min 30 cbm Wasser liefert? [60 PS = 44,16 kW.]

68. Ein Rammbär von 200 kg Gewicht fällt aus 3 m Höhe auf einen Pfahl, welcher dadurch 15 cm tief in den Boden eingetrieben wird. Wie groß ist der Widerstand des Erdreiches? [4000 kg.]

§ 59. **Schiefe Ebene.** „Unter einer **schiefen Ebene** versteht man eine zur Horizontalen unter irgendeinem Winkel α (Neigungswinkel) geneigte Ebene.“ Treppen, auf Berge hinaufführende Straßen und Eisenbahnen, die Schrotleitern der Lader, die Rampen auf Bahnhöfen, schräg gestellte Leitern sind also schiefe Ebenen. — Denkt man sich die horizontale und die schiefe Ebene senkrecht zur Zeichnungsebene gelegt, so wird die Horizontalebene durch die Gerade AH, die schiefe Ebene durch AB (Abb. 57) dargestellt. Das im Schwerpunkt S angreifende Gewicht Q eines Körpers (**Last**) auf der schiefen Ebene kann man in zwei Komponenten zerlegen. Die eine derselben P treibt den Körper längs der schiefen Ebene hinab und ist ihr parallel. Die andere Komponente D stellt den zur schiefen Ebene senkrechten Druck des Körpers vor, welcher durch den Widerstand der schiefen Ebene aufgehoben wird. Zur Verhinderung der Abwärtsbewegung muß daher nur der Abtrieb P durch eine aufwärts wirkende gleich große Kraft P' ins Gleichgewicht gesetzt werden (Abb. 57).

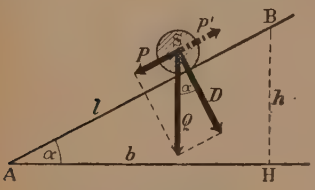


Abb. 57. Schiefe Ebene.

Fällt man in der Zeichnungsebene von einem beliebigen Punkt B der die schiefe Ebene darstellenden Geraden AB die Senkrechte BH auf die Horizontalebene, so nennt man $h = \mathrm{BH}$ die Höhe, $l = \mathrm{AB}$ die Länge, $b = \mathrm{AH}$ die Basis der schiefen Ebene. Wegen $\measuredangle(PQD) \sim \measuredangle \mathrm{ABH}$ folgt $P : Q = h : l$ und $D : Q = b : l$, also

$$P = Q \cdot \frac{h}{l} = Q \cdot \sin\alpha = P' \quad \text{und} \quad D = Q \cdot \frac{b}{l} = Q \cdot \cos\alpha.$$

Heißt man den Quotient $\frac{h}{l} = \sin\alpha$ die **Steigung der schiefen Ebene**, so hat man als Gesetz für die schiefe Ebene:

$$\textbf{Abtrieb } P = \textbf{Last } Q \times \textbf{Steigung } \frac{h}{l}.$$

Da $\frac{h}{l} = \sin\alpha$ stets ein echter Bruch ist, so ist die zum Gleichgewicht er-

forderliche Kraft P' stets kleiner als die Last Q und ein um so geringerer Bruchteil der Last, je geringer die Steigung ist.

Obige Gleichung liefert ohne weiteres die Richtigkeit des Gesetzes von der Erhaltung der Arbeit, denn es ist

$$P \cdot l = Q \cdot h$$

Verbrauchte Arbeit der Kraft = Geleistete Arbeit an der Last.

Aufgaben. 69. Ein Wagen von 9 t Gewicht soll auf einer Straße mit einer Steigung von $\frac{1}{50}$ aufwärts gefahren werden. Wieviel Pferde sind notwendig, wenn die Zugkraft eines Pferdes zu 45 kg und keine Reibung oder eine solche mit $f = \frac{1}{40}$ gerechnet wird? [4 Pferde; 9 Pferde.]

70. Auf einen Wagen von 1 m Höhe soll eine Last von 150 kg mittels einer Gepäckleiter von 3 m Länge befördert werden. Wie groß ist die aufzuwendende Kraft, wenn a) die Reibung unberücksichtigt bleibt, b) der Reibungskoeffizient $\frac{1}{3}$ beträgt? [50 kg; 97,14 kg.]

71. Auf 2 mit ihrer Höhe h aneinanderstoßenden schiefen Ebenen mit den Neigungswinkeln 30° und 60° liegen 2 Lasten vom Gewicht Q_1 und Q_2. Diese sind durch eine zu jeder Ebene bzw. parallele Schnur miteinander verbunden, welche reibungslos über eine auf der Kante beider schiefen Ebenen angebrachte Rolle läuft. Wann halten sich beide Körper im Gleichgewicht a) wenn keine Reibung vorhanden, b) wenn der Reibungskoeffizient für beide schiefe Ebenen f ist? $[Q_1 : Q_2 = \sqrt{3} : 1;\ Q_1 : Q_2 = (\sqrt{3} + f) : (1 + f\sqrt{3}).]$

72. Ein Verfahren zur Bestimmung von Reibungskoeffizienten besteht darin, daß man den zu untersuchenden Körper auf eine schiefe Ebene von veränderlicher Neigung auflegt. Man ändert dann die Neigung so lange, bis der Körper eben zu gleiten beginnt und mißt dann entweder Basis b und Höhe h oder den Neigungswinkel α (Reibungswinkel). Wie groß ist der Reibungskoeffizient f des Körpers?

$$\left[f = \frac{h}{b} = \operatorname{tang} \alpha.\right]$$

73. Auf einer schiefen Ebene mit dem Neigungswinkel α liegt reibungslos ein schwerer Körper vom Gewichte Q. Derselbe soll durch eine aufwärts wirkende Kraft P' im Gleichgewicht gehalten werden, welche mit der Horizontalen den Winkel β einschließt. Wie groß ist diese Kraft P' und wie groß der Druck der Last auf die schiefe Ebene, wenn $\beta \gtrless \alpha$ ist?

$$\left[P' = Q \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos (\beta - \alpha)};\ D = Q \cdot \cos \alpha - P' \cdot \sin (\beta - \alpha).\right]$$

74 Was ergibt sich als allgemeine Lösung der Aufgabe 71, wenn die Neigungswinkel beider schiefen Ebenen α_1 und α_2 sind?

$$[Q_1 : Q_2 = \sin \alpha_2 : \sin \alpha_1;\ Q_1 : Q_2 = (\sin \alpha_2 + f \cdot \cos \alpha_2) : (\sin \alpha_1 + f \cdot \cos \alpha_1).]$$

75. [R. 1901.] Ein Körper vom Gewichte Q liegt auf einer schiefen Ebene mit dem Neigungswinkel α. Man berechne die Kraft, welche nötig ist, um den Körper im Gleichgewicht zu erhalten, sowie den Normaldruck des Körpers auf die schiefe Ebene, 1. wenn die Kraft parallel zur Länge wirkt, 2. wenn die Richtung der Kraft mit der Länge der schiefen Ebene den Winkel β bildet, 3. wenn im letztgenannten Falle $Q = 60$ kg, $\alpha = 20°$, $\beta = 15°$ gesetzt wird! Für jeden einzelnen Fall ist eine übersichtliche Zeichnung zu entwerfen. Von der Reibung ist abzusehen.

$$\left[\S\ 59;\ \frac{Q \cdot \sin \alpha}{\cos \beta};\ Q \cdot \frac{\cos (\alpha + \beta)}{\cos \beta};\ 21{,}245 \text{ kg};\ 50{,}883 \text{ kg}.\right]$$

Übungen. a) Bestimme den Abtrieb bei einer schiefen Ebene unter Benützung einer Federwage bei verschiedener Neigung! — b) Löse Aufgabe 72 durch den Versuch!

§ 59a. **Schraube.** Läßt man die Kraft P''', welche die Last Q auf der schiefen Ebene im Gleichgewicht hält, parallel der Basis wirken (Abb. 58), so erhält man, da

$$\measuredangle(QP''D'') \sim \measuredangle \mathrm{AHB}, \quad Q:P'' = b:h,$$

also

$$P'' = Q \cdot \frac{h}{b} = Q \cdot \operatorname{tang} \alpha.$$

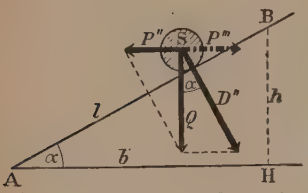


Abb. 58. Kraft parallel der Basis der schiefen Ebene.

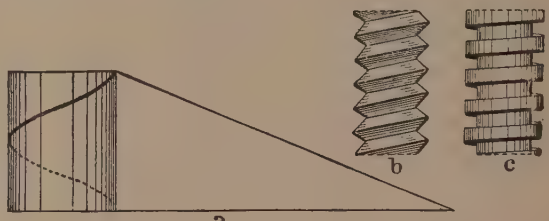


Abb. 59. Entstehung der Schraube.

Die zum Gleichgewicht notwendige Kraft P''' ist der Kraft P'' gleich, aber entgegengesetzt gerichtet. Der Druck D'', welchen die Last auf die schiefe Ebene ausübt, ergibt sich aus $Q:D'' = b:l$ zu

$$D'' = \frac{l}{b} \cdot Q = \frac{Q}{\cos \alpha}.$$

Die vorerwähnte Art der Kraftwirkung kommt zur Anwendung bei der **Schraube**, welche man als eine um einen geraden Kreiszylinder gewickelte schiefe Ebene ansehen kann.

Legt man nämlich ein rechtwinkliges Dreieck so um einen geraden Kreiszylinder, daß eine Kathete längs einer Mantellinie, die andere Kathete längs eines Kreisquerschnittes des Zylinders zu liegen kommt, so bildet die Hypotenuse eine Schraubenlinie (Abb. 59a). Bringt man längs derselben drei- oder vierkantige Erhöhungen auf dem Zylinder an, so entsteht eine **Schraubenspindel** mit **scharfem** bzw. **flachem Gewinde** (Abb. 59b, c). Die Schraubenspindel (kurz Schraube) wird stets in Verbindung mit einer dazu passenden **Schraubenmutter** verwendet. Letztere ist ein Hohlzylinder, auf dessen Mantelfläche längs einer Schraubenlinie Vertiefungen angebracht sind, welche den **Schraubengängen** der Spindel entsprechen.

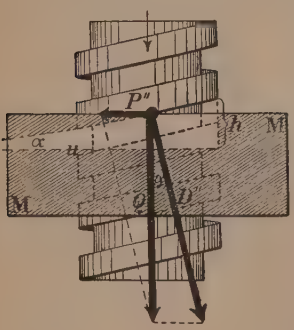


Abb 60. Kraftwirkung an der Schraube

Bei Verwendung der Schraube läßt man eine Kraft P'' (Abb. 60) tangential am Umfange der Schraubenspindel oder auch am Umfange eines größeren Schraubenkopfes wirken. Dadurch wird die Schraube, wenn man von der Reibung

absieht, mit einer Kraft Q in der Schraubenmutter MM nach ab- oder aufwärts bewegt (Schraubenpresse, Schraubenwinde, Schraubzwinge des Schreiners). Dem Verhältnis $\frac{b}{h}$ bei der schiefen Ebene entspricht hier das Verhältnis $\frac{u}{h}$ des Umfanges u der Spindel zur Höhe h eines Schraubenganges. Man hat also für die in der Achsenrichtung wirkende Last bzw. für die von der Schraubenspindel in dieser Richtung ausgeübte Kraft die Beziehung:

$$Q = \frac{u}{h} \cdot P''$$

$$\textbf{Last (achsialer Druck)} = \frac{\textbf{Umfang}}{\textbf{Ganghöhe}} \times \textbf{Umfangkraft.}$$

Die Gleichung $u \cdot P'' = Q \cdot h$ liefert den Beweis für die Richtigkeit des Gesetzes von der Erhaltung der Arbeit.

Die Schraube wird ferner verwendet als **Befestigungsschraube**, wobei diese mit starker Reibung in der selbst ausgeschnittenen Schraubenmutter haftet. Die **Stellschraube** dient dazu, einem Apparat eine bestimmte Lage zu geben. Die **Schraube ohne Ende** (Abb. 61) besitzt nur wenige Schraubengänge, welche in die Zähne eines Zahnrades so eingreifen, daß bei jeder vollen Umdrehung der Schraube das Zahnrad um Zahnbreite weiter rückt (Verwendung bei Zählwerken).

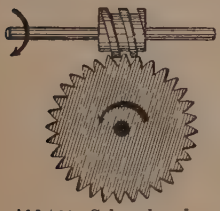


Abb. 61. Schraube ohne Ende.

Die **Mikrometerschraube** ist eine sehr sorgfältig geschnittene Schraube mit geringer Ganghöhe und großem, am Umfange in gleiche Teile geteiltem Schraubenkopf (K, Abb. 62). Bei jeder vollen Umdrehung rückt das Ende der Schraubenspindel um die Ganghöhe vor oder zurück. Dreht man aber den Schraubenkopf nur um einen am Index J und an der Einteilung des Kopfes ablesbaren Bruchteil der vollen Umdrehung, so rückt auch das Ende der Schraubenspindel nur um diesen Bruchteil der Ganghöhe fort. Es lassen sich so bei bekannter Ganghöhe der Schraube sehr kleine Längen messen (Dickenmesser Abb. 62, Sphärometer, Teilmaschine).

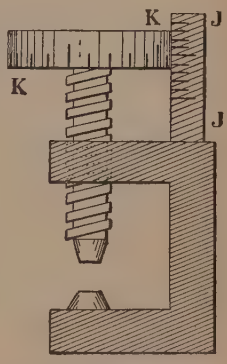


Abb. 62 Dickenmesser.

Die **Schiffsschrauben** und die **Luftschrauben** (Propeller) der Flugzeuge sind durch einen Motor in Umdrehung versetzte Flächenstücke von Schraubenflächen, wobei die Kraft P'' (Abb. 60) zur Drehung der Schraube vom Motor ausgeübt wird, während das Fahrzeug mit der Kraft Q in Richtung der Schraubenachse vorwärts geht. Die Druckkraft D entspricht dem Widerstand des Wassers bzw. der Luft.

Ähnlich ist die Wirkung der Luftschraube beim **Ventilator**, nur wird hier, da der Motor fest gelagert ist, die Luft in Richtung der Schrauben-

achse bewegt. Umgekehrt liefert bei der **Windmühle** der in Richtung der Schraubenachse wirkende Winddruck Q eine die Drehung der Flügel betätigende Umfangkraft P'' (Abb. 60).

Aufgaben. 76. Welcher Druck kann mit einer Schraubenpresse ausgeübt werden, wenn deren Schraube n Schraubengänge auf der Länge l aufweist, der Radius der Schraubenspindel r und die die Schraube drehende Kraft P beträgt? $\left[\frac{2\pi r n}{l} \cdot P.\right]$

77. Wie muß eine Mikrometerschraube eingerichtet sein, damit man mit derselben 0,001 mm messen kann?

78. Eine Kreisscheibe ist mit 3 Stellschrauben versehen, welche in den Ecken eines gleichseitigen Dreiecks angebracht sind. Wie verfährt man, um mit Hilfe einer Libelle (§ 110) die Scheibe genau **wagrecht** zu stellen?

79. Mit einer Schraubenwinde, deren Schraube einen Umfang von 15 cm und eine Ganghöhe von 1 cm hat, soll eine Last von 600 kg gehoben werden. Wie groß muß die am Umfang wirkende Kraft sein? [40 kg.]

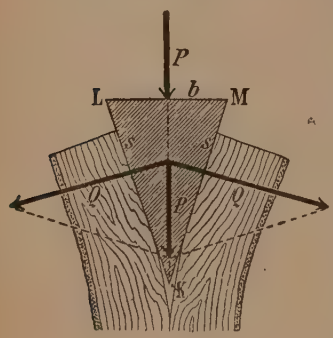


Abb. 63 Keil.

80. Der Umfang der Spindel einer Schraubzwinge beträgt 60 mm, die Ganghöhe der Schraube 3 mm. Welchen Druck kann man mit der Schraubzwinge ausüben, wenn am Umfang der Spindel eine Kraft von 5 kg wirkt? [100 kg.]

§ 60. **Keil.** „Der **Keil**, ein Körper aus hartem und sehr festem Stoff mit einem Querschnitt in Form eines sehr spitzen gleichschenkeligen Dreiecks, dient zum Spalten widerstandsfähiger Materialien, wie Holz, Stein usw." Die Messer, Scherblätter, Meißel, Stemmeisen, die Spitze eines Nagels, die Nähnadel, das Hobeleisen, die Schneidezähme usw. sind Keile. — Ein auf die **Basis (Rücken)** LM ausgeübter Druck P kann in zwei gleich große und zu den **Seiten** (Wangen) KL und KM senkrechte Komponenten Q, Q zerlegt werden, welche die Drucke der **Keilseiten** auf das zu trennende Material darstellen (Abb. 63). Wegen

$$\measuredangle(QPQ) \sim \measuredangle \mathrm{KLM} \text{ folgt } Q : P = s : b,$$

also (α = Keilwinkel)
$$Q = P \cdot \frac{s}{b} = \frac{P}{2 \cdot \sin\frac{\alpha}{2}}$$

$$\textbf{Seitendruck} = \textbf{Rückendruck} \times \frac{\textbf{Seitenlänge}}{\textbf{Rückenbreite}}.$$

Bei gleicher Kraft P sind also die von den Seiten des Keils ausgeübten Drucke Q um so bedeutender, je größer $\frac{s}{b}$, je spitzer also der Keil ist.

Aufgaben: 81. Es ist zu beweisen, daß beim Keil die Arbeit der Kraft P gleich der Arbeit der Kräfte Q ist, wenn die Schneide des Keils um die Strecke l in das widerstehende Material eindringt. [§ 56, 60.]

82. Beim Schneiden mit einem Messer von 12 mm Klingen- und 1 mm Rückenbreite drückt man mit einer Kraft von 1 kg auf den Rücken. Wie groß ist der Widerstand des Materials? [12 kg.]

83. Auf einen Nagelkopf läßt man einen Hammer von 1 kg Gewicht aus 0,5 m Höhe herabfallen, wodurch ein Eindringen der Nagelspitze in das Holz um 8 mm eintritt. Wie groß ist der Widerstand des Materials, wenn der Durchmesser des Nagels 5 mm, die Seitenlänge der Spitze 10 mm beträgt? [125 kg.]

Übungen. a) Messung der Dicke eines Drahtes, eines Bleches mit dem Dickenmesser. — b) Stelle eine Glasplatte mit Hilfe einer Libelle wagerecht! — c) Führe mit einem Nagel und einem Hammer einen Versuch gemäß Aufgabe 83 aus!

§ 61. **Hebel.** „Unter einem **physischen Hebel** versteht man jeden um eine Achse drehbaren Körper, welcher von Kräften angegriffen wird." Nur solche Kräfte, welche zur Achse senkrecht sind und die Achse nicht schneiden, rufen eine Drehung hervor. Von Kräften P (Abb. 64), welche beliebig windschief zur Achse gerichtet sind, kommen für die Drehung des Körpers nur ihre die Achse senkrecht kreuzenden Komponenten D in Betracht. Die achsenparallelen Komponenten A würden eine Verschiebung des Körpers in der Achsenrichtung MN bewirken. Dies ist aber wegen des Widerstandes der Achsenlager unmöglich. Die Kräfte, welche eine Drehung des Hebels verursachen, können daher alle in einer zur Drehungsachse senkrechten Ebene liegend angenommen oder nach § 40 in eine solche verlegt werden. Aus diesem Grunde kann auch jeder physische Hebel behufs Vereinfachung der Betrachtungen auf einen **mathematischen Hebel** zurückgeführt werden, wobei man den physischen Hebel durch sein im Schwerpunkt angreifendes Gewicht zu ersetzen hat. „Der mathematische Hebel ist eine gewichtslose, um einen Punkt (D) drehbare Gerade (HH, Abb. 64), welche von den gegebenen Kräften angegriffen wird und in einer zur Drehungsachse (MN) des physischen Hebels senkrechten Ebene liegt." Der mathematische Hebel heißt ein- oder zweiarmig, je nachdem die Kräfte nur einerseits oder beiderseits des Drehpunktes angreifen.

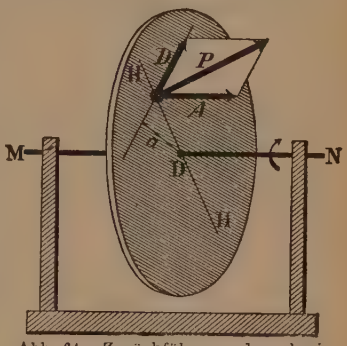


Abb. 64. Zurückführung des physischen auf den mathematischen Hebel.

§ 62. **Hebelgesetz.** Die Drehwirkung einer Kraft P hängt ab vom **statischen Moment** M (auch **Drehungsmoment** oder kurz **Moment**) **der Kraft** in bezug auf den Drehpunkt D (Abb. 64). Nach § 44 ist $M = P \cdot a$ oder **statisches Moment = Kraft × Hebelarm.** Wenn die Kräfte in kg, die Hebelarme in m gemessen werden, so dient notwendig zur Messung von Drehungsmomenten das **mkg** als Einheit. **Ein Drehungsmoment ist also gleichbedeutend mit der Arbeit der Kraft am Hebel bei Drehung um den Bogen 1** (gemessen an einem Kreis vom Radius 1). — Denn denkt man sich den Hebel (Abb. 65) um einen sehr kleinen Winkel α (gemessen in Bruchteilen von 2π) gedreht, so drehen sich wegen ihrer starren Verbindung sämtliche Hebelarme um den gleichen Winkel α. Die

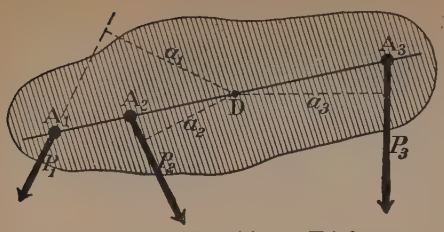


Abb. 65. Gleichgewicht am Hebel.

von den Fußpunkten der Hebelarme beschriebenen kleinen Kreisbögen sind der Reihe nach $a_1 \cdot \alpha$, $a_2 \cdot \alpha$, $a_3 \cdot \alpha$ ..., also die Arbeiten der Kräfte längs dieser kleinen Wegstrecken bzw. $P_1 \cdot a_1 \cdot \alpha$, $P_2 \cdot a_2 \cdot \alpha$ ... Gleichgewicht, d. h. keine Drehung, ist nach dem Gesetz von der Erhaltung der Arbeit dann vorhanden, wenn die im einen und anderen Drehungssinn von den Kräften und Lasten geleisteten Gesamtarbeiten einander gleich sind. Man hat daher nach Ausscheidung der Kräfte nach ihrem Drehungssinn

$$P_3 \cdot a_3 \cdot \alpha = P_1 \cdot a_1 \cdot \alpha + P_2 \cdot a_2 \cdot \alpha$$

oder

$$P_3 \cdot a_3 = P_1 \cdot a_1 + P_2 \cdot a_2 .$$

Als Gleichgewichtsbedingung ergibt sich daher für einen Hebel:

An einem Hebel besteht Gleichgewicht, wenn die Summe der Momente aller im Uhrzeigersinn (positiver Drehungssinn) *drehenden Kräfte gleich ist der Summe der Momente aller entgegen dem Uhrzeiger* (negativer Drehungssinn) *drehenden Kräfte.* [*Hebelgesetz* [1]).]

Das Hebelgesetz läßt sich experimentell mittels eines physischen Hebels beweisen, bei welchem in meßbaren Abständen von der durch seinen Schwerpunkt gehenden Drehungsachse D (Abb. 66), wenn nötig unter Benützung von Rollen R, Gewichte P_1, P_2, P_3 ... angehängt werden können. **Einarmige physische Hebel** sind z. B. das Brecheisen (Abb. 67), der Nußknacker (Abb. 68), das Sicherheitsventil (Abb. 69), der Schubkarren (Abb. 70), das Ruder (Abb. 71), ferner die Gliedmaßen des Menschen- und Tierkörpers, der Unterkiefer. **Zweiarmige physische Hebel** sind die Rolle (§ 63), das Wellrad (§ 66), die Räderwerke (§ 66a), die Schere und Zange (Abb. 72), die Schnellwage (Abb. 73), die gewöhnliche Wage (§ 67), der Schlüssel (Abb. 74), ferner die Trittbretter an Schleifsteinen und Drehbänken, die Klaviertasten, der Schlagbaum. In den Abb. 67—74 ist stets durch D die Drehungsachse, durch Q der Körper, an welchem Arbeit geleistet wird, die sogen. Last, durch P die Kraft angedeutet, welche von außen her am Hebel zur Wirksamkeit gebracht wird.

Aufgaben: 84. An einem physischen Hebel, dessen Achse durch den Schwerpunkt geht, hängen einerseits in Abständen 3, 5, 7 cm, andererseits in Abständen 2, 4, 6 cm von der Achse die Gewichte 1, 3, 5 kg, sowie 2,5 und 4,5 kg. Welche Kraft stellt am Hebelarm von 6 cm das Gleichgewicht her? [5 kg.]

85. Eine Messingstange AB ($s = 8{,}4$) von 45 cm Länge und 1 qcm Querschnitt ist um eine durch den Endpunkt C ihres ersten Drittels AC gehende Achse dreh-

1) Das Hebelgesetz wurde von dem griechischen Philosophen Aristoteles von Stagyra (384—322 v. Chr.) zuerst, präziser aber durch Archimedes von Syrakus (287—212 v. Chr.) ausgesprochen.

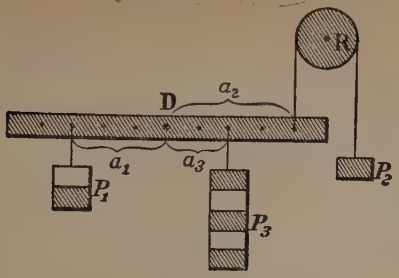


Abb. 66. Hebel.

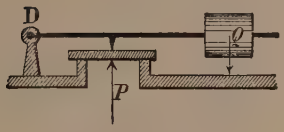


Abb. 69. Sicherheitsventil.

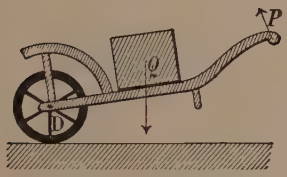


Abb. 70. Schubkarren.

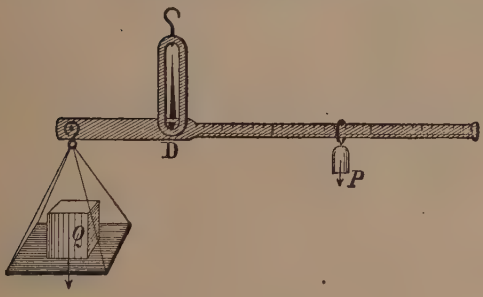


Abb. 73. Schnellwage.

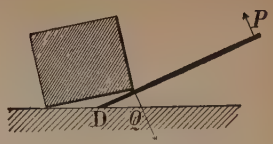


Abb. 67. Brecheisen.

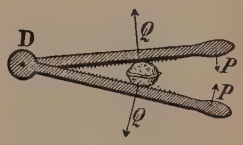


Abb. 68. Nußknacker.

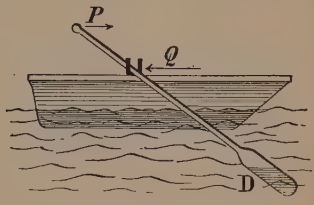


Abb. 71. Ruder.

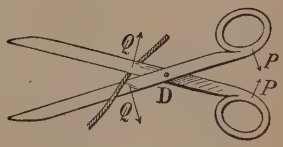


Abb. 72. Schere.

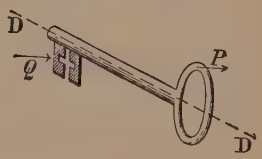


Abb. 74. Schlüssel.

bar. Am Ende B hängt ein Gewicht von 4 kg. Welches Gewicht muß man zur Herstellung des Gleichgewichts am Ende A anhängen? [8,189 kg.]

86. Der um einen Endpunkt drehbare eiserne Hebel (spez. Gew. 7,8) des Sicherheitsventils einer Dampfmaschine (Abb. 69) ist 40 cm lang und hat einen rechteckigen Querschnitt von $\frac{1}{2}$ cm Breite und 2 cm Höhe. In 30 cm Abstand von der Drehungsachse wirkt ein Gewicht von 13 kg, während der Hebel mit einer 10 cm von der Achse entfernten Stelle auf die 376 g schwere Ventilplatte drückt. Welcher Druck pro qcm lüftet eben das Ventil, wenn die dem Dampfdruck ausgesetzte Fläche der Ventilplatte 5 qcm beträgt. [8 kg.]

87. Eine Schere hat eine Scherblattbreite s und eine Rückenbreite b. Der zu schneidende Gegenstand liegt im Abstande m, die Mitte der Ösen in der Entfernung n von der Drehungsachse der Scherblätter. Welche Kraft wirkt trennend auf den Gegenstand, wenn die an den Ösen ausgeübte Kraft P ist? Ist es zweck-

mäßig, den zu schneidenden Gegenstand nahe an die Drehungsachse der Scherblätter oder in großen Abstand davon zu bringen? $\left[\frac{s}{b} \cdot \frac{w}{m} \cdot P.\right]$

88. Wie läßt sich eine Beißzange zufolge des Resultates der vorigen Aufgabe am vorteilhaftesten gebrauchen? Was gilt in dieser Hinsicht für den Nußknacker? [§ 62.]

89. Warum bricht eine Tafelkreide leicht ab, wenn man sie beim Schreiben weit von der Schreibspitze entfernt faßt? [§ 62.]

90. Das Brett einer 2,8 m langen und 10 kg schweren Bank steht beiderseits um 40 cm über die Fußpaare vor. Mitten auf dem einen vorstehenden Teil sitzt eine Person von 75 kg Gewicht. In welche Mindestentfernung von dem dieser Person zunächst gelegenen Fußpaare muß sich ein Kind von 25 kg Gewicht setzen, damit die Bank nicht aufkippt? [20 cm.]

91. Es ist die Gleichgewichtsbedingung für die Schnellwage (Abb. 73) aufzustellen. $[P \cdot a_1 = Q \cdot a_2.]$

§ 63. **Rolle.** „Die **Rolle** ist eine drehbare Kreisscheibe, deren Rand mit einer Rinne zur Aufnahme eines Seiles versehen ist.“ Das gleichzeitig zum Aufhängen der Rolle, bzw. zum Anhängen der Last dienende Achsenlager heißt Schere oder Flasche. „Eine Rolle nennt man **fest** oder **beweglich (lose)**, je nachdem sie samt Schere in unveränderlicher Lage oder verschiebbar angebracht ist.“

Nach dem Hebelgesetz muß für jede (feste und lose) Rolle wegen der Gleichheit der beiden Hebelarme die Spannung in beiden um die Rolle laufenden Seilstücken gleich, also im besonderen für die **feste Rolle** $P = Q$ sein, daher gilt (Abb. 75):

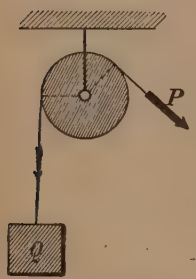


Abb. 75. Feste Rolle.

An der festen Rolle besteht Gleichgewicht, wenn die am freien Seilende wirkende Kraft gleich der Last ist.

Die feste Rolle dient außer zum Emporheben von Lasten noch zur Veränderung einer Kraftrichtung.

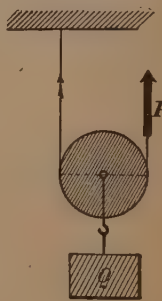


Abb. 76. Lose Rolle.

Bei der **losen Rolle** ist die Last Q stets gleich der Mittelkraft aus den beiden gleichen Seilspannungen P (Abb. 76). Bei parallelen Seilen hat man also $P = \frac{Q}{2}$.

§ 64. **Rollenzug.** „Der **Rollenzug** oder **Potenzflaschenzug**[1]) besteht aus einer festen und mehreren beweglichen Rollen.“ Die Last hängt an der Flasche der tiefsten beweglichen Rolle. Die um jede lose Rolle laufenden Seile sind mit einem Ende an einem Balken, mit dem anderen an der Flasche der nächsthöheren beweglichen Rolle befestigt (Abb. 77). Bei parallelen Seilstücken wirkt an jeder beweglichen Rolle eine halb so große Kraft wie an der vorhergehenden. Es ist daher bei n beweglichen

1) Erfinder des Potenzflaschenzuges ist Archimedes (287—212 v. Chr.).

Rollen eine Kraft $P = \frac{Q}{2n}$ am freien, über die feste Rolle laufenden Seilende zur Herstellung des Gleichgewichts notwendig.

§ 65. **Flaschenzug.** „Der **gewöhnliche Flaschenzug (Produktflaschenzug)** hat eine feste und eine bewegliche Flasche mit je n Rollen." Die Rollen sind entweder wie in Abb. 78 oder bei gleicher Größe aller Rollen nebeneinander in der Flasche angeordnet. Ein an die feste Flasche geknüpftes Seil geht abwechselnd über eine Rolle der beweglichen und

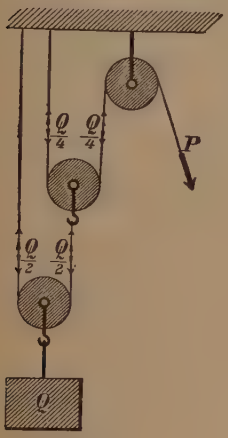


Abb. 77. Rollenzug.

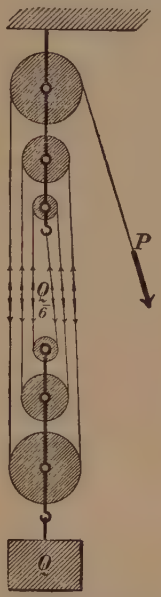


Abb. 78. Gewöhnlicher Flaschenzug.

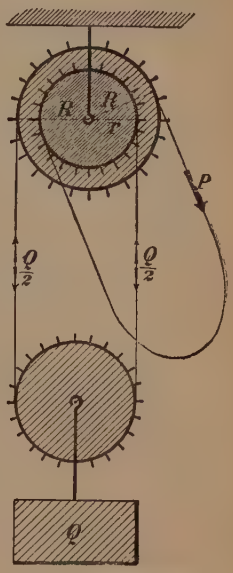


Abb. 79. Differentialflaschenzug.

der festen Flasche. Die an der beweglichen Flasche hängende Last Q wird somit von $2n$ parallelen Seilstücken getragen. Eine Kraft $P = \frac{Q}{2n}$ am freien Seilende stellt demnach Gleichgewicht her (Abb. 78).

§ 65a. **Differentialflaschenzug.** „Der zum Heben großer Lasten viel verwendete **Differentialflaschenzug** (Abb. 79) besteht aus zwei miteinander verbundenen festen Rollen von ungleichem Radius (R und r). An der Flasche einer beweglichen Rolle hängt die Last." Sämtliche Rollen sind gezähnt und durch eine endlose Kette miteinander verbunden. Die Last Q verteilt sich zunächst gleichmäßig auf die um die bewegliche Rolle laufenden Kettenstücke, so daß jedes mit der Kraft $\frac{Q}{2}$ gespannt wird. Von den wirksamen Kräften suchen P und $\frac{Q}{2}$ im gleichem, $\frac{Q}{2}$ im entgegengesetzten Sinne zu drehen. Man hat daher nach dem Hebelgesetz $P \cdot R + \frac{Q}{2} \cdot r = \frac{Q}{2} \cdot R$ oder $P \cdot R = \frac{Q}{2} \cdot (R - r)$. Daher ist die zur Herstellung des Gleichgewichtes notwendige Kraft $P = \frac{R-r}{R} \cdot \frac{Q}{2}$.

§ 66. **Wellrad.** „Das **Wellrad** (Abb. 80) besteht aus einer in Lagern drehbaren Welle (Walze vom Radius r), um welche ein die Last (Q) tragendes Seil geschlungen ist. An der Welle ist eine Kreisscheibe von größerem Radius (R), das sog. Rad, befestigt.“ Das Rad kann durch eine einzige Speiche $DA = R$ ersetzt sein, welche dann Kurbel heißt. Die Kraft P wirkt tangential am Umfange des Rades (bzw. senkrecht zur Kurbel). Die Gleichgewichtsbedingung für das Wellrad ist nach dem Hebelgesetze $Q \cdot r = P \cdot R$, also $\boldsymbol{P = Q \cdot \frac{r}{R}}$.

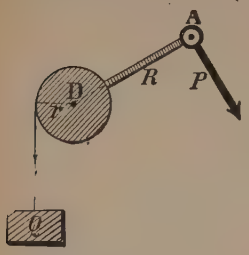


Abb. 80. Wellrad.

Den Quotient $\frac{r}{R}$ nennt man das Übersetzungsverhältnis. — Das Wellrad findet als Haspel, Winde, Göpel, als Steuerrad bei Schiffen, zum Aufziehen von Lasten bei Bauten und bei Ziehbrunnen Anwendung.

§ 66a. **Räderwerke.** Viel häufiger als das einfache Wellrad werden **Räderwerke** verwendet, z. B. beim Hebekran, bei Uhren usw. Die Räderwerke kann man stets auf mehrere einfache Wellräder zurückführen, deren Wellen und Räder gezähnt sind und mit ihren Zähnen ineinandergreifen. Die an Stelle der Welle vorhandenen kleinen Zahnräder heißt man Triebe.

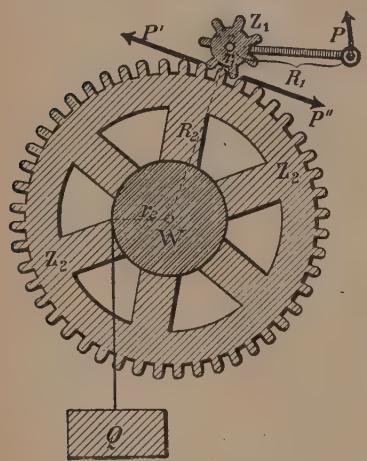


Abb. 81. Aufzugswinde.

Bei der Aufzugswinde (Abb. 81) drücken z. B. die Zähne des durch die Kurbel R_1 bewegten Triebes Z_1 mit einer gewissen Kraft P'' gegen die Zähne des Rades Z_2, letzteres mit gleicher Kraft P' dagegen. An der Welle W des Rades Z_2 ist die Last Q mittels eines Seiles befestigt. Im Falle des Gleichgewichtes hat man zunächst $P' \cdot r_1 = P \cdot R_1$ und $P'' \cdot R_2 = Q \cdot r_2$. Die an der Kurbel anzuwendende Kraft ist also $\boldsymbol{P = Q \cdot \frac{r_1}{R_1} \cdot \frac{r_2}{R_2}}$, sie hängt somit vom Produkte der Übersetzungsverhältnisse $\frac{r_1}{R_1}$ und $\frac{r_2}{R_2}$ ab.

Übungen. a) Bestimme die Kraft bei der losen und festen Rolle, beim Flaschenzug und beim Wellrad mit der Federwage! — b) Untersuche, wie sich bei der losen Rolle die Seilspannung mit dem Winkel beider Seile ändert und vergleiche das Ergebnis mit dem der Aufgabe 96.

Aufgaben: 92. Es soll der Satz von der Erhaltung der Arbeit am Potenz- und gewöhnlichen Flaschenzug und am Wellrad nachgewiesen werden. [§ 56, 64, 65, 66.]

93. An einem Wellrad von 30 cm Wellendurchmesser hängt mittels eines Seiles eine Last von 400 kg. Welche Kraft muß an der 60 cm langen Kurbel angebracht werden, um die Last zu heben? [100 kg.]

94. Eine Last von 145 kg soll mittels einer 5 kg schweren beweglichen Rolle gehoben werden. Welche Kraft braucht man am freien Seilende, a) wenn die Seilstücke parallel, b) wenn sie einen Winkel von 60° bilden? [75 kg; 86,6 kg.]

95. Mittels eines Flaschenzuges mit drei Rollen in jeder Flasche ist ein Stein von 2160 kg Gewicht 11 m hoch zu heben. Das Seil des Flaschenzuges wird durch eine Winde abgezogen, deren Welle einen Radius von 20 cm und deren Kurbel eine Länge von 60 cm hat. Wie viele Arbeiter müssen die Kurbel drehen, wenn man die Kraftleistung eines einzelnen zu 40 kg rechnet? Wie viele Umdrehungen muß die Kurbel machen $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$? [3 Arb.; $52\frac{1}{2}$ Umdr.]

96. Was ist zweckmäßiger, eine lose Rolle mit parallelen oder mit unter einem Winkel α geneigten Seilstücken beim Heben einer Last Q zu verwenden?

$$\left[P = \frac{Q}{2};\ P = \frac{Q}{2\cos\frac{\alpha}{2}}.\right]$$

97. Bei einem Räderwerk wird ein Trieb vom Radius r_1 mittels einer Kurbel von der Länge R_1 durch eine Kraft P gedreht. Der Trieb r_1 greift in ein Zahnrad vom Radius R_2 und ein auf dessen Achse sitzender Trieb vom Radius r_2 in ein drittes Zahnrad vom Radius R_3 ein. Welche Last Q kann mittels der Welle vom Radius r_3 dieses dritten Zahnrades gehoben werden? $\left[Q = \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}{r_1 \cdot r_2 \cdot r_3} \cdot P.\right]$

98. Für das in § 66a und Aufgabe 97 beschriebene Räderwerk soll der Satz von der Erhaltung der Arbeit nachgewiesen werden. [§ 56, 66a.]

99. Es ist für den Differentialflaschenzug der Satz von der Erhaltung der Arbeit nachzuweisen. [§ 56, 65a.]

§ 67. **Wage.** „Die Wage ist ein Apparat zur Vergleichung von Massen und Gewichten“ (Abb. 82). Ihr Hauptbestandteil ist der Wagbalken BB, d. i. ein zweiarmiger gleicharmiger Hebel. Derselbe ist mit drei in einer Ebene liegenden und parallelen Drehungsachsen aus gehärtetem Stahl oder Achat, den Schneiden S_1, S, S_2, versehen. Mittels Gehängen sind die Wagschalen W, W um die äußeren Schneiden S_1, S_2 drehbar, welche von der mittleren Schneide S gleich weit entfernt sein müssen. Die richtige Lage des Wagbalkens kann man durch einen mit dem Balken fest verbundenen Zeiger, die Zunge Z, erkennen. Der Wagbalken, bzw. die durch die drei Schneiden gelegte Ebene, soll nämlich ohne oder bei gleicher Belastung der Schalen horizontal sein. Zur Erzielung dieser wagrechten Lage muß der Schwerpunkt des Wagbalkens lotrecht unter der mittleren Schneide liegen. Um die Wage möglichst empfindlich zu machen, d. h. bei kleinem Übergewicht auf der einen

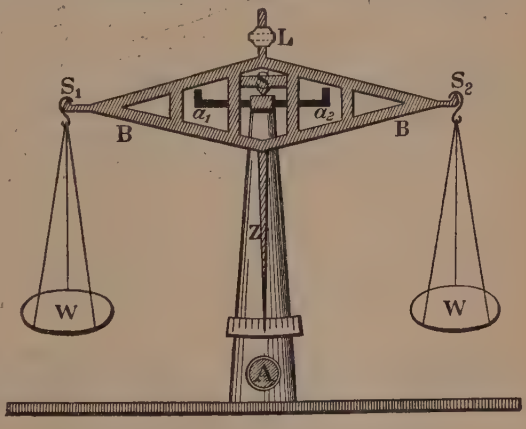


Abb. 82. Wage.

Schale einen großen Ausschlagwinkel zu erzielen, muß der Wagbalken möglichst lang und leicht sein. Daher gibt man ihm zur Vermeidung von Durchbiegung meist die Gestalt einer durchbrochenen Raute. Ferner muß der Schwerpunkt des Wagbalkens nahe unter der mittleren Schneide liegen, darf aber, um ein Umschlagen zu verhüten, mit derselben nicht zusammenfallen. Es kann daher meist bei feinen Wagen die Schwerpunktslage durch ein Laufgewicht L reguliert werden. Zur Schonung der Schneiden sind ferner feine Wagen mit einer sogenannten Arretierung $A a_1 a_2$ versehen, welche gestattet, die Mittelschneide von ihrem Lager, oder auch noch die Schalengehänge von den äußeren Schneiden während des Nichtgebrauchs abzuheben.

Die Ausführung einer Wägung geschieht gewöhnlich so, daß man den Körper in die eine Wagschale legt, in die andere aber so viel Gewichtsstücke, bis der Wagbalken wagrecht steht. Dies erkennt man am Einspielen des Zeigers auf den mittelsten Teilstrich einer kleinen, an der Tragsäule des Wagbalkens angebrachten Teilung (Skala). (Andere Wägungsverfahren s. w. u.)

Der zur Ausführung einer Wägung nötige **Gewichtssatz** (eigentlich Massensatz) enthält Gewichtsstücke von solchem Wert (meist 1, 2, 2, 5, 10, 20, 20, 50 g usw., ebenso bei den Zehnteln und Hunderteln), daß sich aus ihnen jeder beliebige Gewichtsbetrag zwischen 0 und einem bestimmten Höchstwert zusammensetzen läßt. Die Gewichtsstücke dürfen zur Erhaltung ihres Wertes nur mit einer kleinen Zange (Pinzette) gefaßt und zur Schonung der Schneiden nur bei arretierter Wage auf die Wagschale gelegt oder abgenommen werden.

Die vorstehend angegebenen Bedingungen für größte Empfindlichkeit einer Wage bei kleinem Übergewicht p ergeben sich aus dem Hebelgesetz. Es sei nämlich α der durch das Übergewicht p veranlaßte Ausschlag, G das Gewicht des Wagbalkens samt Schalen und e der Abstand seines Schwerpunktes S von der Mittelschneide (Abb. 83). Dann hat man im Falle des Gleichgewichtes $P \cdot a + G \cdot b = (P + p) \cdot a$ oder $P \cdot l \cos\alpha + G \cdot e \cdot \sin\alpha = (P + p) \cdot l \cdot \cos\alpha$, also $G \cdot e \cdot \sin\alpha = p \cdot l \cdot \cos\alpha$ oder $\mathbf{tang\,\alpha = \frac{p \cdot l}{G \cdot e}}$. Bei gleichem Übergewicht p wird also der Ausschlagwinkel um so beträchtlicher, je größer l und je kleiner G und e sind. Der Wagbalken muß also möglichst lang und leicht und sein Schwerpunkt nahe an der Mittelschneide gelegen sein.

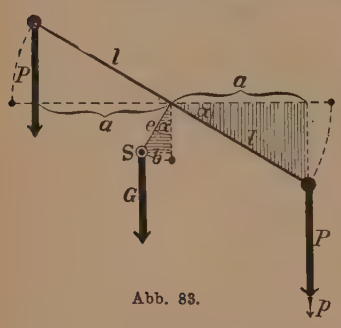


Abb. 83.

Wägungsverfahren. Bei Gleicharmigkeit des Wagbalkens ergibt die Wägung unmittelbar die Masse bzw. das Gewicht eines Körpers K ausgedrückt durch die Masse bzw. das Gewicht der Gewichtsstücke G. Ist nämlich l der Abstand der mittleren von jeder der äußeren Schneiden, so ist nach dem Hebelgesetz (§ 62) das Moment des Körpers K gleich demjenigen der Gewichtsstücke G, also $K \cdot l = G \cdot l$ oder $K = G$ (Abb. 84a).

In Wirklichkeit werden die beiden Arme des Wagbalkens stets kleine Verschiedenheiten aufweisen und etwa l_1 und l_2 sein. Um trotzdem genaue Wägungen auszuführen, benützt man das Tarierverfahren. Man bringt dabei den Körper in die eine Wagschale, in die andere aber soviel Schrote, kleine Blechstückchen (Tara), bis Gleichgewicht hergestellt ist. Hierauf ersetzt man den Körper K durch Gewichtsstücke G, bis die Wage wieder einspielt. Dann gilt für die erste Abgleichung $K \cdot l_1 = T \cdot l_2$ (Abb. 84b), wenn T das Gewicht der Tara ist. Da der Körper unter Belassung der Tara in ihrer Schale durch Gewichtsstücke G ersetzt wurde, so ist $G \cdot l_1 = T \cdot l_2$ und durch Vergleichung $K = G$. Man hat also so das Gewicht des Körpers trotz der Ungleicharmigkeit des Wagbalkens richtig ermittelt.

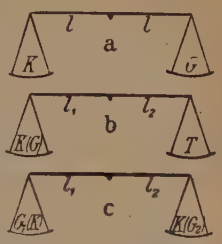


Abb. 84. a) Gewöhnliches Wägeverfahren, b) Tarierverfahren, c) Doppelwägung.

Das genaueste Wägungsverfahren ist die Doppelwägung. Dabei gleicht man den Körper K zweimal, in jeder Wagschale, durch Gewichtsstücke G_1 bzw. G_2 ab. Dann ist (Abb. 84c) für die erste Wägung $G_1 \cdot l_1 = K \cdot l_2$, für die zweite $G_2 \cdot l_2 = K \cdot l_1$. Durch Multiplikation erhält man hieraus nach Kürzung der Gleichung die Bedingung $K^2 = G_1 \cdot G_2$, also $K = \sqrt{G_1 \cdot G_2}$, wofür wegen der sehr geringen Verschiedenheit von G_1 und G_2 angenähert $K = \frac{1}{2}(G_1 + G_2)$ gesetzt werden kann.

§ 67a. **Brückenwage.** Die **Brückenwage** (Abb. 85) dient zum Abwägen größerer Lasten. Die zum Auflegen der Last Q dienende Brücke AB ist am einen Ende um die Schneide B drehbar, am anderen mittels einer Stange an einem zweiarmigen Hebel angehängt. Die Schneide B ruht auf einer ähnlich angeordneten zweiten Brücke CD. Die an beliebiger Stelle der Brücke AB liegende Last Q kann man in die Parallelkräfte Q_1 und Q_2 zerlegen, welche in A und B wirken und in Summa stets gleich Q sind. Die auf die untere Brücke drückende Kraft Q_2 kann ferner durch eine in C wirkende Kraft Q_3 ersetzt werden, welche der Bedingung genügt $Q_2 \cdot l = Q_3 \cdot m$ oder $Q_3 = \frac{l}{m} \cdot Q_2$. Am Hebel EFGH besteht somit

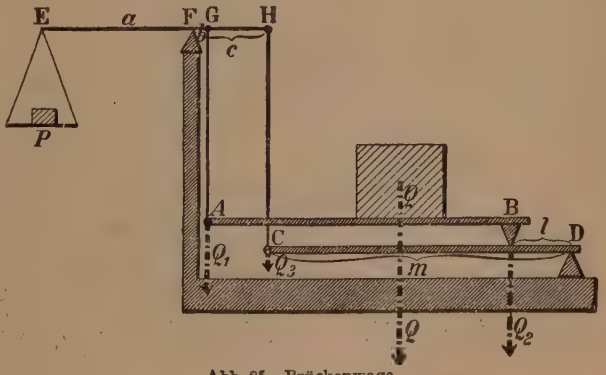


Abb. 85. Brückenwage.

Gleichgewicht, wenn $P \cdot a = Q_1 \cdot b + Q_3 \cdot c = Q_1 \cdot b + \left(\frac{l}{m} \cdot Q_2\right) \cdot c$ ist. Wird die Wage nun so hergestellt, daß $\frac{b}{c} = \frac{l}{m}$ ist, so ist es gleichgültig, an welcher Stelle der Brücke AB die Last Q liegt. Denn man hat nach Einführen von $\frac{b}{c}$ anstatt $\frac{l}{m}$ $P \cdot a = Q_1 \cdot b + \frac{b}{c} \cdot Q_2 \cdot c = (Q_1 + Q_2) \cdot b = Q \cdot b$ oder $\boldsymbol{P = \frac{b}{a} \cdot Q}$. Wird das Verhältnis $\frac{b}{a} = \frac{1}{10}$ genommen, so heißt die Wage **Dezimalwage**. Die Last Q wird dann durch ein Gewicht $P = \frac{Q}{10}$ in der Wagschale im Gleichgewicht gehalten. Wählt man aber $\frac{b}{a} = \frac{1}{100}$, so nennt man die Wage **Zentesimalwage** und es genügt zur Herstellung des Gleichgewichtes ein Gewicht $P = \frac{Q}{100}$.

Aufgaben: 100. Ein Körper wiegt auf der einen Schale einer Wage 50,05 g, auf der anderen 50,054 g. Welches ist das wahre Gewicht des Körpers, und welches Verhältnis haben die Arme des Wagbalkens? [50,052 g; 1 : 1,00004.]

101. Welchen Ausschlag gibt eine Wage für 1 mg Übergewicht, wenn das Gewicht des Wagbalkens 300 g, der Abstand der äußeren Schneiden 30 cm und die Entfernung des Schwerpunktes von der Mittelschneide 0,1 mm beträgt? [17,2′.]

102. Wie erklärt sich, daß bei zunehmender Belastung einer feinen Wage deren Empfindlichkeit abnimmt? [§ 67, 54.]

103. [R. G. 1900.] Man beschreibe die sog. Brückenwage. Man leite dabei die Bedingung ab, welche erfüllt sein muß, damit die Lage der Last auf der Brücke tatsächlich ohne Einfluß auf das Resultat der Wägung ist. [§ 67a.]

Übungen. a) Bestimme die Empfindlichkeit (kleinste noch angezeigte Belastung) einer Wage! — b) Untersuche eine Wage auf Gleicharmigkeit des Wagbalkens! — c) Ermittle das Gewicht eines gewöhnlichen Handelsgewichtes (z. B. 100 g-Stück) durch Doppelwägung mittels eines genauen Gewichtssatzes! — d) Vergleiche die Empfindlichkeit einer Wage im unbelasteten Zustande mit der Empfindlichkeit bei Belastung mit 100 g, 200 g usf. bis zur Belastungsgrenze! — e) Ermittelung des Querschnitts eines Kapillarrohres durch Einsaugen eines Quecksilberfadens und Messung von dessen Länge und Gewicht.

B. Lehre von der Bewegung (Dynamik).

a) Geradlinige Bewegungen.

§ 68. **Bahn und Bewegungsrichtung.** „Ein Körper oder auch ein materieller Punkt befindet sich in **Bewegung**, wenn er seine Lage im Raume gegenüber von Gegenständen auf der Erdoberfläche verändert, welche wir als festliegend ansehen, wie Gebäude, Bäume, Wände eines Zimmers usw.“ Man läßt dabei meist außer Acht, daß die Erde sich selbst bewegt und daß es einen absolut ruhenden Ort im Weltenraum wahrscheinlich überhaupt nicht gibt. Es sind daher alle Bewegungen relativ, d. h. auf einen als ruhend angenommenen Körper bezogen. Deshalb kann die Bahn eines bestimmten Körpers sehr verschieden beschaffen sein, je nachdem der Bezugskörper gewählt wird, d. h. der Körper, welcher als

ruhend und als Standpunkt des Beobachters genommen wird, z. B. die Bewegung eines Planeten von der Sonne oder von der Erde aus gesehen (§ 314, 5).

„Die stetig sich aneinanderreihenden Orte, welche ein materieller Punkt bei seiner Bewegung im Raume einnimmt, bilden die Bahn des Punktes. Diese ist geradlinig oder krummlinig, je nachdem die Bewegungsrichtung des materiellen Punktes beständig gleich bleibt oder sich stetig verändert." Bei krummliniger Bewegung gibt die Tangente in irgend einem Bahnpunkte die dort vorhandene Bewegungsrichtung an.

§ 69. **Gleichförmige Bewegung.** „Eine Bewegung heißt **gleichförmig**, wenn der bewegte Körper in aufeinanderfolgenden gleichen Zeiten stets dieselbe Wegstrecke zurücklegt." Die Bewegung eines Eisenbahnzuges auf der Strecke, einer marschierenden Truppe, der Uhrzeiger usw. ist gleichförmig. „Man nennt **die in der Zeiteinheit zurückgelegte Wegstrecke** die **Geschwindigkeit** des gleichförmig bewegten Körpers."

Bei einer gleichförmigen Bewegung bleibt die Geschwindigkeit stets unverändert. Bedeutet c die Geschwindigkeit, t die Zeitdauer der Bewegung, s die in dieser Zeit zurückgelegte Wegstrecke, so ist die gleichförmige Bewegung vollständig bestimmt durch die einzige Gleichung

I. $$s = c \cdot t$$

Weg = Geschwindigkeit × Zeit.

Der Weg s wird in irgend einer Längeneinheit (cm, m, km), die Zeit t in irgend einer Zeiteinheit (sec, min, Stunde) gemessen. Gemäß der aus Gl. I folgenden Beziehung $c = \frac{s}{t}$ für die Geschwindigkeit ist daher die **Einheit** zur Messung der **Geschwindigkeit**, also auch die Benennung für eine Geschwindigkeit $1\,\frac{\text{cm}}{\text{sec}} = 1\,\text{cm} \cdot \text{sec}^{-1}$, $1\,\frac{\text{m}}{\text{sec}} = 1\,\text{m} \cdot \text{sec}^{-1}$, $1\,\frac{\text{km}}{\text{Stunde}}$ usw., d. h. cm pro sec, m pro sec usw., je nach den Einheiten, welche zur Messung von Weg und Zeit zugrunde gelegt sind. So hat ein Schnellzug eine Geschwindigkeit von $60\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 16{,}66\,\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, d. h. er legt in 1 h eine Strecke von 60 km oder in 1 sec eine solche von 16,66 m zurück. Der Schall legt in 1 sec einen Weg von 333 m, das Licht einen solchen von 300000 km zurück, es ist also die Schallgeschwindigkeit $333\,\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, die Lichtgeschwindigkeit $300000\,\frac{\text{km}}{\text{sec}}$.

Dreht sich ein starrer Körper (z. B. eine Kurbel, ein Rad, ein Uhrzeiger) gleichförmig um eine Achse A (Abb. 86), so beschreiben seine einzelnen Punkte zur Drehungsachse senkrechte Kreisbahnen. Da alle Punkte P in derselben Zeit T einen Umlauf um die Achse ausführen, so muß die

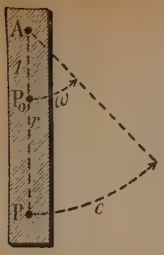


Abb. 86. Winkelgeschwindigkeit.

Geschwindigkeit eines Punktes P um so größer sein, je weiter er von der Achse entfernt ist. Die Drehbewegung des Körpers ist dann durch die **Winkelgeschwindigkeit** bestimmt, d. h. durch den Bogen ω, den ein Punkt P_0 im Abstande 1 von der Drehungsachse in 1 sec zurücklegt. Man erhält $\omega = \frac{2\pi}{T}$ und die Umlaufgeschwindigkeit c irgend eines Punktes P im Abstande r von der Drehungsachse $c = r \cdot \frac{2\pi}{T} = r \cdot \omega$.

Zur Lösung von Aufgaben über die gleichförmige Bewegung ist oft die Darstellung der Bewegung durch ein Weg-Zeit-Bild (Diagramm) empfehlenswert (z. B. graphischer Fahrplan im Eisenbahnbetrieb). Dabei trägt man längs zweier zu einander senkrechten Geraden (Achsen) die zurückgelegten Wege, und zwar etwa auf der Lotrechten als sog. Ordinaten, die hiezu erforderlichen Zeiten als sog. Abszissen auf der wagrechten Achse (Abb. 87) auf. Durch Ziehen von Parallelen zu den Achsen durch die Teilpunkte erhält man für je zwei zusammengehörige Werte von Weg und Zeit einen Punkt im Diagramm. Die Verbindungslinie des Anfangspunktes A (= Schnittpunkt der Achsen) mit diesen Punkten ergibt eine die Bewegung darstellende gerade Linie, durch deren Neigungswinkel α zur Abszissenachse (Zeitachse) die Geschwindigkeit des bewegten Körpers ausgedrückt ist, denn man hat $c = \frac{s}{t} = \operatorname{tang} \alpha$. — Geht z. B. vom Orte A (Abb. 87) ein Fußgänger mit der Geschwindigkeit 5 km/h um 10^h nach dem um 24 km entfernten Orte B ab, während von letzterem Orte ein Reiter mit der Geschwindigkeit 7,5 km/h um $10^h\ 48^{min}$ nach A abreitet, so ist die Bewegung des Fußgängers durch die Gerade AB′, die des Reiters durch B″A″ dargestellt. Es läßt sich dann dem Diagramm unmittelbar entnehmen, daß sich Fußgänger und Reiter in dem von A 12 km entfernten Orte C um $12^h\ 24^{min}$ (Punkt A′) treffen.

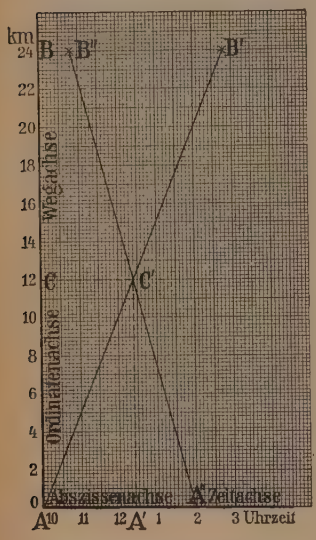


Abb. 87. Weg-Zeit-Diagramm.

Aufgaben. 104. Welche Strecke legt der Schall bei einer Geschwindigkeit von 333 $m.sec^{-1}$ in 5 sec zurück? [1665 m.]

105. Wie weit war ein Blitz vom Beobachter entfernt, wenn der dadurch verursachte Donner 8 sec braucht, um zum Ohre des Beobachters zu gelangen? [2664 m.]

106. Ein guter Fußgänger legt in 4 Stunden 20 km Weges zurück. Welche Geschwindigkeit, gemessen in $m.sec^{-1}$, hat derselbe? [1,38 $m.sec^{-1}$.]

107. Wie groß ist die 300 000 $km.sec^{-1}$ betragende Geschwindigkeit des Lichtes in $m.sec^{-1}$ oder $cm.sec^{-1}$? [300 000 000 $m.sec^{-1}$ = 30 000 000 000 $cm.sec^{-1}$.]

108. Zwei Körper bewegen sich vom Punkte A aus gleichförmig und in gleicher Richtung mit den Geschwindigkeiten c_1 und c_2. In welcher Zeit und Entfernung von A wird der zweite Körper den ersten einholen, wenn $c_2 > c_1$ und der erste Körper um Θ Sekunden früher abgegangen ist als der zweite?

$$\left[\frac{c_1 \cdot \Theta}{c_2 - c_1},\ \frac{c_1 c_2}{c_2 - c_1} \cdot \Theta.\right]$$

109. Zwei Körper A und B, welche in der Entfernung $AB = e$ voneinander sich befinden, bewegen sich mit den Geschwindigkeiten c_1 und c_2 einander entgegen. Wann und in welcher Entfernung von A werden sich die Körper begegnen, a) wenn beide Körper gleichzeitig von ihren Ausgangsorten abgehen, b) wenn der Körper B um Θ Sekunden früher oder um die gleiche Zeit später als A abgeht? Die Aufgabe ist auch graphisch zu lösen.

$$\left[\frac{e}{c_1 + c_2},\ \frac{c_1}{c_1 + c_2} \cdot e;\ \frac{e \mp c_2 \Theta}{c_1 + c_2},\ \frac{e \mp c_2 \Theta}{c_1 + c_2} \cdot c_1.\right]$$

110. Um 12 Uhr stehen die beiden Zeiger einer Uhr genau übereinander. Wann und wie oft erfolgt die gleiche Erscheinung im Verlaufe von zwölf Stunden? Wie groß sind die Winkelgeschwindigkeiten der beiden Zeiger? [$1^h 5\frac{5}{11}^{min}$, $2^h 10\frac{10}{11}^{min}$, $3^h 16\frac{4}{11}^{min}$, usw.; 12mal; $\frac{\pi}{1800}\,sec^{-1}$, $\frac{\pi}{21600}\,sec^{-1}$.]

§ 70. **Trägheitsgesetz.** Legt man auf ein Trinkglas ein Kartenblatt und darauf eine Münze, so fällt diese beim Fortschnellen des Kartenblattes in das Glas. Beim Anfahren eines Eisenbahnzuges erhält der Fahrgast einen Stoß, damit er sich mit dem Zuge weiterbewegt. In Ruhe befindliche Körper haben also das Bestreben, an Ort und Stelle zu bleiben. — Ein Reiter wird ferner bei plötzlichem Anhalten des in schneller Gangart befindlichen Pferdes nach vorne abgeworfen; beim Stolpern fällt man stets vorwärts; ein Schwungrad bewegt sich nach Aufhören der treibenden Kraft weiter; der Zündstift des Granatzünders schlägt beim Auftreffen der Granate auf das Ziel vor und trifft das Zündhütchen usw. Bewegte Körper suchen also die einmal angenommene Bewegung fortzusetzen. Man kann somit schließen:

Jeder Körper verharrt im Zustande der Ruhe oder der gleichförmigen Bewegung in geradliniger Bahn, solange er nicht durch irgend eine Ursache gezwungen wird, diesen Zustand zu ändern (Gesetz der *Trägheit* oder des *Beharrungsvermögens*, Galilei 1602, Newton 1687).

§ 71. **Kraft, Arten der Kräfte.** Da nach dem Trägheitsgesetz ein Körper jeder Änderung seines Bewegungszustandes einen bestimmten Widerstand (Trägheitswiderstand) entgegensetzt (§ 80), muß zur Hervorrufung dieser Änderung eine Kraft auf den Körper einwirken. Man unterscheidet die bewegenden Kräfte in **Stoßkräfte (Momentankräfte)** und in **kontinuierliche Kräfte.**

„Als **Stoßkraft** bezeichnet man eine nur sehr kurze Zeit wirkende Kraft." Eine Stoßkraft ruft stets eine **gleichförmige Bewegung** hervor.

„Eine **kontinuierliche Kraft** ist eine solche, welche ununterbrochen und andauernd auf den bewegten Körper einwirkt." Sie ruft stets eine **ungleichförmige Bewegung** hervor, d. h. eine Bewegung, bei welcher sich

die Geschwindigkeit des bewegten Körpers fortwährend ändert (z. B. Fallbewegung eines Körpers, Rollen einer Kugel auf rauher Unterlage). „Unter der **Geschwindigeit zu einer bestimmten Zeit** t (= **Endgeschwindigkeit zur Zeit** t) versteht man diejenige Wegstrecke, welche der bewegte Körper nach dem Trägheitsgesetz in der auf den Zeitpunkt t folgenden Zeiteinheit zurücklegen würde, wenn in diesem Augenblick die kontinuierliche Kraft zu wirken aufgehört hätte."

§ 72. **Konstante Kraft.** Ist eine kontinuierliche Kraft während der Dauer der Bewegung in ihrer Stärke veränderlich, so ändert sich auch die Geschwindigkeit in aufeinanderfolgenden gleichen Zeiten um ungleich viel. „Behält eine kontinuierliche Kraft stets die gleiche Stärke, so heißt sie eine **konstante Kraft**." Eine solche ruft in gleichen aufeinanderfolgenden Zeiten **gleiche** Änderungen der Geschwindigkeit hervor.

§ 73. **Gleichförmig beschleunigte und verzögerte Bewegung.** „Die durch eine konstante Kraft hervorgerufene Bewegung heißt **gleichförmig beschleunigt** oder **gleichförmig verzögert**, je nachdem die Geschwindigkeit des bewegten Körpers in gleichen aufeinanderfolgenden Zeiten **um stets gleichviel zunimmt** oder **stets um den gleichen Betrag abnimmt**. Den **Zuwachs der Geschwindigkeit in jeder Sekunde** bezeichnet man als **Beschleunigung**, die **Abnahme der Geschwindigkeit pro Sekunde** als **Verzögerung**." Letztere kann als negative Beschleunigung angesehen werden.

§ 74. **Beschleunigungseinheit.** Hat ein gleichförmig beschleunigter Körper zur Zeit t_0 die Endgeschwindigkeit v_0, zu der späteren Zeit t die Endgeschwindigkeit v, so ist $v - v_0$ der Geschwindigkeitszuwachs im Zeitraum $t - t_0$. Der Geschwindigkeitszuwachs in der Zeiteinheit oder die Beschleunigung ist daher $a = \frac{v - v_0}{t - t_0}$. Gemäß § 69 kommt dem Zähler dieses Ausdruckes als Differenz zweier Geschwindigkeiten die Benennung $\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ oder $\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ usw. zu, dem Nenner als Differenz zweier Zeiten aber die Benennung sec. Daher ist die Benennung für eine Beschleunigung oder die **Einheit**, in welcher **Beschleunigungen** zu messen und auszudrücken sind:

$$\frac{\frac{\text{cm}}{\text{sec}}}{\text{sec}} = \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2} = \text{cm} \cdot \text{sec}^{-2}, \text{ d. h. cm pro sec}^2, \text{ oder } \frac{\frac{\text{m}}{\text{sec}}}{\text{sec}} = \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} = \text{m} \cdot \text{sec}^{-2},$$

d. h. m pro sec^2 usw., je nach der Wahl der Einheit zur Ausmessung der Wegstrecken.

§ 75. **Gesetze der gleichförmig beschleunigten Bewegung. Fallmaschine.** Bei einem Körper, welcher vom Zustande der Ruhe aus (Geschwindigkeit $v_0 = 0$) durch eine konstante Kraft in gleichförmig beschleunigte Bewegung mit der Beschleunigung a ver-

setzt wird, wächst die Geschwindigkeit in jeder Sekunde um a. Daher ist die nach t Sekunden erreichte **Endgeschwindigkeit**

II. $$v = a \cdot t$$

Endgeschwindigkeit = Beschleunigung $\times$ Zeit.

Der durchlaufene Weg s ergibt sich durch Annahme eines Hilfskörpers, welcher in der gleichen Zeit t den gleichen Weg s zurücklegt, aber nicht mit gleichmäßig von $v_0 = 0$ bis $v = a \cdot t$ wachsender, sondern mit stets gleichbleibender, mittlerer Geschwindigkeit $c' = \frac{0 + a \cdot t}{2} = \frac{a}{2} \cdot t$. Es ist dann für den Hilfskörper und zugleich für den gleichförmig beschleunigten Körper der in t Sekunden zurückgelegte Weg $s = c' \cdot t$ oder

III. $$s = \frac{a}{2} \cdot t^2$$

Weg = $\frac{1}{2}$ Beschleunigung $\times$ Zeit^2.

Die beiden Gleichungen II und III sind zur vollständigen Bestimmung der gleichförmig beschleunigten Bewegung notwendig und ausreichend.

Die Fallbewegung eines Körpers unter dem Einfluß der (nahezu) konstanten Schwerkraft ist eine gleichförmig beschleunigte Bewegung. Diese erfolgt aber in kurzer Zeit viel zu rasch, als daß sie genau verfolgt werden könnte. Daher dient zum experimentellen Nachweis der Gesetze der gleichförmig beschleunigten Bewegung (Gl. II und III) die **Atwood**sche **Fallmaschine**[1]). Bei dieser wird die Fallbewegung künstlich verlangsamt (§ 82) und dadurch der Untersuchung zugänglich gemacht, indem man den fallenden Körper zwingt, noch andere, unter sich im Gleichgewicht befindliche Körper mitzunehmen. Die Maschine besteht aus einer vertikalen Säule SS (Abb. 88) mit cm-Teilung, auf welcher oben eine sehr leicht bewegliche Rolle R angebracht ist. An einem über die Rolle laufenden Faden sind zwei gleiche Massen M_0 und M_0' angehängt, welche sich das Gleichgewicht halten. Ein durch seine Schwere fallendes kleines Übergewicht p, welches auf die Masse M_0 gelegt wird, muß beim Falle auch noch die beiden Massen M_0 und M_0', sowie die Rolle bewegen.

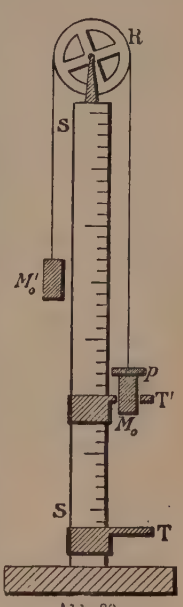


Abb. 88.
Fallmaschine.

Gewöhnlich ist an der Fallmaschine noch ein Sekundenpendel angebracht, durch welches man die Masse M_0 samt Übergewicht p zu beliebiger Zeit in Bewegung setzen und zugleich die Fallzeit in Sekunden messen kann. Die Fallbewegung wird durch einen verstellbaren Teller T begrenzt, auf welchen die Masse M_0 aufschlägt.

1) Atwood (1745—1807) war am Trinity College zu Cambridge tätig.

Dadurch ergibt sich ein experimenteller Beweis für die Gl. III $s = \frac{a}{2} \cdot t^2$.

Ein durchbrochener Teller T' gestattet außerdem, das Übergewicht p zu beliebiger Zeit abzuheben, so daß die Massen M_0 und M_0' von da an mit gleichförmiger Bewegung weitergehen. Es läßt sich somit auch die Gleichung II $v = a \cdot t$ experimentell bestätigen.

§ 76. **Allgemeinste gleichförmig beschleunigte nnd verzögerte Bewegung.** Auf einen Körper, der sich gleichförmig mit der Geschwindigkeit c bewegt, kann von einem bestimmten Zeitpunkt an eine konstante Kraft einwirken. Dann addieren sich, da jede Bewegungsursache zu ihrer vollen Wirkung kommt, die durch beide Ursachen hervorgerufenen Geschwindigkeiten und Wege einfach algebraisch. Man hat demnach

IV. **Endgeschwindigkeit** $v' = c \pm a \cdot t$

V. **Weg** $s' = c \cdot t \pm \frac{a}{2} \cdot t^2$.

Es gilt das obere oder das untere Vorzeichen, je nachdem beide Bewegungsursachen in der gleichen oder in gerade entgegengesetzter Richtung wirken. Im letzteren Falle hat man es demnach mit einer **gleichförmig verzögerten Bewegung** zu tun.

Die beiden Gleichungen IV und V sind zur vollständigen Bestimmung der gleichförmig beschleunigten resp. verzögerten Bewegung notwendig und ausreichend.

Übungen. a) Man befestige an einem Körper (Walze, Holz- oder Metallplatte) eine Schnur, die man über eine am Rand der Tischplatte angebrachte Rolle gehen läßt und mit einer Wagschale versieht. Durch Belastung erziele man eine gleichförmige oder eine beschleunigte Bewegung des Körpers und prüfe an einem vertikalen Maßstab die Wege, welche der Rand der Wagschale in gleichen Zeiten zurücklegt! — b) Eine Kugel rolle infolge eines Stoßes in einer horizontalen Rinne. Man ermittle in gleichen Zeiten zurückgelegte Wege und versuche auf Grund der Gleichungen IV und V durch passend gewählte Beobachtungen Anfangsgeschwindigkeit und Verzögerung zu ermitteln!

Aufgaben. 111. Die Geschwindigkeit eines bewegten Körpers ist zu einer gewissen Zeit 440 cm.sec^{-1}, 7 sec später 5,45 m.sec^{-1}, weitere 8 sec später 6,65 m.sec^{-1}. Was für eine Bewegung hat der Körper und wie groß ist die etwaige Beschleunigung? [§ 73; 15 cm.sec^{-2}.]

112. Ein Eisenbahnzug erreicht 100 m nach Verlassen einer Haltestation seine normale Geschwindigkeit von 12 m.sec^{-1}. Mit welcher Beschleunigung und wie lange mußte der Zug sich bewegen, um diese Fahrgeschwindigkeit zu bekommen? [0,72 m sec^{-2}; 16,6 sec.]

113. Ein Körper bewegt sich mit der Bescheunigung a und hat nach einer bestimmten Zeit die Endgeschwindigkeit v erreicht. Wie groß ist diese Zeit und die in derselben zurückgelegte Wegstrecke? $\left[\frac{v}{a}; \frac{v^2}{2a} \cdot\right]$

114. Wie verhalten sich die Wegstrecken, welche ein mit der Beschleunigung a bewegter Körper während der 1ten, 2ten, 3ten, 4ten Sekunde seiner Bewegung zurücklegt? [1 : 3 : 5 : 7.]

115. Ein Eisenbahnzug, der eine Fahrgeschwindigkeit von 9 $m.sec^{-1}$ hat, wird 162 m vor einer Haltestelle gebremst. In welcher Zeit kommt der Zug zum Stehen und welche Verzögerung wird durch das Bremsen hervorgerufen? Welche Geschwindigkeit hat der Zug noch 12 Sekunden nach Beginn des Bremsens? [36 sec; 0,25 $m.sec^{-2}$; 6 $m.sec^{-1}$.]

116. Ein Geschoß trifft mit einer Geschwindigkeit von 500 $m.sec^{-1}$ auf einen Holzstamm und dringt in denselben 2 m tief ein. Welche Geschwindigkeit hat das Geschoß, nachdem es im Stamme 0,5 bzw. 1 m zurückgelegt hat, wenn die Bewegung im Stamme als gleichförmig verzögert angesehen wird? [433 $m.sec^{-1}$; 353,5 $m.sec^{-1}$.]

117. Zwei Bahnzüge fahren mit den Geschwindigkeiten 14 $m.sec^{-1}$ und 8 $m.sec^{-1}$ auf gleichem Geleise einander entgegen und befinden sich, als zur Vermeidung des Zusammenstoßes die Bremsen gleichzeitig in Tätigkeit gesetzt werden, in 225 m Entfernung. Wenn nun beide Züge gleichzeitig und in 5 m Abstand zum Stehen kommen, so fragt es sich, welche Verzögerung ein jeder durch das Bremsen erhielt und welche Strecke und Zeit ein jeder bis zum Stillstand noch in Bewegung war. [0,7 $m.sec^{-2}$; 0,4 $m.sec^{-2}$; 140 m; 80 m; 20 sec.]

118. Welches gegenseitiges Verhalten besteht zwischen den bewegenden Kräften und den Bewegungshindernissen, wenn die Bewegung eines Körpers (z. B. eines Eisenbahnzuges) beschleunigt, verzögert oder gleichförmig ist? [§ 70—73.]

§ 77. **Freier Fall.** Die durch die Erdanziehung hervorgerufene **lotrechte Fallbewegung** eines Körpers ist im **luftleeren Raume** eine gleichförmig beschleunigte. Denn die Schwerkraft kann man an einem und demselben Orte, wenigstens für die praktisch vorkommenden Fallhöhen, als konstante Kraft ansehen. „Die Fallbewegung eines Körpers im luftleeren Raume wird **freier Fall** genannt." Im lufterfüllten Raume ist die Fallbewegung wegen des mit der Geschwindigkeit veränderlichen Luftwiderstandes nur anfangs eine beschleunigte und geht bei großen Fallhöhen allmählich in eine gleichförmige Bewegung über (Regentropfen).

Die Fall- oder **Erdbeschleunigung**, welche allgemein durch g (= gravitas = Schwere) bezeichnet wird, beträgt für 45° Breite im luftleeren Raume $g = 9{,}81 \frac{m}{sec^2} = 981 \frac{cm}{sec^2}$ $\left(\text{rund } 10 \frac{m}{sec^2} = 1000 \frac{cm}{sec^2}\right)$. Der **freie Fall** eines Körpers ist demnach bestimmt durch die aus II und III unter Berücksichtigung dieses besonderen Wertes der Beschleunigung abgeleiteten Gleichungen:

VI. **Fallgeschwindigkeit** $v = g \cdot t$

VII. **Fallraum** $s = \frac{1}{2} g \cdot t^2$.

Man hat somit: *Die beim freien Fall erreichte Endgeschwindigkeit ist der Fallzeit, der Fallraum dem Quadrate der Fallzeit proportional.*

Die Gleichungen VI und VII sind zur vollständigen Bestimmung der Bewegung eines freifallenden Körpers notwendig und ausreichend, wenn der Körper vom Ruhestande aus zu fallen beginnt. Sie sind bei nicht zu großen Fallräumen mit großer Annäherung auch für den Fall im lufterfüllten Raume verwendbar.

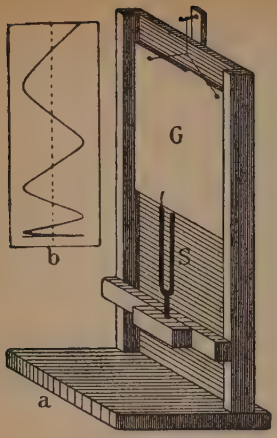


Abb. 89. Fallapparat.

Das Weggesetz beim Fall läßt sich mit einer fallenden berußten Glasplatte G (Abb. 89a) bestätigen, die man vor der Schreibspitze einer in Schwingung versetzten Stimmgabel S herabfallen läßt. Da die Stimmgabel zu jeder Schwingung dieselbe Zeit braucht, erhält man durch Ausmessen der aufeinanderfolgenden Wellenlängen (Abb. 89b) die in gleichen Zeiten zurückgelegten Wege. Bei Kenntnis der Schwingungsdauer der Stimmgabel kann man auch die Fallbeschleunigung angenähert ermitteln.

§ 78. **Lotrechter Wurf abwärts.** Man kann einem Körper bei Beginn seiner Fallbewegung auch noch durch eine Stoßkraft eine lotrecht abwärts gerichtete Anfangsgeschwindigkeit c erteilen. Dann heißt man die Bewegung des Körpers einen **lotrechten Wurf abwärts**. Hiefür gelten gemäß IV und V die Beziehungen:

VIII. **Endgeschwindigkeit** $v' = c + g \cdot t$

IX. **Weg** $s' = c \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2$.

§ 79. **Lotrechter Wurf aufwärts.** Erhält ein Körper durch eine Stoßkraft eine lotrecht aufwärts gerichtete Anfangsgeschwindigkeit c, so wirkt die lotrecht abwärts gerichtete Schwerkraft als verzögernde Kraft. Die Bewegung des Körpers wird dann **lotrechter Wurf aufwärts** genannt und ist eine gleichförmig verzögerte Bewegung mit der Verzögerung g. Daher erhält man nach IV und V die Gleichungen für den **lotrechten Wurf aufwärts** (im luftleeren Raum):

X. **Endgeschwindigkeit** $v'' = c - g \cdot t$

XI. **Weg** $s'' = c \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$.

Ein lotrecht aufwärts geworfener Körper erlangt im höchsten Punkt seiner Bahn die Geschwindigkeit 0 und führt von da an die Bewegung des freien Falles aus. Man hat demnach, wenn T die Steigzeit, H die Steighöhe bedeutet: $v'' = 0 = c - g \cdot T$, also ist die Steigzeit $T = \frac{c}{g}$, ferner die Steighöhe $H = c \cdot T - \frac{1}{2} g \cdot T^2 = \frac{c^2}{g} - \frac{1}{2}\frac{c^2}{g} = \frac{1}{2}\frac{c^2}{g}$.

Fällt der Körper vom höchsten Punkt seiner Bahn wieder zur Ausgangsstelle zurück, so ist unter Anwendung von VI und VII

$$v = g \cdot t, \quad s = H = \frac{1}{2} g \cdot t^2, \quad \text{also} \quad t = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{c^2}{g^2}} = \frac{c}{g} = T.$$

Die Fallzeit ist somit gleich der Steigzeit. Ferner ist

$$v = g \cdot t = g \cdot T = g \cdot \frac{c}{g} = c.$$

Die Endgeschwindigkeit für den beim Ausgangspunkt angelangten Körper ist somit gleich der Anfangsgeschwindigkeit beim Aufsteigen.

Aufgaben. 119. In welcher Zeit und mit welcher Geschwindigkeit kommt ein Stein, welcher vom Gipfel des Eiffelturmes (300 m) herabfällt, am Erdboden an? ($g = 10\,\text{m.sec}^{-2}$.) [7,75 sec; 77,5 m.sec^{-1}.]

120. Wie ändert sich die Antwort auf die Fragen der vorigen Aufgabe, wenn der Stein mit der Geschwindigkeit von 35 m.sec^{-1} lotrecht abwärts geworfen wird? [5 sec; 85 m.sec^{-1}.]

121. Beweise, daß ein lotrecht aufwärts geworfener Körper an beliebiger Stelle seiner lotrechten Bahn beim Aufstieg und Fall dieselbe Geschwindigkeit hat! [§ 79.]

122. Wie tief ist ein Schacht, wenn man einen Stein nach $6\,^6/_{11}$ sec am Boden aufschlagen hört? ($g = 10\,\text{m.sec}^{-2}$, Schallgeschwindigkeit $= 330\,\text{m.sec}^{-1}$.) [180 m.]

123. In welcher Höhe hat sich die Anfangsgeschwindigkeit (400 m.sec^{-1}) eines lotrecht aufwärts geworfenen Geschosses auf 300 m.sec^{-1} vermindert? ($g = 10\,\text{m.sec}^{-2}$.) [3500 m.]

§ 80. **Darstellung der Kraft durch Masse und Beschleunigung. Absolute Krafteinheit.** Bei der Fallmaschine (Abb. 88, § 75) wurde die Beschleunigung des freien Falles, mit der das Übergewicht für sich allein wie jeder andere Körper fallen würde, durch Vergrößerung der bewegten Massen bedeutend vermindert. Als Ursache für die Verschiedenheit der Beschleunigung bei gleicher bewegender Kraft ist die verschieden große Masse anzusehen, welche in Bewegung kommen muß. Man kann daher festsetzen: *Zwei Körper haben dann gleiche Masse, wenn sie durch die gleiche Kraft die gleiche Beschleunigung erhalten. Ein Körper hat aber die m-fache Masse gegenüber einem anderen, wenn an ersterem die gleiche Kraft nur den m^{ten} Teil der Beschleunigung hervorruft* (Dynamische Definition der Masse). Als Masseneinheit gilt in der Physik die Grammasse, sonst die Masse des Urkilogramms (§§ 19 und 20).

Legt man an Stelle des Übergewichts (p, Abb. 88) ein doppelt so großes auf, so wird die Beschleunigung (nahezu) doppelt so groß. Man kann somit schließen: *Die Beschleunigung (a), welche eine konstante Kraft (P) einem Körper erteilt, ist der bewegenden Kraft direkt, der bewegten Masse (M) umgekehrt proportional.* Man setzt daher:

XII. $$a = \frac{P}{M} \quad \text{oder} \quad \textbf{Beschleunigung} = \frac{\textbf{Bewegende Kraft}}{\textbf{Bewegte Masse}}.$$

Hieraus folgt dann

XIII. $$P = a \cdot M \quad \text{oder} \quad \textbf{Kraft} = \textbf{Beschleunigung} \times \textbf{Masse}.$$

Wirkt eine konstante Kraft P auf einen Körper bewegend ein, so übt derselbe nach dem Trägheitsgesetz einen der Kraft P gleichen Widerstand (§ 71) aus, welchen man **Trägheitswiderstand** nennt. Dieser ist somit proportional der Masse des Körpers und proportional der Beschleunigung, die ihm durch die Kraft P erteilt werden soll. Einen

Körper (etwa 1 kg-Stück) kann man z. B. an einem Faden leicht in die Höhe heben, wenn die zu erteilende Bewegung langsam, also die Beschleunigung und damit der Trägheitswiderstand gering ist. Will man aber den Körper rasch bewegen, so reißt der Faden.

Auf Grund der Beziehung $P = a \cdot M$ wählt man in der Physik zur Angabe von Kräften die als **absolute Krafteinheit** bezeichnete Kraft von 1 **Dyn** (§§ 20, 58) mit der Festsetzung: „*Krafteinheit ist das Dyn, d. h. diejenige Kraft, welche der Masseneinheit, d. i. der Masse von 1* g (Grammasse), *die Beschleunigungseinheit, also 1 cm sec^{-2} erteilt.*“ Man hat dann als Krafteinheit des sog. cm-g-sec-Systems nach Gleichung XIII

$$\mathbf{1\ Dyn = 1\ cm\ sec^{-2} \cdot 1\ g = 1\ g\ cm\ sec^{-2}.}$$

Für die in der Technik übliche Krafteinheit, das Kilogrammgewicht, welches den Druck einer Masse von 1000 g infolge der Schwerkraft auf eine horizontale Unterlage vorstellt, ergibt sich für 45° geogr. Breite

$$\mathbf{1\ Kilogrammgewicht = 981\ cm\ sec^{-2} \cdot 1000\ g = 981000\ g\ cm\ sec^{-2}}$$
$$\mathbf{= 981000\ Dyn,}$$

da die Schwerkraft nicht eine Beschleunigung von 1 cm sec^{-2}, sondern von 981 cm sec^{-2} hervorruft.

Da entsprechend **1 Grammgewicht = 981 Dyn** ist, so ist umgekehrt

$$\mathbf{1\ Dyn = \frac{1}{981}\ Grammgewicht = 1{,}019\ Milligrammgewicht.}$$

Auf Grund des Wertes des Dyn ergibt sich noch (§ 58):

$$\mathbf{absolute\ Arbeitseinheit = 1\ cm\text{-}Dyn = 1\ Erg = 1\ g\ cm^2\ sec^{-2},}$$

ferner

$$\mathbf{10^7\ g\ cm^2\ sec^{-2} = 10^7\ Erg = 1\ Joule} \left[\mathbf{= \frac{1}{9{,}81}\ mkg}\right] \text{ (s. auch § 169),}$$

$$\mathbf{absolute\ Leistungseinheit = 1\ Erg\ pro\ sec = 1\ g\ cm^2\ sec^{-3},}$$

$$\mathbf{1\ Watt = 1\ W = 10^7\ \frac{Erg}{sec} = 10^7\ g\ cm^2\ sec^{-3} = 1\ \frac{Joule}{sec}} \left[\mathbf{= \frac{1}{9{,}81}\ \frac{mkg}{sec}}\right].$$

§ 81. **Gewicht.** Nach XIII hat ein Körper von der Masse M infolge der Schwerkraft ein Gewicht $G = g \cdot M$ (§ 19). Mißt man sonach die Kräfte in technischem Maße in kg, so erhält man die Masse eines Körpers vom Gewichte $G = g \cdot M$ zu

$$\mathbf{Masse}\ M = \frac{G}{g} = \frac{\mathbf{Gewicht\ in\ kg}}{\mathbf{Fallbeschleunigung}}.$$

Beim freien Falle ist nun die bewegende Kraft gleich dem Gewichte G, die bewegte Masse gleich der Masse M des Körpers. Daher ergibt sich für die Fallbeschleunigung nach XII: $a = \frac{G}{M} = \frac{g \cdot M}{M} = g$. Die Beschleunigung des freien Falles ist somit von der Masse des

fallenden Körpers vollständig unabhängig. Dieses Ergebnis spricht man gewöhnlich aus: *Alle Körper fallen an einem und demselben Orte im luftleeren Raume gleich schnell* (vgl. den Versuch mit der Fallröhre § 141f.) oder: *Die Beschleunigung des freien Falles ist am gleichen Orte für alle Körper gleich groß.*

§ 82. **Beschleunigung bei der Fallmaschine.** Bei der Fallmaschine (Abb. 88, § 75) ist die bewegende Kraft nur das Übergewicht $p = g \cdot m$ die bewegten Massen aber sind, wenn die für die Bewegung in Betracht kommende Rollenmasse unberücksichtigt bleibt, m und $2M_0$. Daher ergibt sich die Beschleunigung, mit welcher das Übergewicht infolge der Schwerkraft fällt, zu $a = \frac{p}{m + 2M_0} = \frac{m}{m + 2M_0} \cdot g$. Die bedeutende Beschleunigung $g = 981\ \mathrm{cm\,sec^{-2}}$ des freien Falles kann also durch geeignete Wahl des Verhältnisses $\frac{m}{m + 2M_0}$ auf einen beliebig kleinen Betrag herabgemindert werden.

Bei doppelt so großem Übergewicht ($= 2p$) würde die Beschleunigung $a' = \frac{2m}{2m + 2M_0} \cdot g$, also nahezu doppelt so groß wie bei einfachem Übergewicht sein.

Aufgaben. 124. Welche Beschleunigung erhält eine Masse von 25 g, auf welche eine Kraft von 1250 Dyn einwirkt? [50 $\mathrm{cm\,sec^{-2}}$.]

125. Durch eine Kraft von 20 kg erhält ein Körper eine Beschleunigung von 21,8 $\mathrm{m\,sec^{-2}}$. Wie groß ist die in Bewegung gesetzte Masse? [9000 g.]

126. Auf einen ursprünglich in Ruhe befindlichen Körper von 20 g Masse wirkt 25 Sekunden lang eine konstante Kraft von 500 Dyn. Welchen Weg hat der Körper nach 30 Sekunden vom Beginn der Kraftwirkung an zurückgelegt und welchen Weg in der dreißigsten Sekunde selbst? [109,375 m; 6,25 m.]

127. Mit welcher Beschleunigung müßte man die Hand aufwärts bewegen, damit sie den doppelten Druck, mit welcher nach abwärts, wenn sie gar keinen Druck eines auf ihr liegenden Körpers empfinden soll? [g; g.]

§ 83. **Bewegung längs der schiefen Ebene.** Für die Bewegung eines Körpers vom Gewichte Q und der Masse M, welcher längs einer **schiefen Ebene** (reibungslos) herabgleitet, ergibt sich, da $P = Q \cdot \sin\alpha = M \cdot g \cdot \sin\alpha$ die bewegende Kraft, M die bewegte Masse ist, nach XII die Beschleunigung

$$a = \frac{P}{M} = \frac{M \cdot g \cdot \sin\alpha}{M} = g \cdot \sin\alpha.$$

Gleitet der Körper mit dieser Beschleunigung die Länge l der schiefen Ebene herab, so ist nach II und III $v = g \cdot \sin\alpha \cdot t$ und $l = \frac{1}{2} g \cdot \sin\alpha \cdot t^2$. Durch Elimination von t erhält man $v = g \cdot \sin\alpha \cdot \sqrt{\frac{2l}{g \cdot \sin\alpha}} = \sqrt{2g \cdot l \cdot \sin\alpha}$. Fällt der Körper aber unmittelbar lotrecht die Höhe $h = l \cdot \sin\alpha$ der schiefen Ebene herab, so ist nach VI und VII $v_1 = g \cdot t$ und $h = \frac{1}{2} g \cdot t^2$, also $v_1 = g \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{2g \cdot h} = \sqrt{2g \cdot l \cdot \sin\alpha} = v$. Die Endgeschwindigkeit

ist also die gleiche, mag der Körper längs der schiefen Ebene oder lotrecht um die Höhe derselben herabfallen (§ 100).

Übung. Man untersuche die Bewegung einer Kugel auf einer zur Horizontalen unter verschiedenen Winkeln geneigten Rinne (Fallrinne) durch Ermittelung der Wege, die in gleichen Zeiten zurückgelegt werden!

Aufgaben. 128. Ließe sich auch eine schiefe Ebene zum Nachweis der Gesetze der gleichförmig beschleunigten Bewegung benützen? [§ 75, 83.]

129. Welche Neigung muß man einer schiefen Ebene geben, damit ein Körper mit einer Beschleunigung $a = 30\ \mathrm{cm\ sec^{-2}}$ herabgleitet? [1°45′8,7″.]

130. Ein Körper erhält durch einen Stoß eine längs einer schiefen Ebene nach aufwärts gerichtete Anfangsgeschwindigkeit c. Bestimme die Bewegung des Körpers, wenn die schiefe Ebene den Neigungswinkel α hat, a) ohne Reibung, b) mit Reibung bei einem Reibungskoeffizient f! [$v'' = c - g \cdot \sin\alpha \cdot t$, $s'' = c \cdot t - \frac{1}{2} g \sin\alpha \cdot t^2$; $v'' = c - g(\sin\alpha + f\cos\alpha) \cdot t$, $s'' = c \cdot t - \frac{1}{2} g(\sin\alpha + f\cos\alpha) \cdot t^2$.]

131. Es ist der Satz zu beweisen, daß ein Körper zum Durchfallen eines lotrechten Durchmessers eines Kreises dieselbe Zeit braucht, wie zum Durchfallen einer beliebigen, vom höchsten Punkt des Kreises ausgehenden Sehne. [§ 83.]

b) Krummlinige Bewegungen.

§ 84. **Parallelogramm der Geschwindigkeiten.** Es können bewegende Kräfte in verschiedenen Richtungen auf einen Körper einwirken. Es gilt dann (vgl. § 43): *Die durch Kräfte von verschiedener Richtung in einem bestimmten Zeitpunkt hervorgerufene Geschwindigkeit eines Körpers ergibt sich nach Größe und Richtung durch Konstruktion eines oder mehrerer Parallelogramme der Geschwindigkeiten.*

Man stellt zu diesem Zwecke jede Geschwindigkeit nach Größe und Richtung durch eine **Pfeilstrecke** (Vektor) dar, indem man eine beliebige **Einheitsstrecke** für die **Geschwindigkeitseinheit** $\left(\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{sec}}, \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}}\ \text{usw.}\right)$ wählt (Abb. 90). Aus je zwei solchen Vektoren, welche **Geschwindigkeitskomponenten** oder **Seitengeschwindigkeiten** heißen, konstruiert man dann ein Parallelogramm. Die **Diagonale** desselben ergibt der **Größe** und **Richtung** nach diejenige Geschwindigkeit, welche dem Körper infolge der beiden gleichzeitig wirkenden Bewegungsursachen im betrachteten Zeitpunkt zukommt. Die Diagonale des Parallelogramms der Geschwindigkeiten heißt die **resultierende Geschwindigkeit** oder **Resultante**. Dieselbe ist gegeben durch

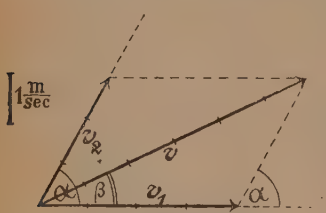


Abb. 90. Parallelogramm der Geschwindigkeiten.

$$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2\cos(180^0 - \alpha)} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2\cos\alpha}.$$

Umgekehrt läßt sich jede Geschwindigkeit in zwei oder mehrere Komponenten von gegebener Richtung zerlegen, indem man aus den gegebenen Richtungen und der bekannten Geschwindigkeit v als Diago-

nale ein Parallelogramm konstruiert. Man hat dann $v_1 = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin \alpha} \cdot v$ und $v_2 = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \cdot v$ (Abb. 90).

Ein einfacher Nachweis für die Zusammensetzung von zwei Geschwindigkeiten zu einer Resultante gelingt dadurch, daß man einen Zeichenstift längs einer an der Tischkante angelegten Reißschiene entlang führt und gleichzeitig die Reißschiene längs der Tischkante, also in einer zu ihrem Lineal senkrechten Richtung verschiebt.

§ 85. **Parallelogramm der Wege.** *Die Orte, welche ein Körper bei Einwirkung verschieden gerichteter Bewegungsursachen am Ende aufeinanderfolgender Sekunden einnimmt, ergeben sich durch Konstruktion von Parallelogrammen der Wege.* Als Seiten des Parallelogramms nimmt man die Wegstrecken, welche der Körper infolge jeder Bewegungsursache vom Ausgangsort aus in 1, 2, 3 ... Sekunden zurücklegt. Die dem Ausgangspunkt gegenüberliegende vierte Ecke eines solchen Parallelogramms der Wege gibt den Ort an, in welchem sich der Körper am Ende der 1^{ten}, 2^{ten}, 3^{ten} ... Sekunde befindet.

Aufgaben. 132. Ein Körper erhält durch zwei Stöße die Geschwindigkeit $v_1 = 25$ cm sec^{-1} und $v_2 = 40$ cm sec^{-1} in Richtungen, welche einen Winkel von 120° einschließen. Bestimme die resultierende Geschwindigkeit nach Größe und Richtung durch Zeichnung und Rechnung! [§ 84; 35 cm sec^{-1}; $\widehat{v v_1} = 81°47'$.]

133. Ein Körper von der Masse M ist der Einwirkung zweier konstanten Kräfte P_1 und P_2 ausgesetzt, deren Richtungen einen Winkel α miteinander bilden. Es ist die Endgeschwindigkeit des Körpers nach der Zeit t und der in dieser Zeit zurückgelegte Weg s zu bestimmen.

$$\left[v = \frac{1}{M}\sqrt{P_1^2 + P_2^2 + 2P_1 \cdot P_2 \cos\alpha} \cdot t; \quad s = \frac{1}{2M}\sqrt{P_1^2 + P_2^2 + 2P_1 \cdot P_2 \cdot \cos\alpha} \cdot t^2.\right]$$

134. Ein Körper von 50 g Masse erhält durch jede von zwei gleichen, unter 60° gegeneinander wirkenden Stoßkräften eine Geschwindigkeit von 100 cm sec^{-1}, während eine konstante Kraft von 1000 Dyn in einer Richtung auf ihn wirkt, welche den Winkel der Stoßkräfte halbiert. Es ist Geschwindigkeit und Bewegungsrichtung des Körpers am Ende der 10. Sekunde, sowie der in 10 sec zurückgelegte Weg zu bestimmen. [373,2 cm sec^{-1}; 27,32 m.]

§ 86. **Schiefer Wurf.** Es werde ein Körper im **luftleeren Raume** unter irgend einem Winkel α zur Horizontalen (**Erhebungs-** oder **Elevationswinkel**) abgeworfen. Dann wirkt auf ihn der Stoß in Richtung α, welcher ihm die Anfangsgeschwindigkeit c erteilt, und die Schwerkraft lotrecht abwärts (Abb. 91). Infolge des Stoßes allein würde der Körper nach § 69 in 1, 2, 3 ... sec die Wege $AB = c \cdot 1$, $AC = c \cdot 2$, $AD = c \cdot 3$ ... zurücklegen. Infolge der Fallbewegung allein durchläuft er zufolge VI und VII, § 77 lotrecht abwärts in denselben Zeiten die Fallräume $AA_1 = \frac{g}{2} \cdot 1^2$, $AA_2 = \frac{g}{2} \cdot 2^2$, $AA_3 = \frac{g}{2} \cdot 3^2$ ... Die aus AB, AA_1, aus AC, AA_2, aus AD, AA_3 usw. konstruierten Parallelogramme der Wege liefern in ihren 4^{ten} Ecken B_1, C_1, D_1 ... die Punkte der Bahn,

welche der Körper am Ende der 1^{ten}, 2^{ten}, 3^{ten} ... Sekunde einnimmt (Abb. 91).

Die durch $AB_1C_1D_1$ ... gezogene Kurve ist die Bahn des geworfenen Körpers. Sie heißt **Wurflinie** und ist ihren geometrischen Eigenschaften nach eine **Parabel.** Die Strecke AH, welche die Wurflinie auf der Horizontalen des Ausgangspunktes abschneidet, nennt man **horizontale Wurfweite**, den höchsten Punkt S der Wurflinie Scheitel. Das Stück der Bahn vom Ausgangspunkt A bis zum Scheitel S heißt aufsteigender Ast, der übrige, von S nach abwärts gehende Teil absteigender Ast.

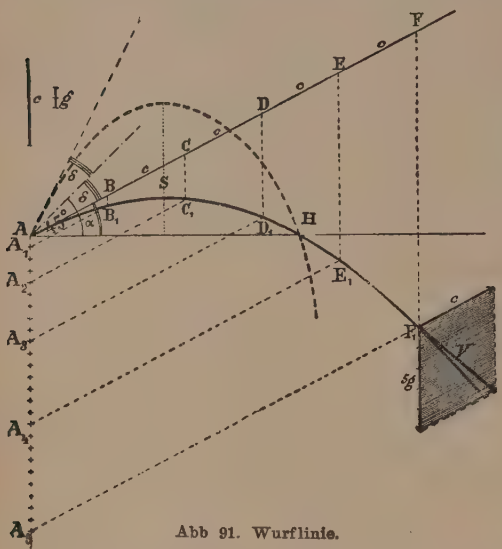


Abb 91. Wurflinie.

Mit derselben Anfangsgeschwindigkeit (c) abgeworfene Körper liefern dieselbe horizontale Wurfweite (AH, ausgezogene und gestrichelte Parabel in Abb. 91), *wenn ihre Elevationswinkel um den gleichen Winkel* (δ) *von 45° sich unterscheiden.* Die gestrecktere

Abb. 92. Ballistische Kurve.

Wurflinie entspricht dem sogenannten flachen Wurf (Schuß), die steilere dem Bogenwurf. **Bei einem Elevationswinkel $\alpha = 45^0$ wird die horizontale Wurfweite am größten.** — Ein unter gleichmäßigem Druck aus einer verstellbaren Düse ausfließender Wasserstrahl gestattet die angegebenen Gesetze experimentell zu bestätigen.

Der geworfene Körper hat in Richtung α stets die Geschwindigkeit c, vertikal abwärts aber zur Zeit t die Geschwindigkeit $v = g \cdot t$. Daher ergibt sich die **Bahngeschwindigkeit** V zur Zeit t nach Größe und Richtung durch Konstruktion eines Geschwindigkeitsparallelogramms aus den Komponenten c in Richtung α und $v = g \cdot t$ in vertikaler Richtung (in Abb. 91 ist die Bahngeschwindigkeit für den Punkt F_1 am Ende der 5^{ten} Sekunde konstruiert).

Im **lufterfüllten Raume** hat die Bahn eines geworfenen Körpers, wenigstens bei großen Anfangsgeschwindigkeiten c, eine etwas andere Form. Der aufsteigende Ast AS′ (Abb. 92) kommt demjenigen einer Parabel AS sehr nahe, der absteigende Ast S′B′ dagegen ist kürzer und steiler. „Die vom geworfenen Körper im lufterfüllten Raum durchlaufene Bahn (AS′B′) heißt **ballistische Kurve.**“ Ihre Form, welche für das Schießen

von großer Wichtigkeit ist, kann mit genügender Sicherheit nur durch den Versuch festgestellt werden.

§ 87. **Abszisse und Ordinate eines Bahnpunktes.** Fällt man von dem zu einer beliebigen Zeit t erreichten Bahnpunkt P aus die Senkrechte PP_1 auf die Horizontale des Ausgangspunktes A (Abb. 93), so läßt sich die Lage des Bahnpunktes P angeben, wenn man die Längen $AP_1 = x$, die sogen. **Abszisse**, sowie die **Ordinate** $PP_1 = y$ des Punktes P kennt. Zerlegt man die Anfangsgeschwindigkeit c in eine Horizontal- und eine Vertikalkomponente $v_1 = c \cdot \cos\alpha$ und $v_2 = c \cdot \sin\alpha$, so hat der Körper in horizontaler Richtung stets die Geschwindigkeit $v' = v_1 = c \cdot \cos\alpha$, führt also eine gleichförmige Bewegung aus. In lotrechter Richtung setzt sich dagegen die Geschwindigkeit des Körpers zusammen aus der stets unveränderlichen, lotrecht aufwärts gerichteten Komponente $c \cdot \sin\alpha$ der Anfangsgeschwindigkeit c und aus der abwärts gerichteten, veränderlichen Geschwindigkeit $g \cdot t$ infolge der Schwerkraft. Die Bewegung des Körpers in lotrechter Richtung ist also ein lotrechter Wurf aufwärts. Daher ist die lotrechte Bahngeschwindigkeitskomponente des Körpers $v'' = c \cdot \sin\alpha - g \cdot t$. Die in der Zeit t in horizontaler und lotrechter Richtung zurückgelegten Wegstrecken sind somit

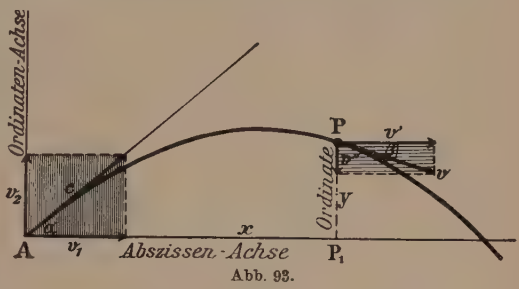


Abb. 93.

$$\text{Abszisse } x = c \cdot \cos\alpha \cdot t$$

$$\text{Ordinate } y = c \cdot \sin\alpha \cdot t - \tfrac{1}{2} g \cdot t^2.$$

Beide Gleichungen bestimmen für irgend eine Zeit t den Ort P des geworfenen Körpers. Aus den Bahngeschwindigkeitskomponenten $v' = c \cdot \cos\alpha$ und $v'' = c \cdot \sin\alpha - g \cdot t$ erhält man die Bahngeschwindigkeit selbst zu $v = \sqrt{v'^2 + v''^2}$ und ihren Winkel β mit der Horizontalen aus

$$\cos\beta = \frac{v'}{v}.$$

Aufgaben. 135. Es soll die Bahn eines mit der Geschwindigkeit c wagrecht abgeworfenen Körpers, sowie seine Bahngeschwindigkeit nach Größe und Richtung am Ende der 4ten Sekunde bestimmt werden. [§ 86.]

136. Wie hoch liegt der Scheitel der Wurflinie über der Horizontalen des Ausgangspunktes, wenn der geworfene Körper mit der Geschwindigkeit c unter dem Elevationswinkel α abgeworfen wird? $\left[\frac{c^2 \sin^2\alpha}{2g}.\right]$

137. Wie berechnet sich die horizontale Wurfweite für einen unter dem Elevationswinkel α abgeworfenen Körper? Beweise, daß die horizontale Wurfweite für $\alpha = 45^0$ am größten wird! $\left[\frac{c^2 \sin 2\alpha}{g}.\right]$

138. Welche Richtung und Bahngeschwindigkeit hat ein unter dem Elevationswinkel α mit der Anfangsgeschwindigkeit c abgeworfener Körper im Scheitel, in einem beliebigen Punkt der Wurflinie und im 2ten Schnittpunkt der Wurflinie mit der Horizontalen des Ausgangspunktes?

$$\left[\beta = 0, \quad c \cdot \cos\alpha; \quad \cos\beta = \frac{c \cdot \cos\alpha}{v}, \quad v = \sqrt{c^2 - 2g \cdot y}; \quad 180^0 - \alpha, \; c.\right]$$

139. Ein Körper erhält durch zwei Stoßkräfte, welche einen Winkel von 40^0 einschließen, Geschwindigkeiten c_1 und c_2. Entgegen der 2ten Stoßkraft wirkt außerdem eine konstante Kraft mit der Verzögerung a. Es ist die Bahn des Körpers, sowie seine Bahngeschwindigkeit am Ende der 5ten Sekunde zu bestimmen. [§ 84—86.]

140. [R. 1900.] Unter welchem Winkel ist ein Geschütz gegen den Horizont geneigt, wenn das Geschoß t sec nach dem Abfeuern einen Gegenstand trifft, dessen horizontale Entfernung vom Ausgangspunkt gleich a und dessen lotrechter Abstand von der Horizontalebene gleich b m ist? $a = 200$ m; $b = 20$ m; $t = 6$ sec; $g = 9{,}8 \text{ m sec}^{-2}$. [§ 87; $\operatorname{tg}\alpha = \frac{2b + gt^2}{2a}$; $44^0\,28'\,46{,}5''$.]

Übung. Man lasse einen Strahl der Wasserleitung aus einer schräg gestellten Düse unter verschiedenen Elevationswinkeln ausströmen und untersuche unter Benützung eines vertikal dahinter gestellten und mit mm-Papier bezogenen Reißbrettes die Gesetze der Wurfbewegung!

§ 88. **Zentralbewegung.** „Als **Zentralbewegung** bezeichnet man jede Bewegung, bei welcher ein Körper beständig nach einem festen Punkt (Anziehungszentrum) mit einer im allgemeinen von der Entfernung abhängigen Kraft (**Zentripetalkraft**, von lat. centrum und petĕre = hinstreben) hingezogen wird.“ Ein schwerer Körper, der an einer Schnur befestigt ist und im Kreise herumgeschwungen wird, führt also eine Zentralbewegung aus.

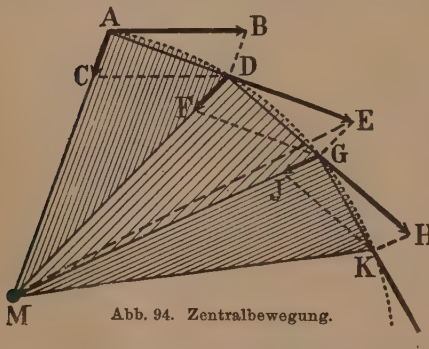


Abb. 94. Zentralbewegung.

In einem allgemeineren Falle habe ein im Punkt A befindlicher Körper eine bestimmte Geschwindigkeit von der Richtung AB (Abb. 94). Ohne Einwirkung einer weiteren Kraft möge der Körper in einer gewissen (kleinen) Zeit Θ von A nach B gelangen. Infolge der Wirkung der kontinuierlichen Zentripetalkraft legt er in derselben Zeit Θ in Richtung AM die Strecke AC mit beschleunigter Bewegung zurück. Bei gleichzeitigem Wirken beider Bewegungsursachen gelangt der Körper daher nach der 4ten Ecke D des aus den Wegen AB und AC konstruierten Parallelogramms der Bewegungen. In D angelangt, würde der Körper ohne Einwirkung der Zentripetalkraft in dem nächsten Zeitraum Θ um die Strecke DE = AD in Richtung AD weiter gehen. Er kommt aber wegen der gleichzeitigen Wirkung der Zentripetalkraft nach G usw. Die durch die Punkte ADG . . gezogene Kurve ist die Bahn des Körpers,

solange die Zentripetalkraft vom Anziehungszentrum M aus wirksam ist. Hört aber diese Kraft in irgend einem Punkt der Bahn plötzlich auf, so geht der Körper nach dem Trägheitsgesetz mit der zuletzt erlangten Geschwindigkeit und Richtung, also in **Richtung der Tangente** an die Bahn unbegrenzt und gleichförmig weiter. Durch dieses Bestreben des Körpers, infolge der Trägheit in der Tangente sich weiterzubewegen, entsteht ein Zug oder Druck nach auswärts vom anziehenden Zentrum weg, welcher **zentrifugaler Trägheitswiderstand**, gewöhnlich aber **Zentrifugal-, Schwung-** oder **Fliehkraft** genannt wird. Infolge der Fliehkraft fällt z. B. aus einem mit Wasser gefüllten Gefäß, das an einer Schnur in einem lotrechten Kreise genügend rasch herumgeschwungen wird, das Wasser nicht heraus, auch wenn das Gefäß an der höchsten Stelle der Kreisbahn mit der Öffnung nach abwärts gerichtet ist.

Zentripetalkraft und zentrifugaler Trägheitswiderstand (Fliehkraft) sind, solange der Körper in seiner krummlinigen Bahn bleibt, einander gleich. Hört aber die Zentripetalkraft auf, so fällt auch der Widerstand des Körpers gegen Änderung der Bewegungsrichtung, also der zentrifugale Trägheitswiderstand, fort und der Körper führt die erwähnte Tangentialbewegung aus (z. B. die von einem Schleifstein wegfliegenden Wassertropfen, ein mit einer Schleuder geworfener Stein).

Für jede Zentralbewegung gilt: **Der Radiusvektor oder Fahrstrahl des Körpers** (Verbindungslinie des Körpers mit dem Anziehungszentrum) **beschreibt in aufeinanderfolgenden gleichen Zeiten gleiche Flächen** (Flächensatz). Es sind also die nahezu dreieckigen Flächen AMD, DMG, GMK ... (Abb. 94) inhaltgleich. Denn es ist $AD = DE$, also $\triangle AMD = \triangle DME$, und wegen $EG \parallel DF$, auch $\triangle DME = \triangle DMG$, also $\triangle AMD = \triangle DMG$.

§ 89. **Planetenbewegung.** Eine Zentralbewegung führen die Planeten unseres Sonnensystems um ihren Zentralkörper, die Sonne, aus. Für die **Planetenbewegung** gelten die folgenden von Kepler aus der Beobachtung abgeleiteten Gesetze:

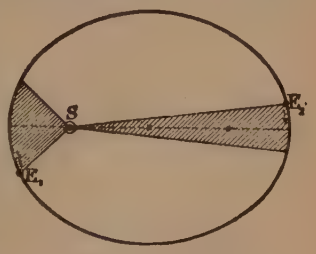


Abb. 95. Erdbahn.

1. *Die Planetenbahnen sind Ellipsen, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht* (1609). — Die Ellipsen weichen von der Kreisform nur wenig ab. —

2. *Der Fahrstrahl von der Sonne nach dem Planeten bestreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen* (1609). Hieraus folgt die größere Bahngeschwindigkeit der Erde (E_1, E_2, Abb. 95) in der Sonnennähe (Perihel) gegenüber derjenigen in der Sonnenferne (Aphel).

3. *Die Quadrate der Umlaufzeiten* (t_1, t_2) *zweier Planeten verhalten sich wie die dritten Potenzen ihrer mittleren Entfernungen* (r_1, r_2) *von der Sonne,* also $t_1^2 : t_2^2 = r_1^3 : r_2^3$ (1618).

§ 90. **Gravitationsgesetz.** Aus dem 3ten Keplerschen Gesetz hat Newton (1686) das Gesetz abgeleitet, nach welchem irgend zwei Körper unseres Sonnensystems einander gegenseitig anziehen. Dasselbe ist nach den bisherigen Erfahrungen nicht bloß allgemein für zwei Himmelskörper, sondern überhaupt für irgend zwei Massen gültig. Dieses **Newtonsche Gravitationsgesetz** lautet: *Die Anziehung zweier Himmelskörper ist ihren Massen* (M_1, M_2) *direkt, dem Quadrate ihres Abstandes* (r) *umgekehrt proportional.* Es ist also, wenn M_1 und M_2 in g, r in cm gemessen werden,

XIV. **Massenanziehung** $A = \varkappa \cdot \frac{M_1 \cdot M_2}{r^2}$ **Dyn.**

Der als Gravitationskonstante bezeichnete Proportionalitätsfaktor $\varkappa = 0{,}000000066 = 66 \cdot 10^{-9}$ bedeutet die Anziehungskraft in Dyn, welche die Masse von 1 g auf eine zweite Masse von 1 g in 1 cm Abstand ausübt. Die Gravitationskonstante läßt sich dadurch bestimmen, daß die von der Erde an ihrer Oberfläche auf die Masse von 1 g ausgeübte Anziehungskraft gleich 981 Dyn sein muß. — Auf Grund des Gravitationsgesetzes läßt sich die Abnahme der Schwerkraft mit der Höhe über der Erdoberfläche berechnen.

Aufgaben. 141. Wie groß ist die Kraft, mit welcher sich zwei Gramm-Massen im Abstande von 10 cm bzw. zwei Kilogramm-Massen im Abstande von 1 m anziehen? [$0{,}66 \cdot 10^{-9}$ Dyn; $66 \cdot 10^{-7}$ Dyn.]

142. Es soll an der Hand der ersten beiden Keplerschen Gesetze die Bewegung der Erde um die Sonne näher erläutert werden. [§ 89.]

143. Wie groß ist das Gewicht eines Körpers in einer Höhe h über dem Meeresspiegel, wenn es am Meeresniveau G_0 ist? $\left[\frac{r^2}{(r+h)^2} \cdot G_0 .\right]$

144. Wie groß ist die Anziehung des Mondes an seiner Oberfläche auf die Masse von 1 g und die Mondbeschleunigung, wenn die Mondmasse $= \frac{1}{81}$ Erdmasse, der Mondradius $= 0{,}273$ Erdradien beträgt, und die Anziehung eines Himmelskörpers auf eine Masse an seiner Oberfläche so erfolgt, als wäre die Gesamtmasse des Himmelskörpers in seinem Mittelpunkt konzentriert?

[162,5 Dyn; 1,625 m $\sec^{-2}$.]

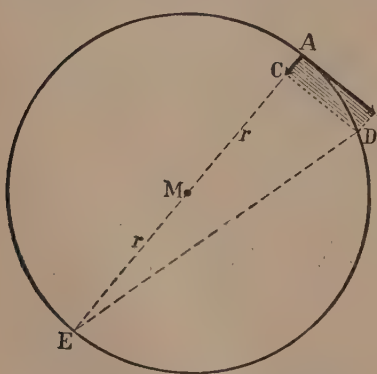


Abb. 96. Kreisförmige Zentralbewegung.

§ 91. **Kreisförmige Zentralbewegung.** Eine besonders einfache Zentralbewegung ist die **gleichförmige Bewegung eines Körpers in einem Kreise** (Abb. 96). Ist die konstante Bahngeschwindigkeit des Körpers c, so durchläuft dieser in der sehr kleinen Zeit Θ etwa die Strecke $\overline{AD} = c \cdot \Theta$. Letztere läßt sich in eine in Richtung der Tangente fallende Strecke AB und in die infolge der Zentripetalkraft mit

der Beschleunigung a zurückgelegte Wegstrecke $\overline{AC} = \frac{1}{2} a \cdot \Theta^2$ zerlegen. Ist die Zeit Θ so klein, daß der Kreisbogen $AD = c \cdot \Theta$ durch seine Sehne ersetzt werden kann, so hat man $\overline{AD}^2 = \overline{AC} \cdot \overline{AE}$ und, wegen $\overline{AD} = c \cdot \Theta$, $\overline{AC} = \frac{1}{2} a \cdot \Theta^2$, $\overline{AE} = 2r$, auch $c^2 \cdot \Theta^2 = \frac{1}{2} a \cdot \Theta^2 \cdot 2r$. Es ergibt sich somit

XV. **Zentripetalbeschleunigung** $a = \frac{c^2}{r}$.

Mit dieser Beschleunigung muß sich also der bewegte Körper stets dem Anziehungszentrum M nähern, wenn er auf kreisförmiger Bahn bleiben soll. Ist dann m die Masse des Körpers, T seine Umlaufzeit im Kreise, also $c = \frac{2r\pi}{T}$ seine Bahngeschwindigkeit, so ergibt sich gemäß Gleichung XIII:

XVI. **Zentripetalkraft** $F = \frac{mc^2}{r} = \frac{4mr\pi^2}{T^2}$.

Die ihr gleiche Zentrifugalkraft ergibt sich in absolutem Maße, also in Dyn, wenn die Masse m in g, die Bahngeschwindigkeit c in $\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ und der Kreisradius r in cm, die Zeit T in sec gemessen wird. Man erhält die Zentrifugalkraft in kg, wenn man $m = \frac{G}{g}$ setzt (§ 81), und das Gewicht G des Körpers in kg, die Geschwindigkeit c in $\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, g in $\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ und r in m ausdrückt.

§ 92. **Veränderlichkeit der Erdbeschleunigung.** Die abgeplattete Gestalt des Erdkörpers und die an der Erdoberfläche wirkende Fliehkraft bedingen eine **Veränderlichkeit der Erdbeschleunigung** g. Die Fallbeschleunigung nimmt mit wachsender geographischer Breite zu, da in höheren Breiten nicht bloß die Zentrifugalkraft, sondern auch der Abstand vom Erdmittelpunkt geringer wird.

§ 93. **Zentrifugalmaschine.** Die **Zentrifugal-** oder **Schwungmaschine** (Abb. 97) dient zum Nachweise der Gesetze der Zentrifugalkraft. Sie besteht aus zwei durch einen Schnurlauf miteinander verbundenen ungleich großen Rädern. Auf die Achse des kleineren Rades können verschiedene Apparate aufgesetzt und in rasche Drehung gebracht werden. So nehmen z. B.:

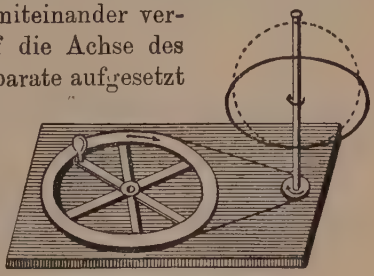


Abb. 97. Schwungmaschine.

a) elastische kreisförmige und um einen Durchmesser in Drehung versetzte Reifen eine dem Erdkörper ähnliche abgeplattete Gestalt an (Abb. 97).

b) Pendelartig an einer Achse aufgehängte Kugeln entfernen sich bei Umschwung von der Drehungsachse und heben dabei ein Gewicht oder setzen, wie bei der Dampfmaschine, einen zur Drosselklappe führenden Hebel in Bewegung (**Zentrifugalregulator**, Abb. 195, § 181).

c) Quecksilber und Wasser steigen bei rascher Drehung in den bauchigen Teil eines Gefäßes, wobei das Quecksilber wegen seines größeren Gewichtes unmittelbar am Gefäße anliegt (Abb. 98).

d) Eine geschlossene Kette oder ein Metallring, an einem Faden an der Achse der Schwungmaschine angehängt, rotiert schließlich in horizontaler Ebene um diese Achse.

Bei dem **Zentrifugalgebläse** und der **Zentrifugalpumpe** (Abb. 99) versetzt man ein in einer flachen Trommel befindliches Schaufelrad in rasche Drehung (in Abb. 99 ist die Vorderwand der Trommel entfernt). Infolge der Fliehkraft wird die zwischen den Schaufeln befindliche Luft oder Flüssigkeit zum tangentialen Ansatzrohr der Trommel hinausgeschleudert.

Abb 98.

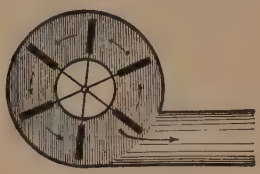


Abb 99. Zentrifugalgebläse.

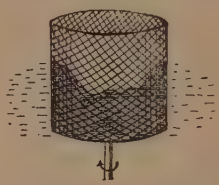


Abb. 100. Zentrifugaltrockenmaschine.

Der so in einer Kammer entstandene leere Raum wird durch Luft oder Flüssigkeit wieder ausgefüllt, welche durch ein in der Richtung der Trommelachse angesetztes Rohr zuströmt. — Bei der **Zentrifugaltrockenmaschine** (Abb. 100) wird ein zylindrischer Drahtkorb, welcher die zu trocknenden Gegenstände (Schießbaumwolle, Wäsche usw.) enthält, rasch gedreht und die anhaftende Flüssigkeit durch die Schwungkraft fortgeschleudert. — In ähnlicher Weise wirken die **Zentrifugen** zur Trennung von Milch und Rahm, zum Ausschleudern des Honigs aus den Waben, in chemischen Laboratorien zum raschen Absetzen von Niederschlägen.

§ 93a. **Freie Achse. Kreiselbewegung.** Sind die Massenteilchen eines Körpers symmetrisch um die Drehungsachse gelagert, so halten sich die Fliehkräfte der Teilchen bei Umschwung des Körpers im Gleichgewicht und die Drehungsachse des Körpers erfährt nach keiner Seite hin eine einseitige Zugwirkung. Jedes Massenteilchen sucht daher nach dem Trägheitsgesetz in der zur Drehungsachse senkrechten Ebene zu bleiben. Die Achse des Körpers wird dann eine **freie** oder **stabile Achse** genannt, die ihre Lage im Raum unverändert beizubehalten sucht. So bleibt z. B. die Drehungsachse eines rasch rotierenden Kreisels sich stets parallel, wenn sie lotrecht auf die Unterlage gestellt ist (Abb. 101a), da dann die Schwerkraft wegen der Unterstützung des Kreiselschwerpunktes nicht umkippend und störend wirken kann.

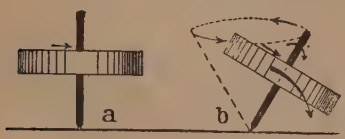


Abb. 101. Kreiselbewegung.

Auch bei einem Körper beliebiger Form lassen sich stets 3 zueinander senkrechte, durch den Schwerpunkt gehende freie Achsen angeben. Bei rascher Drehung

rotiert der Körper schließlich um diejenige der 3 möglichen freien Achsen, für welche die Arbeit der Fliehkräfte einen Höchstwert hat. Für diese Achsen zeigt dann auch der Körper bei rascher Drehung eine ausgezeichnete und größte Stabilität (Beständigkeit der Lage), vgl. Versuche d) in § 93.

Einer von außen her ausgeübten Kraft, welche die Richtung der stabilen Achse zu ändern sucht, setzt der sich drehende Körper einen um so größeren Widerstand (Trägheitswiderstand) entgegen, je größer die Wucht der Drehbewegung (§ 100) ist. Einer die freie Achse in ihrer Richtung störenden Kraft weicht die stabile Achse in einer zu dieser Kraft senkrechten Richtung aus, wobei sie sich der störenden Drehung gleichsinnig parallel zu stellen sucht. [Zur Bestimmung der resultierenden Bewegung der freien Achse sind dabei die Achsenrichtungen der Drehung um die freie Achse und die störende Drehung stets so zu nehmen, daß die Drehung rechtsläufig (im Uhrzeigersinne) erfolgt.] So fällt ein schief gestellter, rasch sich drehender Kreisel nicht um, weicht aber mit seiner stabilen Achse der störenden Schwerkraft, die ihn umzuwerfen sucht, in senkrechter Richtung aus und beschreibt in langsamer Bewegung einen Kegelmantel (Abb. 101b). Diese Kegelbewegung nennt man Präzessionsbewegung, da sie auch an der Erdachse beobachtet wird und das Vorrücken (Präzession) der Tag- und Nachtgleichenpunkte auf der Erdbahn zur Folge hat. Die störende Kraft ist hier die Anziehungskraft der Sonne, welche die Erdachse senkrecht zur Ebene der Erdbahn zu stellen sucht. Diese Kegelbewegung wird von der Erdachse im Zeitraum von 26000 Jahren (sog. platonisches Jahr) ausgeführt. — Praktisch verwendet wird die Stabilität einer freien Achse beim **Kreiselapparat** (Geradlaufapparat) **des Torpedos**, bei den **Langgeschossen**, die sich ohne rasche Rotation um ihre Längsachse bei ihrem Fluge überschlagen würden, die aber allerdings, da ihnen durch die Züge des Laufes eine rasche Drehung erteilt ist, infolge der störenden Wirkung des Luftwiderstandes Präzessionsbewegung und Rechtsabweichung aus der lotrechten Flugbahnebene zeigen, sowie beim **Kreiselkompaß**, dessen Drehungsachse (25000—30000 Umdrehungen in der Minute) sich parallel der Erdachse einstellt.

Aufgaben. 145. Wie groß ist die Zentrifugalkraft F einer Bleikugel [$s = 11{,}34$] von 2 cm Radius, welche an einem gezogenen Eisendraht von 0,5 m Länge und 2 qmm Querschnitt in der Sekunde 1mal im Kreise herumgeschwungen wird? Wie oft muß aber die Kugel in der Sekunde herumgeschwungen werden, damit der Draht gerade noch hält? [$F = 764{,}6$ g; 12,63 mal]

146. Unter welchen Bedingungen werden bei einem in Wasser tauchenden Schleifstein die Wassertropfen bei Rotation weggeschleudert werden? [§ 88, 34.]

147. Zwei durch eine Schnur miteinander verbundene und längs eines wagrechten Drahtes verschiebbare Kugeln von den Massen M und m werden mit der Schwungmaschine um eine lotrechte Drehungsachse in Drehung versetzt. Unter welchen Bedingungen werden die Fliehkräfte beider Kugeln sich das Gleichgewicht halten? [$M : m = r : R$.]

148. Warum legt sich ein Schlittschuhläufer beim Bogenfahren mit dem Oberkörper nach der inneren Seite des Bogens? [§ 88, 42.]

149. Warum wird bei einer Kurve der äußere Schienenstrang eines Eisenbahngeleises höher gelegt als der innere? [§ 88, 42.]

150. Die Beschleunigung der Schwere wurde in Meereshöhe unter dem Äquator zu $g_0 = 9{,}7806\ \mathrm{m\,sec^{-2}}$ gefunden. Wie groß würde die Beschleunigung sein, wenn sich die Erde nicht um ihre Achse drehen würde? (Erdradius $r = 6\,377\,398$ m.) [9,8143 m sec^{-2}.]

151. Wie groß ergibt sich unter der Annahme einer vollkommenen Kugelgestalt der Erde die Beschleunigung g_φ der Schwere in der geographischen Breite φ, wenn die Erdbeschleunigung am Äquator zu g_0 gemessen ist? [$g_\varphi = g_0 + 0{,}033727 \sin^2\varphi$.]

152. [R. G. 1909.] In welcher Höhe über der Erdoberfläche wird die Schwere eines Körpers a) durch die Mondanziehung, b) durch die Zentrifugalkraft des Körpers aufgehoben, wenn im letzteren Falle der Körper sich in der Ebene des Äquators befindet und dieselbe Winkelgeschwindigkeit wie dieser hat? Der Erdradius ist 6370 km, die Rotationszeit des Äquators 86164 sec, die Mondmasse $= \frac{1}{81}$ Erdmasse, die Entfernung des Mondmittelpunktes vom Erdmittelpunkt 60 Erdradien und die Schwerebeschleunigung an der Erdoberfläche 981 cm sec^{-2}. [§ 90, 91; 337 610 km; 35775 km.]

§ 94. Pendelbewegung. Physisches und mathematisches Pendel.

„Jede Bewegung, bei welcher ein Körper eine und dieselbe Bahn in gleichen Zeitintervallen hin und zurück durchläuft, wird als **Pendelbewegung** bezeichnet."

„Als **physisches Pendel** kann man jeden um eine Achse drehbaren Körper ansehen, welcher infolge einer konstanten Kraft um eine bestimmte Gleichgewichtslage Schwingungen ausführt." — In diesem Sinne ist also eine Magnetnadel, welche unter dem Einflusse des Erdmagnetismus um den magnetischen Meridian als Gleichgewichtslage schwingt, oder die Unruhe einer Taschenuhr, welche durch die elastische Kraft einer Spiralfeder in schwingender Bewegung erhalten wird, ein physisches Pendel. — Gewöhnlich versteht man aber unter einem physischen Pendel eine um eine Achse drehbare Stange, an welcher eine schwere Pendellinse befestigt ist.

Jedes physische Pendel läßt sich behufs Vereinfachung der Betrachtungen auf ein **mathematisches Pendel** zurückführen. „Man versteht unter einem mathematischen Pendel eine um einen Punkt drehbare, starre und gewichtslose Gerade, auf welcher ein schwerer Punkt angebracht ist."

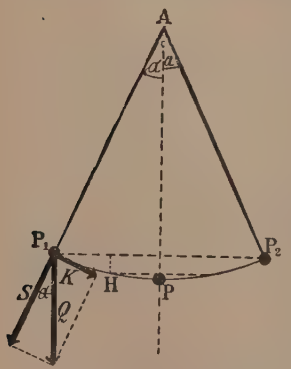


Abb. 102. Mathematisches Pendel.

§ 95. **Pendelgesetze.** Bewegt man den schweren Punkt eines mathematischen Pendels aus der Ruhelage AP (Abb. 102), welche mit der Lotrechten des Aufhängepunktes A zusammenfällt, um einen Winkel $\alpha = P_1\hat{A}P$ (größte Amplitude oder auch Elongations- oder Ausschlagswinkel) heraus, so schwingt der Punkt, sich selbst überlassen, längs des Kreisbogens P_1PP_2 hin und her. Dabei werden die Bögen P_1P und PP_2 mit

beschleunigter oder verzögerter Bewegung durchlaufen, je nachdem der schwere Punkt sich gegen die Ruhelage hin bewegt oder sich von ihr entfernt. Die beschleunigende resp. verzögernde Kraft K ist eine mit der Amplitude veränderliche, den Kreisbogen berührende Komponente des Gewichtes Q des schweren Punktes, nämlich $K = Q \cdot \sin \alpha$. Die andere, ebenfalls mit α veränderliche Komponente $S = Q \cdot \cos \alpha$ stellt die Spannung in der Geraden AP_1 dar. In den Umkehrpunkten P_1 und P_2 besitzt der schwere Punkt die Bahngeschwindigkeit Null, beim Durchgang durch die Gleichgewichtslage, also in P, die größte Geschwindigkeit. An beliebiger Stelle H ist die Geschwindigkeit so groß, als wenn der schwere Punkt den Abstand des Punktes H von der Horizontalen P_1P_2 frei durchfallen hätte.

Als **vollständige Schwingung** des Pendels wird die Bewegung des schweren Punktes von P_1 nach P_2 und wieder zurück nach P_1 bezeichnet, als **einfache Schwingung** nur die Bewegung von P_1 nach P_2 oder umgekehrt. Die Zeit, welche der schwere Punkt zu einer einfachen Schwingung braucht, die sogen. **Schwingungsdauer** t, steht mit der **Pendellänge** $\overline{AP} = l$ und der Fallbeschleunigung g in dem Zusammenhang

XVII. **Schwingungsdauer** $t = \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$.

Hierin sind auch die von Galilei 1583 aus der Beobachtung gewonnenen Gesetze enthalten:

a) *Die Schwingungsdauer ist von der Amplitude unabhängig* (Isochronismus der Pendelschwingungen).

Dies gilt streng genommen nur für kleine Amplituden bis zu 5^0.

b) *Die Schwingungsdauer ist von der Masse des schweren Punktes unabhängig.*

Es ist also gleichgültig, aus welchem Stoff der schwere Punkt besteht und ob er eine große oder kleine Masse hat.

c) *Am gleichen Orte verhalten sich die Schwingungsdauern ungleichlanger Pendel wie die Quadratwurzeln der Pendellängen.*

Es ist also $t_1 : t_2 = \sqrt{l_1} : \sqrt{l_2}$.

Diese Gesetze lassen sich durch kleine, an dünnen Fäden aufgehängte schwere Kugeln (Fadenpendel), welche dem mathematischen Pendel am nächsten kommen, mit großer Annäherung bestätigen.

Anmerkung. Die Pendelformel kann man elementar etwa folgendermaßen herleiten: Man lasse das Pendel $A'P'$ von der Länge $A'P' = \overline{AP} = l$ so schwingen, daß der schwere Punkt eine horizontale Kreisbahn vom Durchmesser $P_1'P_2' = P_1P_2$ gleichförmig beschreibt (Abb. 103). Dann führt die Projektion des schweren Punktes auf eine Lotebene eine geradlinige, mit der Bewegung auf dem Kreisbogen P_1PP_2 (nahezu) übereinstimmende Bewegung aus (§ 322). Das Kreispendel legt dabei mit gleichförmiger Bewegung in derselben Zeit einen Halbkreis zurück, in welcher die Projektion des schweren Punktes mit ungleichförmiger Bewegung die Bahn P_1P_2, bzw. das Pendel den (nahezu geradlinigen) Bogen P_1PP_2 durchläuft. Die Geschwindigkeit v des Pendels im tiefsten Punkt P seiner Bahn ist die

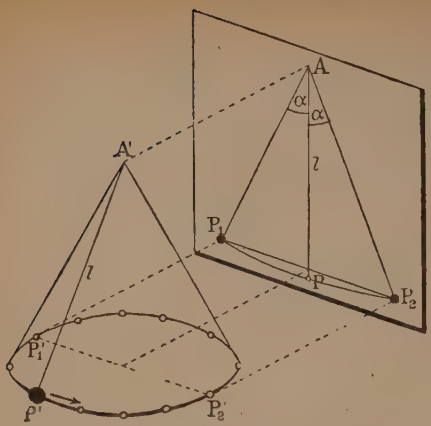


Abb. 103. Kreispendel mit Projektion auf eine Lotebene.

gleiche, wie die Geschwindigkeit der gleichförmigen Bewegung des Kreispendels. Im Punkte P hat nun das Pendel nach § 83 eine Geschwindigkeit v, als wenn es den Vertikalabstand der Horizontalen P_1P_2 vom Punkte P frei durchfallen hätte, also $v = \sqrt{2g \cdot l(1 - \cos\alpha)} = \sqrt{2g \cdot l \cdot 2\sin^2\frac{\alpha}{2}}$. Wegen der Kleinheit von α kann man angenähert setzen: $v = \sqrt{2g \cdot l \cdot 2 \cdot \frac{\alpha^2}{4}} = \alpha \cdot \sqrt{g \cdot l}$. Die Geschwindigkeit des Kreispendels ist aber, da es einen Kreis vom Radius $r = \frac{1}{2}P_1P_2 = l \cdot \sin\alpha = l \cdot \alpha$ gleichförmig beschreibt, $\frac{r\pi}{t} = \frac{l \cdot \alpha \cdot \pi}{t}$, wenn t die halbe Schwingungsdauer des Kreispendels (und des ursprünglichen Pendels) ist. Man hat daher durch Gleichsetzen beider Geschwindigkeiten $\alpha \cdot \sqrt{gl} = \frac{l \cdot \alpha \cdot \pi}{t}$ oder $t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$.

Die geradlinige, längs P_1P_2 hin und her gehende Bewegung der Projektion des gleichförmig im Kreise $P_1'P'P_2'$ sich bewegenden Punktes nennt man eine harmonische Bewegung. Diese ist, solange der Punkt von P_1 oder P_2 nach der Mitte der Bahn P_1P_2 sich bewegt, ungleichförmig beschleunigt, wenn er aber von der Mitte aus nach außen schwingt, ungleichförmig verzögert. Die harmonische Bewegung ist für die Wellenbewegung (§ 322, 2) besonders wichtig.

§ 96. **Sekundenpendel.** Nach § 92 ist die Fallbeschleunigung am Pole größer als am Äquator. Infolgedessen nimmt die Schwingungsdauer eines Pendels von unveränderlicher Länge ab, wenn man sich damit vom Äquator gegen den Pol zu begibt. Dagegen nimmt die Länge eines mathematischen Pendels mit 1 Sekunde Schwingungsdauer **(Sekundenpendel)** vom Äquator gegen den Pol zu. Die Länge des mathematischen Sekundenpendels und die Fallbeschleunigung g ist für verschiedene geographische Breiten:

Breite	l in m	g in m sec^{-2}
0°	0,9912	9,781
45°	0,9935	9,806
90°	0,9961	9,831

Übungen. a) Man untersuche für ein Fadenpendel mit schwerer Kugel die Gesetze a bis c von § 95, indem man durch Beobachtung der Zeitdauer für eine größere Anzahl von Schwingungen die Dauer einer Schwingung ermittelt! — b) Man bestimme mit einem Fadenpendel die Schwerebeschleunigung (Pendellänge = Abstand der Mitte der Pendelkugel vom Aufhängepunkt)! — c) Herstellung eines Fadenpendels mit 1 sec Schwingungsdauer.

§ 97 **Schwingungspunkt, Reversionspendel.** Auch einem unter dem Einfluß der Schwerkraft schwingenden **physischen Pendel** kommt eine bestimmte Schwingungsdauer t zu. Man nennt dann die aus der Formel

$t = \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$ berechnete Länge l eines mathematischen Pendels von gleicher Schwingungsdauer die **reduzierte Länge des physischen Pendels.** „Einen um die reduzierte Länge von der Drehungsachse abstehenden Punkt des physischen Pendels bezeichnet man als **Schwingungspunkt.**“ Dieser besitzt die wichtige Eigenschaft: *Ein physisches Pendel hat dieselbe Schwingungsdauer wie ursprünglich, wenn man es um eine durch den Schwingungspunkt gehende Achse schwingen läßt.*

Bringt man also an der Pendelstange zwei verstellbare Drehungsachsen (Schneiden $S_1 S_2$, Abb. 104) in solchem Abstande an, daß das Pendel stets dieselbe Schwingungsdauer hat, mag es um die eine oder andere Achse schwingen, so ist der Abstand beider Drehungsachsen notwendig gleich der reduzierten Länge des physischen Pendels. Ein solches Pendel heißt **Umkehrungs- oder Reversionspendel** (Bohnenberger[1]) 1811, Kater 1818). Es dient zur genauen Ermittelung der Erdbeschleunigung, da die Beobachtung direkt die Größen t und l der Formel $t = \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$ ergibt.

Abb. 104. Reversionspendel.

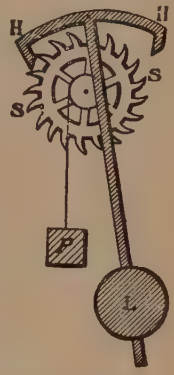


Abb. 105. Hemmung einer Pendeluhr.

§ 98. **Pendeluhr.** Das physische Pendel dient zur Regulierung des Ganges der Uhr (Huyghens 1657). Die Bewegung des Räderwerkes einer **Pendeluhr** wäre, weil sie durch ein fallendes Gewicht P (Abb. 105) oder eine gespannte Spiralfeder veranlaßt wird, gleichförmig beschleunigt. Diese Bewegung wird aber durch das mit Hemmung (Echappement H, H) versehene Pendel in eine ruckweise, in Intervallen von der Schwingungsdauer des Pendels erfolgende Bewegung verwandelt. Die Hemmung besteht nämlich aus einem mit zwei Haken versehenen Bügel, welchen das Pendel hin und her nimmt. Die Haken des Bügels greifen abwechselnd von der einen und anderen Seite her in ein schiefgezähntes Rad, das Steigrad S, ein und hemmen dessen Bewegung. Nur beim Durchgang des Pendels durch die Ruhelage läßt die Hemmung das Steigrad um einen Zahn weiterrücken.

Durch Auf- oder Abwärtsschieben der Pendellinse kann man den Gang der Uhr beschleunigen oder verlangsamen, da hierdurch der Schwingungspunkt des Pendels der Drehungsachse genähert bzw. von ihr entfernt wird.

Bei der Taschenuhr erfüllt die ebenfalls mit Hemmung (Zylinder- oder Ankerhemmung) versehene Unruhe den gleichen Zweck wie das

1) Das von Bohnenberger (1765—1831), Professor der Mathematik und Astronomie in Tübingen, angegebene Reversionspendel wurde von dem englischen Kapitän Kater in eine für Messungen sehr brauchbare Form gebracht.

Pendel. Die Unruhe, ein kleines Schwungrädchen, wird durch eine feine Spiralfeder in schwingender Bewegung erhalten; ihr Gang wird durch Anspannen dieser Feder beschleunigt, durch Nachlassen verlangsamt.

Aufgaben. 153. Von zwei mathematischen Pendeln macht das eine 120, das andere 180 Schwingungen in der Minute. Wie verhalten sich ihre Längen? [9 : 4.]

154. Welche Länge hat das mathematische Sekundenpendel für München, wenn an diesem Orte $g = 9{,}808$ beträgt? [0,99375 m.]

155. Um wieviel muß ein mathematisches Pendel, welches unter 45° Breite ($g = 9{,}806$) Sekunden gibt, in seiner Länge geändert werden, damit es in Berlin ($g = 9{,}812$) ebenfalls eine Schwingungsdauer von 1 Sekunde hat? [0,625 mm.]

156. Wie ermittelt man experimentell die Schwingungsdauer eines Pendels? [§ 95, 98.]

157. Ein physisches Pendel hat $t = 0{,}8$ Sekunden Schwingungsdauer. Wie groß ist die reduzierte Länge desselben? [$g = 9{,}81$.] [0,636 m.]

158. Warum geht die Taschenuhr in jeder Lage, die Pendeluhr dagegen nicht? Wie verhalten sich beide, wenn sie an einem Ort richtig gehen, an einem anderen Ort? [§ 92, 94, 98.]

159. In welcher Weise wirkt das Verbringen auf einen hohen Berg oder in einen tiefen Schacht auf den Gang einer richtig gehenden Pendel- oder Taschenuhr ein? [§ 97, 98, 90, 28.]

c) Maß der Kräfte, Energie.

§ 99. **Maß der Stoßkraft.** Durch Einsetzen des Wertes der Beschleunigung $a = \frac{P}{M}$ in die Gleichung II $v = a \cdot t$ erhält man $v = \frac{P}{M} \cdot t$ oder:

XVIII. $$\boldsymbol{M \cdot v = P \cdot t.}$$

Hierin nennt man $M \cdot v$ die **Bewegungsgröße** oder das **Bewegungsmoment** des durch eine **Stoßkraft** bewegten Körpers, $P \cdot t$ den **Antrieb** oder **Impuls der Kraft.** Es ist also (Descartes 1640):

Bewegungsgröße = Antrieb der Kraft.

Die **Bewegungsgröße** $M \cdot v$ eines bewegten Körpers dient als **Maß für eine Stoßkraft (Momentankraft)**, da eine solche meist nur so kurze Zeit auf einen Körper bewegend einwirkt, daß die Zeit t selbst nicht gemessen werden kann. Wohl aber läßt sich die durch die Stoßkraft hervorgerufene Geschwindigkeit v und die Masse M des Körpers experimentell ermitteln.

Wirkt eine Stoßkraft gleichzeitig bewegend auf zwei Massen M_1 und M_2 ein, so erhalten diese solche Geschwindigkeiten v_1 und v_2, daß die Bewegungsgrößen beider Massen einander gleich sind, daß also $M_1 \cdot v_1 = M_2 \cdot v_2$ ist (z. B. Bewegung von Geschütz und Geschoß durch die Stoßkraft der Pulvergase).

Auch beim **Stoß unelastischer Körper** gegeneinander ist die Bewegungsgröße vor und nach dem Stoße die gleiche, da beim Stoße keine neue Kraftwirkung hinzukommt. Die mit den Geschwindigkeiten v_1 und v_2 begabten Massen M_1 und M_2 deformieren sich durch den Stoß so lange, bis sie gleiche Geschwindigkeit c erlangt haben. Diese ergibt sich aus $(M_1 + M_2) \cdot c = M_1 \cdot v_1 \pm M_2 \cdot v_2$.

Für den **Stoß elastischer Körper** gilt zunächst das Gleiche wie vorher. Da aber dann die zur Abplattung an der Stoßstelle aufgewendete Energie infolge der Elastizität der Körper wieder an diese abgegeben wird, so ist auch noch die Bewegungsenergie (§ 57 und 100) vor und nach dem Stoße die gleiche. Es gelten also die Gleichungen $M_1 c_1 \pm M_2 c_2 = M_1 v_1 + M_2 v_2$ und $\frac{1}{2} M_1 c_1^2 + \frac{1}{2} M_2 c_2^2 = \frac{1}{2} M_1 v_1^2 + \frac{1}{2} M_2 v_2^2$ gleichzeitig.

Aufgaben. 160. Eine Granate von 7,187 **kg** erhält durch den Stoß der Pulvergase eine Anfangsgeschwindigkeit von 442 m sec^{-1}. Mit welcher Geschwindigkeit läuft das Geschütz zurück, wenn dasselbe eine Masse von 1050 **kg** hat? [3,025 m sec^{-1}.]

161. Ein Geschoß von p kg Gewicht wird in einen pendelartig aufgehängten Holzklotz von P kg Gewicht (ballistisches Pendel) geschossen und erteilt diesem eine Geschwindigkeit c. Welche Geschwindigkeit hatte das Geschoß im Zeitpunkt des Auftreffens? $\left[\frac{P}{p} \cdot c.\right]$

162. Eine Kugel von 10 kg Gewicht und 5 m sec^{-1} Geschwindigkeit trifft auf eine 2 kg schwere Kugel von 11 m sec^{-1} Geschwindigkeit. Mit welcher Geschwindigkeit bewegen sich die unelastischen Kugeln nach dem Stoße weiter, a) wenn sie sich beide in gleicher, b) wenn sie sich in entgegengesetzter Richtung bewegen? [6 m sec^{-1}; $2\frac{1}{3}$ m sec^{-1}.]

163. [R. G. 1903.] Drei mechanische Zugkräfte $P_1 P_2 P_3$ besitzen folgende Eigentümlichkeiten: 1. Sie halten sich das Gleichgewicht, wenn sie an einem geraden zweiarmigen Hebel derart angreifen, daß P_1 auf der einen Seite des Drehpunkts den Hebelarm 8 dm, P_2 und P_3 auf der andern Seite die Hebelarme 6 dm und 14 dm haben. 2. Wirken P_1 und P_2 im gleichen, P_3 im entgegengesetzten Sinne konstant auf den Schwerpunkt einer Masse von 5 **kg**, so erteilen sie derselben die Beschleunigung 19,62 m sec^{-2}. 3. Greifen alle drei Kräfte in gleichem Sinne gerichtet im Schwerpunkt einer Masse von 4,905 **kg** 1 sec lang an, so versetzen sie die Masse in eine Geschwindigkeit von 32 m sec^{-1}. Aus diesen Angaben sind die Intensitäten der Kräfte zu berechnen. [§ 62, 80, 99; $P_1 = \frac{60}{7} \cdot 9{,}81$ kg; $P_2 = \frac{31}{7} \cdot 9{,}81$ kg; $P_3 = 3 \cdot 9{,}81$ kg.]

§ 100. **Arbeit und Energie der Bewegung.** Aus den Gleichungen II: $v = a \cdot t$ und III: $s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$ ergibt sich durch Ausscheiden von t zunächst $s = \frac{v^2}{2a}$ oder $a \cdot s = \frac{v^2}{2}$ und hieraus durch Einsetzen von $a = \frac{P}{M}$ aus Gleichung XII:

XIX. $$\boldsymbol{P \cdot s = \frac{1}{2} M \cdot v^2.}$$

Das Produkt $P \cdot s$ ist nach § 56 die von der bewegenden Kraft P längs des Weges s am bewegten Körper geleistete **Arbeit**. Diese durch Veränderung seiner Lage am Körper geleistete Arbeit $\boldsymbol{P \cdot s}$ stellt daher die **potentielle Energie** oder **Energie der Lage** des Körpers vor. Das Produkt $\frac{1}{2} \boldsymbol{M \cdot v^2}$ ist dagegen diejenige Arbeit, welche die Masse M vermöge der ihr innewohnenden Geschwindigkeit v leisten kann. Diese Arbeit $\frac{1}{2} \boldsymbol{M v^2}$ nennt man aber nach § 57 **Wucht**, auch **Energie der Bewegung**. Die Energiegleichung XIX

Arbeit der Kraft = Wucht

sagt somit aus, daß die von einer bewegenden Kraft an einem Körper

geleistete Arbeit als gleich großer Betrag von Bewegungsenergie in dem Körper enthalten ist. Da beide Energien eine **Arbeit** bedeuten, so dienen nach § 58 und § 80 für beide Produkte $P \cdot s$ und $\frac{1}{2} M v^2$ als **Maßeinheiten** entweder das **Meterkilogramm** (mkg) oder das **Erg** bzw. 10^7 **Erg** $= 1$ **Joule**, je nachdem man den Energiewert in technischem oder in absolutem Maße angeben will.

Zur Berechnung der **Wucht (kinetischen Energie) eines um eine Achse** (oder um einen Punkt) **sich drehenden Körpers** (Rad, längs einer schiefen Ebene herabrollende Kugel, Kreisel) denke man sich den Körper in einzelne Massenpunkte mit den gleichen Massen m_1, m_2, $m_3 \ldots = m$ zerlegt. Diese Massenpunkte mögen die Abstände r_1, r_2, $r_3 \ldots$ von der Drehungsachse haben, die Winkelgeschwindigkeit des sich drehenden Körpers sei ω (§ 69). Dann sind die Geschwindigkeiten der einzelnen Massenpunkte $r_1\omega$, $r_2\omega$, $r_3\omega \ldots$ und die gesamte kinetische Energie des sich drehenden Körpers ist

$$\tfrac{1}{2} m_1 r_1^2 \omega^2 + \tfrac{1}{2} m_2 r_2^2 \omega^2 + \cdots = \tfrac{1}{2}\omega^2 (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \cdots) = \tfrac{1}{2}\omega^2 \Sigma m r^2.$$

Denkt man sich nun im Abstande 1 von der Drehungsachse eine Masse $\Im$ von solcher Größe angebracht, daß sie bei gleicher Winkelgeschwindigkeit ω dieselbe kinetische Energie der Drehbewegung hat wie der Körper, so ist die Wucht dieser Masse $\Im$ gleich $\frac{1}{2}\omega^2 \Im$, also $\frac{1}{2}\omega^2 \cdot \Sigma m r^2 = \frac{1}{2}\omega^2 \Im$ und $\boldsymbol{\Im = \Sigma m r^2}$.

Man nennt die so bestimmte Masse $\Im = \Sigma m r^2$ das **Trägheitsmoment** des Körpers hinsichtlich der Drehungsachse; es stellt somit die bei einer Drehbewegung in Betracht kommende, im Abstand 1 von der Drehungsachse gedachte Masse des Körpers vor. Die Werte des Trägheitsmoments können für geometrisch einfache Körper durch höhere Rechnung bestimmt werden; man erhält für folgende, bei Versuchen meist gebrauchte Körper, deren Gesamtmasse stets mit M bezeichnet sein möge, und für die in Abb. 106 angedeutete Richtung der Drehungsachse die Trägheitsmomente:

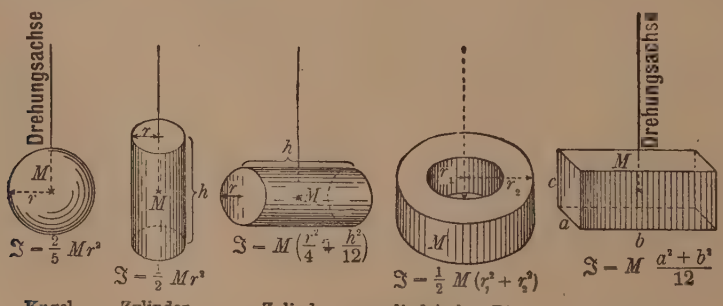


Abb. 106. Trägheitsmomente.

Beispiele. 1. Für eine Kugel von der Masse M, welche längs einer schiefen Ebene herabrollt, ergibt sich die Endgeschwindigkeit v am Fuße der schiefen Ebene

nicht einfach nach § 83, sondern unter Berücksichtigung der Drehbewegung. Man hat auf Grund der Gleichung XIX, da $M \cdot g \cdot h$ die Arbeit der Schwerkraft ist,

$$M \cdot g \cdot h = \tfrac{1}{2} M \cdot v^2 + \tfrac{1}{2} \omega^2 \cdot \mathfrak{J} = \tfrac{1}{2} M \cdot v^2 + \tfrac{1}{5} M \cdot r^2 \cdot \omega^2 = \tfrac{1}{2} M \cdot v^2 + \tfrac{1}{5} M \cdot v^2,$$

woraus $v = \sqrt{\frac{10}{7} g \cdot h}$ folgt.

Die Endgeschwindigkeit der Kugel ergibt sich also kleiner als nach § 83, wo keine Drehbewegung vom Körper ausgeführt wird..

2. Für ein mathematisches Pendel war ferner nach § 95 $t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$. Schreibt man $t = \pi \sqrt{\frac{ml^2}{mgl}}$, so ist ml^2 das Trägheitsmoment $\mathfrak{J}$, $mg \cdot l$ das größte infolge der Wirkung der Schwerkraft mögliche Drehungsmoment $\mathfrak{M}$, welches auf die Masse m wirkt. Man erhält dann die auch für ein physisches Pendel mit beliebig vielen Massenpunkten gültige Formel für die Schwingungsdauer $t = \pi \sqrt{\frac{\mathfrak{J}}{\mathfrak{M}}}$.

3. Das Trägheitsmoment eines Körpers, für welchen wegen seiner verwickelten Gestalt eine Formel nicht berechnet werden kann, bestimmt man unter Anwendung der Beziehung für das physische Pendel (Beispiel 2) folgendermaßen: Man läßt den Körper unter dem Einfluß einer konstanten Kraft (z. B. der Torsionskraft eines Aufhängedrahtes oder der erdmagnetischen Horizontalkraft (§ 212) bei einem Magnetstab) Schwingungen um seine durch diese Kraft bestimmte Gleichgewichtslage ausführen und mißt die Schwingungsdauer $t = \pi \sqrt{\frac{\mathfrak{J}}{\mathfrak{M}}}$ (Abb. 107a). Sodann vermehrt man das Trägheitsmoment $\mathfrak{J}$ des Körpers durch Anhängen eines genau gearbeiteten Zylinders oder durch Auflegen eines zylindrischen Ringes (Abb. 107b), für welchen das Trägheitsmoment $\mathfrak{J}_0$ durch die entsprechende Formel (s. oben) gegeben ist, und beobachtet wieder die (jetzt größere) Schwingungsdauer t'. Es gilt nun $t' = \pi \sqrt{\frac{\mathfrak{J} + \mathfrak{J}_0}{\mathfrak{M}}}$. Aus beiden Werten für die Schwingungsdauer berechnet sich das gesuchte Trägheitsmoment des Körpers zu $\mathfrak{J} = \frac{t^2}{t'^2 - t^2} \cdot \mathfrak{J}_0$. Die

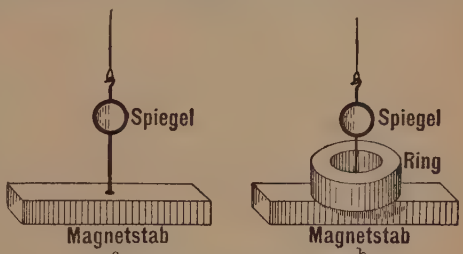


Abb. 107. Experimentelle Bestimmung des Trägheitsmoments.

Abbildungen 107a und b zeigen die Anordnung für einen an einem Bündel von Coconfäden aufgehängten und mit einem kleinen Spiegel (§ 359, Spiegelablesung) zur genauen Beobachtung der Schwingungsdauer fest verbundenen Magnetstab, der unter dem Einfluß der (konstanten) erdmagnetischen Horizontalkraft (§ 212) Schwingungen um eine feste Ruhelage, den magnetischen Meridian (§ 207), ausführt.

Übungen. a) Ermittelung des Trägheitsmoments eines Magnetstabes nach Beispiel 3. — b) Vergleichung der nach § 100 Beispiel 2 berechneten Schwingungsdauer eines Fadenpendels mit der durch den Versuch ermittelten.

§ 101. Energieformen. Schon in § 57 wurde kurz erwähnt, daß die Arbeitsvorräte in der Natur in zweierlei Form, entweder als **potentielle Energie (Energie der Lage)** oder als **Wucht (Bewegungsenergie)** auftreten. So besitzt ein Körper einen Arbeitsvorrat und zwar **Energie der Lage** oder **potentielle Energie** in der Ruhe vermöge seiner Lage

gegenüber anderen Körpern, wie z. B. ein in die Höhe gehobener schwerer Körper, oder vermöge der Lage seiner Moleküle, wie bei den Kohäsions- und Adhäsionserscheinungen, bei elastischer Dehnung oder Zusammendrückung, bei Änderung des Aggregatzustandes. Potentielle Energie hat ein Körper aber auch vermöge seiner Lagerung neben anderen Körpern, mit welchen er eine chemische Verbindung einzugehen sucht, also infolge seiner chemischen Affinität (z. B. Schießpulver), ferner vermöge seiner magnetischen Eigenschaften oder einer elektrischen Ladung.

Ein Körper kann sich ferner als Ganzes bewegen, wie ein Geschoß, fließendes Wasser, Wind, oder es können Teile desselben in Bewegung sein, wie bei den Schallerscheinungen. Endlich können nur seine Moleküle und Atome schwingende Bewegungen ausführen, welche als fühlbare Wärme oder als Licht empfunden werden. Dann hat man es, wie auch beim elektrischen Strome und bei der Übertragung dieser Energien durch die Schwingungen des Lichtäthers in Form von Licht-, Wärme- und elektrischen Strahlen, stets mit **Energie der Bewegung** oder mit **kinetischer Energie** zu tun.

§ 102. **Energieumwandlung in der Natur.** *Bei allen physikalischen Vorgängen in der Natur tritt eine fortgesetzte Umwandlung von Energie der einen Art in Energie irgend einer anderen Form ein.* So findet z. B. beim lotrechten Wurf eine beständige Umwandlung von kinetischer in potentielle Energie, beim darauffolgenden Falle eine Verwandlung von Energie der Lage in Bewegungsenergie statt. Die Energie des elektrischen Stromes ist, wie jeder aus dem täglichen Leben weiß, in Licht und Wärme umsetzbar, die bei Verbrennung der Kohle gewonnene Wärme wird von der Dampfmaschine in mechanische Energie verwandelt usw. Durch Messung und Vergleichung der bei irgend einem Vorgang in Betracht kommenden Energiemengen ergibt sich: *Jede Energieumwandlung erfolgt ohne Gewinn und Verlust* (Satz von der Erhaltung der Energie, Robert Mayer 1842, Helmholtz 1847). Es entspricht also z. B. einem Zuwachs an potentieller Energie, welchen ein Körper durch irgend einen Vorgang erfährt, ein gleich großer Verlust irgend einer anderen potentiellen Energieform oder einer kinetischen Energie, welchen er selbst oder ein anderer beim Vorgange beteiligter Körper erleidet. Man kann also auch sagen: *Bei irgend einem physikalischen Vorgange bleibt stets die Summe aller potentiellen und kinetischen Energien konstant.*

Die Richtigkeit dieses Satzes ergibt sich z. B. leicht für einen mit der Anfangsgeschwindigkeit c, also der anfänglichen Wucht $\frac{1}{2}mc^2$ lotrecht emporgeworfenen Körper vom Gewichte G und der Masse m. Man hat nach § 79 $v = c - gt$ und $s = h = ct - \frac{1}{2}gt^2$, also $t = (c - v) : g$. Durch Einsetzen ergibt sich $gh = \frac{1}{2}c^2 - \frac{1}{2}v^2$ und wegen $g = G : m$ nach § 81 auch $G \cdot h = \frac{1}{2}mc^2 - \frac{1}{2}mv^2$, also schließlich

$$G \cdot h + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mc^2 = \text{konst.}, \text{ d. h.}$$

potentielle Energie + kinetische Energie = Anfangsenergie = konst.

Die Erforschung der verschiedenen Energieformen und Energieumwandlungen ist die Hauptaufgabe der heutigen Physik. Man kann die Physik somit als Lehre von den Energieformen und ihren Umwandlungen bezeichnen.

Aufgaben. 164. Wie groß ist die Wucht einer Granate von 7,187 kg Gewicht in 4 km Abstand vom Geschütz, wenn sie daselbst noch 208 m sec^{-1} Geschwindigkeit hat? [15847,8 mkg.]

165. Welche kinetische Energie besitzt ein 5 kg schwerer Stein beim Aufschlagen, wenn man ihn von einem 80 m hohen Turme herabfallen läßt? ($g = 10\,m\,sec^{-2}$.) [320 mkg.]

166. Welche Art von Energie und wieviel besitzt ein 5 kg schwerer Stein, welcher auf dem Dache eines Hauses in 10 m Höhe über dem Erdboden liegt? [50 mkg.]

167. Zwei vollkommen elastische Kugeln mit den Massen m_1 und m_2 bewegen sich hintereinander oder gegeneinander mit den Geschwindigkeiten c_1 und c_2. Wie groß sind ihre Geschwindigkeiten nach dem Zusammenstoße?

$$\left[v_1 = \frac{(m_1 - m_2)\,c_1 \pm 2\,m_2\,c_2}{m_1 + m_2};\quad v_2 = \frac{\pm(m_2 - m_1)\,c_2 + 2\,m_1\,c_1}{m_1 + m_2}.\right]$$

168. Es ist für einen auf wagerechter Bahn mit der Anfangsgeschwindigkeit c bewegten Körper vom Gewichte G die Gleichung aufzustellen, welche zeigt, daß die Summe der potentiellen und kinetischen Energie bei diesem Vorgang konstant ist, wenn ein Reibungskoeffizient f gerechnet wird. $[fG \cdot s + \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m c^2.]$

169. Welche Energieumwandlungen treten beim Laden und Abschießen eines Gewehres ein? [§ 101, 102.]

170. [R. G. 1905.] Bei einer Zentrifugalbahn betrage der Halbmesser des kreisförmigen Teiles r m, die sich anschließende schiefe Ebene habe die Höhe h m. Welchen Zweck hat diese schiefe Ebene, welchen Einfluß hat ihr Neigungswinkel? Welche Bewegungsvorgänge können bei einer auf der Bahn ohne Reibung rollenden Masse eintreten, je nachdem die Höhe h größer oder geringer gewählt wird? Welche Energieverwandlungen treten beim Abrollen einer schweren Masse durch die ganze Bahn ein? Es soll durch Anwendung des Prinzips der Erhaltung der Energie die wahre Bahngeschwindigkeit und Zentrifugalbeschleunigung an einer beliebigen Stelle (in der Höhe h') des Kreises berechnet und die Bedingung aufgestellt werden, welcher die Höhe h genügen muß, damit kein Abspringen der Masse im Scheitel des Kreises eintritt. [§ 100, 101, 102; ohne Berücksichtigung des Rollens der schweren Masse: $\sqrt{2g(h-h')}$; $\frac{2g(h-h')}{r}$; $h > \frac{5}{2} r$; mit der Berücksichtigung des Rollens, wenn $\Im$ Trägheitsmoment, ϱ Radius des rollenden Körpers:

$$\sqrt{\frac{2mg(h-h')}{m + \Im : \varrho^2}};\quad \frac{2mg(h-h')}{r(m + \Im : \varrho^2)};\quad h > \frac{5}{2} r + \frac{\Im \cdot r}{2m\varrho^2}.$$

171. [R. G. 1907.] Unter Anwendung des Prinzips der Erhaltung der Energie sollen mit entsprechender Erklärung folgende Fragen beantwortet werden: a) Ein Körper wird mit der Anfangsgeschwindigkeit c vertikal in die Höhe geworfen. Wie groß ist die Steighöhe? Mit welcher Geschwindigkeit v kommt er in einem Punkte an, der um die Strecke a über dem Ausgangspunkt liegt? b) Ein Körper wird mit der Anfangsgeschwindigkeit c unter dem Winkel α schief aufwärts geworfen. Wie groß ist die Steighöhe? Mit welcher Geschwindigkeit tritt er in die um die Strecke a unter dem Ausgangspunkt gelegene Horizontalebene ein? c) Ein mathematisches Pendel wird um den Winkel α aus seiner Gleichgewichts-

lage herausgehoben und dann losgelassen. Mit welcher Geschwindigkeit passiert der Massenpunkt die tiefste Stelle seiner Bahn?

$\left[\S\ 100, 79, 86, 87, 95;\ \frac{c^2}{2g},\ v = \sqrt{c^2 - 2ga},\ \frac{c^2 \sin^2\alpha}{2g},\ \sqrt{c^2 + 2ga};\ 2\sin\frac{\alpha}{2}\sqrt{gl}.\right]$

172. [R. G. 1908.]. Längs einer schiefen Ebene von 20° Neigung und dem Reibungskoeffizienten $\varrho = 0{,}2$ wird ein Körper mit einer Anfangsgeschwindigkeit von 15 m sec^{-1} aufwärts gestoßen. Wie lange dauert es, bis seine Geschwindigkeit erschöpft ist und wie hoch ist er dann über der Basis? Wie groß ist, die Masse des Körpers zu 1000 g angenommen, die kinetische Energie am Anfang der Bewegung, wie groß gegenüber der Anfangslage die potentielle Energie am Schluß der Bewegung? Wie erklärt sich der Unterschied beider Zahlen? [§ 83, 80, 100; **2,885 sec; 7,401 m; 112,5 mkg; 74,01 mkg.**]

C. Mechanik der flüssigen Körper (Hydromechanik).

§ 103. **Kohäsion bei Flüssigkeiten.** Die Flüssigkeiten zeichnen sich vor den festen Körpern durch bedeutend geringere Kohäsion aus. Es bewirken deshalb schon geringe Kräfte eine Trennung oder Verschiebung ihrer Moleküle (Formänderung). Das Vorhandensein der Kohäsion wird durch die Tropfenbildung bewiesen. Ein der Schwerkraft entzogener Flüssigkeitstropfen (z. B. Öl in einem spezifisch gleich schweren Gemisch von Wasser und Alkohol, Abb. 108) zeigt infolge der alleinigen Wirkung der Kohäsion Kugelgestalt.

Abb. 108

Abb. 109.

Die Schwerkraft bewirkt dagegen Abflachung oder Auseinanderfließen des Tropfens (Abb. 109). Eine Flüssigkeit muß daher zur Verhütung des Zerfließens unten und an den Seiten durch Gefäßwände gehalten werden.

§ 104. **Freie Oberfläche.** „Die oberste nur am Rande an die Gefäßwand anstoßende Begrenzungsfläche einer Flüssigkeit heißt **freie Oberfläche.**“ Diese ist infolge der Schwerkraft, abgesehen vom Rande, wo die Adhäsion noch mitwirkt, bei mäßiger Ausdehnung der Oberfläche eine **horizontale Ebene.** Denn von einer Erhöhung würden die leicht beweglichen Flüssigkeitsteilchen wie von einer schiefen Ebene herabgleiten. — Bei bedeutender Ausdehnung hat die freie Flüssigkeitsoberfläche die gekrümmte Gestalt des Erdsphäroids (Oberfläche großer Seen).

§ 105. **Unzusammendrückbarkeit.** *Die Flüssigkeiten verringern durch Druck ihr Volumen nur äußerst wenig,* so daß sie für die praktisch vorkommenden Fälle als **unzusammendrückbar (inkompressibel)** angesehen werden können.

Die äußerst geringe Volumenverminderung der Flüssigkeiten hat zuerst Örsted[1]) (1822) durch das von ihm konstruierte **Piëzometer** (Abb. 110)

1) Örsted (1777—1851), Professor zu Kopenhagen, entdeckte auch die Wirkung des elektrischen Stromes auf die Magnetnadel (§ 276.)

nachgewiesen. Bei diesem wird in ein starkwandiges Gefäß G mittels einer Druckpumpe D (§ 136) Wasser aus dem Behälter R eingepreßt. Die zu untersuchende Flüssigkeit ist in dem Glasballon B enthalten, dessen Kapillare K in Quecksilber Q taucht. In letzteres ist zugleich ein geschlossenes Manometer M (§ 135b) zur Bestimmung des wirksamen Druckes eingesetzt. Da die Wände des Ballons B außen und innen den gleichen Druck erleiden, wird eine Volumenänderung des Ballons selbst vermieden. Bei Volumenverminderung der Flüssigkeit in B rückt der Quecksilberfaden in der Kapillare K vor, was zur Messung benützt wird. Die Raumverminderung der Volumeneinheit wurde so bei einem Druck von 1 Atm. (rund 1 kg pro qcm) für Wasser 0,0000479, Alkohol 0,000095, Quecksilber 0,00000338, Schwefeläther 0,0001314 gefunden.

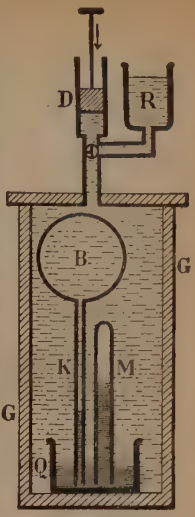


Abb. 110. Piëzometer.

§ 106. **Hydrostatisches Grundgesetz.** Bei einem festen Körper wird ein von außen wirkender Druck nur in Richtung der Kraft von Molekül zu Molekül übertragen. Bei einer Flüssigkeit aber suchen die Teilchen infolge ihrer großen Beweglichkeit und wegen der Unzusammendrückbarkeit der Flüssigkeit einem Druck nach allen Seiten hin auszuweichen. Daher ergibt sich:

Ein auf eine rings umschlossene Flüssigkeit ausgeübter Druck pflanzt sich mit unverminderter Stärke nach allen Richtungen fort (Hydrostatisches Grundgesetz; Pascal[1]) 1648).

Es sei ein mit Flüssigkeit vollständig gefülltes Gefäß mit Ansatzröhren versehen, in welche dicht schließende Stempel (Kolben) mit den Querschnitten $q, q, n \cdot q$ eingesetzt sind (Abb. 111; einen Demonstrationsapparat mit zwei Kolben K_1 und K_2 zeigt Abb. 112). Ein auf den Stempel vom Querschnitt q ausgeübter Druck P wird dann so durch die Flüssigkeit hindurch weitergegeben, daß jedes Flächenstück von gleicher Größe q einen normalen Druck von der Größe P erleidet. Dabei ist es gleichgültig, ob die Fläche q einer Kolbenfläche oder der Gefäßwand angehört oder im Innern der Flüssigkeit liegt. Eine Fläche von der Größe $n \cdot q$ erfährt also einen normalen Druck $n \cdot P$.

Abb. 111. Druckfortpflanzung in einer Flüssigkeit.

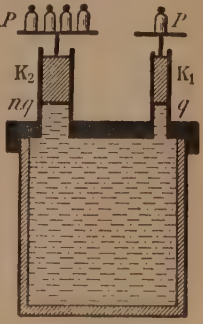


Abb. 112.

1) Pascal (1623—1662) ist hauptsächlich durch seine mathematischen Arbeiten bekannt (s. auch § 127).

§ 107. **Hydraulische Presse.** Das hydrostatische Grundgesetz kommt zur Anwendung bei der Bramahschen[1]) oder **hydraulischen Presse** (1799), welche zum Zusammenpressen voluminöser Substanzen (Papier, Baumwolle usw.) oder überhaupt zur Ausübung bedeutender Drucke dient (Abb. 113) [Pressen für Kerzen und Bleirohre, hydraulische Aufzüge, Lochstanz- und Nietmaschinen, Heben und Versetzen von Gebäuden und Brücken]. — Mittels einer **Druckpumpe** wird beim Aufwärtsziehen ihres Kolbens K Wasser aus einem Behälter R durch das Ventil V_1 angesaugt. Beim Niederdrücken des Kolbens treibt man das Wasser durch das Ventil V_2 und durch das Druckrohr D in den **Preßzylinder** C. Ein in letzteren flüssigkeitsdicht eingesetzter **Preßkolben** P von großem Querschnitt wird durch das eingepreßte Wasser verdrängt. Der Preßkolben geht dann mit einer n-mal so großen Kraft in die Höhe, als der Druck auf den Pumpenkolben beträgt, wenn die Querschnitte von Preß- und Pumpenkolben sich wie $n : 1$ verhalten. Mit dieser Kraft wird der auf den Preßzylinder gelegte Körper gegen ein festes Widerlager W (Holm) gedrückt. Ein Sicherheitsventil S sichert die Presse gegen Zerspringen. — Bewegt man den Kolben K der Druckpumpe mit einem Hebel, so ist nach dem Hebelgesetz $\frac{a}{b} \cdot P$ der vom Kolben K und $n \cdot \frac{a}{b} \cdot P$ der vom Preßkolben P ausgeübte Druck.

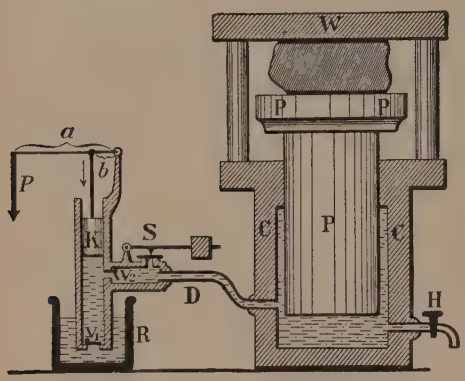


Abb. 113. Hydraulische Presse.

Aufgaben. 173. Das Querschnittsverhältnis von Druck- und Preßkolben bei einer hydraulischen Presse ist 1 : 100. Mit welcher Kraft geht der Preßkolben (abgesehen von den Reibungswiderständen) in die Höhe, wenn am Hebel der Druckpumpe eine Kraft von 2 kg in 35 cm Abstand vom Drehpunkt angreift, der Hebelarm der Kolbenstange aber 5 cm beträgt? [1400 kg.]

174. Es ist die Richtigkeit des Gesetzes der Erhaltung der Arbeit für die hydraulische Presse nachzuweisen. [§ 56, 107.]

175. Welche Kraft ist an dem 30 cm langen Hebel der Druckpumpe einer hydraulischen Presse erforderlich, mit welcher ein Druck von 50000 kg ausgeübt werden soll, wenn die Kolbenstange des Druckkolbens an einem 6 cm langen Hebelarm angebracht ist und die Durchmesser vom Druckkolben und Preßkolben sich wie 1 : 20 verhalten? [25 kg.]

176. Mit einer hydraulischen Presse soll ein Ziegelstein, dessen Druckfestigkeit 2 kg pro qmm beträgt, und dessen Grundfläche die Kantenlängen 20 cm und 10 cm hat, zermalmt werden. Welches Querschnittsverhältnis müssen die beiden Kolben der hydraulischen Presse erhalten, wenn die Hebelarme an der Druckpumpe die Längen 50 und 5 cm haben und eine Kraft von 10 kg aufgewendet wird? [400 : 1.]

1) Bramah (1749—1814) war Mechaniker in London.

§ 108. **Hydrostatischer Druck.** „Den Druck, welchen jede Flüssigkeit infolge ihrer Schwere auf irgend eine wagrechte Fläche in ihrem Inneren ausübt, nennt man **hydrostatischen Druck**“. Er wirkt lotrecht abwärts und ergibt sich aus dem Gewicht der Flüssigkeitssäule, welche lotrecht über der Fläche q lastet (Abb. 114). Bedeutet also h den Abstand der Fläche q von der freien Flüssigkeitsoberfläche, s das spezifische Gewicht (Gewichtsdichte) der Flüssigkeit, so hat man:

$$\textbf{hydrostatischer Druck } D = q \cdot h \cdot s.$$

Einen gleichen Druck D erleidet notwendig jede in derselben Horizontalebene gelegene Fläche von der Größe q, so daß es gleichgültig ist, ob man sich die Flüssigkeitssäule lotrecht oder beliebig schief oder endlich beliebig gestaltet über der gedrückten Fläche denkt (Abb. 114).

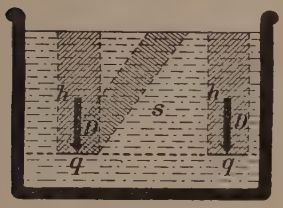


Abb. 114.
Hydrostatischer Druck.

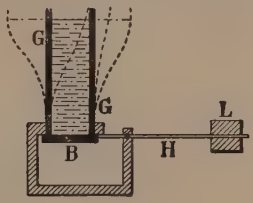


Abb. 115.
Apparat von Haldat.

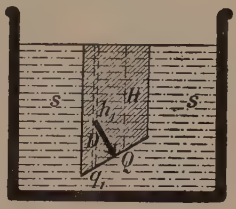


Abb. 116.
Seitendruck.

Dies führt zu dem scheinbar widersinnigen Ergebnis: *Die genau gleiche wagrechte Bodenfläche von Gefäßen der verschiedensten Gestalt erleidet immer denselben hydrostatischen Druck (Bodendruck), wenn die Gefäße nur stets mit der gleichen Flüssigkeit bis zur selben Höhe über dem Boden gefüllt werden.* Dieser als **hydrostatisches Paradoxon** bekannte Satz läßt sich mittels des Apparates von Haldat (Abb. 115) beweisen. Bei demselben wird der Druck der Flüssigkeit auf die an einem Hebel H angebrachte Bodenplatte B verschieden gestalteter Gefäße GG durch ein Laufgewicht L ins Gleichgewicht gesetzt.

§ 109. **Seitendruck.** „Als **Seitendruck** bezeichnet man den senkrechten Druck, welchen jede an der Seitenwand eines Gefäßes oder sonst beliebig in der Flüssigkeit liegende Fläche infolge der Schwere der Flüssigkeit erfährt.“ Der Seitendruck berechnet sich wie ein hydrostatischer Druck, nämlich:

$$\textbf{Seitendruck } D = Q \cdot H \cdot s,$$

jedoch ist als Druckhöhe H in diesem Falle der **lotrechte Abstand des Schwerpunktes** der gedrückten Fläche Q von der freien Flüssigkeitsoberfläche zu nehmen (Abb. 116).

Zerlegt man nämlich die Fläche Q in sehr kleine Flächenstückchen q_1, q_2, q_3 . . , so ist der hydrostatische Druck D auf die ganze Fläche Q gegeben durch

$$Q \cdot H \cdot s = q_1 \cdot h_1 \cdot s + q_2 \cdot h_2 \cdot s + q_3 \cdot h_3 \cdot s + \cdots$$

Nach Division durch s hat man aber

$$Q \cdot H = q_1 \cdot h_1 + q_2 \cdot h_2 + q_3 \cdot h_3 + \cdots \quad \text{oder}$$

Moment der Fläche Q = Summe der Momente der Flächen $q_1, q_2, q_3 \ldots$ in bezug auf die freie Oberfläche der Flüssigkeit. Nach § 54f ist dann H der Abstand des Schwerpunktes der Fläche Q von der freien Flüssigkeitsoberfläche.

Aufgaben. 177. Ein rechteckiges Gefäß ist bis zu $^2/_3$ seiner Höhe (= 30 cm), mit Petroleum [$s = 0{,}88$] gefüllt. Welchen Druck erleidet die Bodenfläche und jede Seitenfläche, wenn die rechteckige Bodenfläche die Seiten 8 und 15 cm hat? [2,112 kg; 1,408 kg; 2,640 kg.]

178. In die Deckfläche eines zylindrischen Gefäßes mit 20 qcm Bodenfläche und 30 cm Höhe ist ein 1 qcm weites Glasrohr eingesetzt. Gefäß und Rohr wird bis zu 2 m Höhe über der Bodenfläche mit Wasser gefüllt. Welchen Druck erleidet die Bodenfläche, und welches Gewicht hat die gesamte Füllung des Gefäßes? [4 kg; 770 g.]

179. Ein Gefäß mit rechteckiger Bodenfläche von 4 und 5 cm Kantenlänge und 20 cm Höhe ist mit Quecksilber [$s = 13{,}6$] vollständig gefüllt. Ein in die Deckfläche schief eingesetztes Rohr von 4 qcm Horizontalquerschnitt enthält noch eine Wassersäule von 3 m Vertikalhöhe. Bestimme den Bodendruck und die Seitendrucke auf die Gefäßwände! [11,44 kg; 34,88 kg; 43,6 kg.].

§ 110. **Kommunizierende Gefäße.** „Zwei oder mehrere Gefäße, welche durch ein Querrohr miteinander verbunden sind, heißen **kommunzierende Gefäße** (kommunizierende Röhren)."

a) Füllt man die Gefäße mit der **gleichen** Flüssigkeit, so zeigt der Versuch (Abb. 117): *Die freien Flüssigkeitsoberflächen in kommunizierenden Gefäßen liegen bei Füllung mit einer Flüssigkeit in derselben Horizontalebene.*

b) Bei einer Füllung mit zwei **verschiedenen**, sich nicht mischenden Flüssigkeiten (Quecksilber oder Öl und Wasser, (Abb. 118) dagegen ergibt sich:

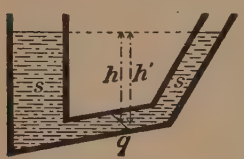


Abb. 117. Kommunizierende Gefäße mit einer Flüssigkeit.

Die von der gemeinsamen Oberfläche an gerechneten Höhen sich nicht mischender Flüssigkeiten in kommunizierenden Gefäßen verhalten sich umgekehrt wie die spezifischen Gewichte (= Gewichtsdichten) der Flüssigkeiten.

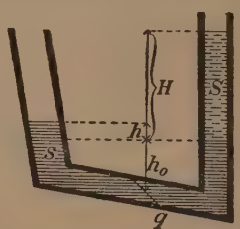


Abb. 118. Kommunizierende Gefäße mit zwei Flüssigkeiten.

Denn denkt man sich in beiden Fällen durch das Verbindungsrohr eine beliebige Querschnittsfläche q gelegt, so muß diese, wie die Flüssigkeit selbst, im Gleichgewicht sein, also von beiden Seiten her denselben Seitendruck erleiden. Man hat demnach bei Füllung mit einer Flüssigkeit (Abb. 117) $q \cdot h \cdot s = q \cdot h' \cdot s$, also $\boldsymbol{h = h'}$, im zweiten Falle (Abb. 118) $q \cdot (h_0 + h) \cdot s = q \cdot h_0 \cdot s + q \cdot H \cdot S$, daher $q \cdot h \cdot s = q \cdot H \cdot S$ und $h \cdot s = H \cdot S$ oder $\boldsymbol{h : H = S : s}$.

Durch Messung der Höhen h und H kann so das spezifische Gewicht (= Gewichtsdichte) der einen Flüssigkeit bestimmt werden, wenn man dasjenige der anderen kennt.

Das unter a) angeführte Gesetz benützt man bei dem **Wasserstandsglas** der Dampfkessel (AB, Abb. 119; s. auch Abb. 193), um die Wasserfüllung

im Kessel beurteilen zu können. Auch bei der **Wasserwage** (Abb. 120), einem älteren Nivellierinstrument zum Einvisieren wagrechter Linien, fand das Gesetz Anwendung. Die in den beiden

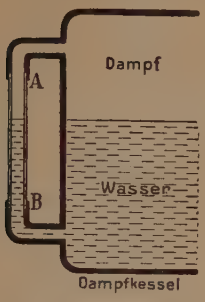


Abb. 119. Wasserstandglas.

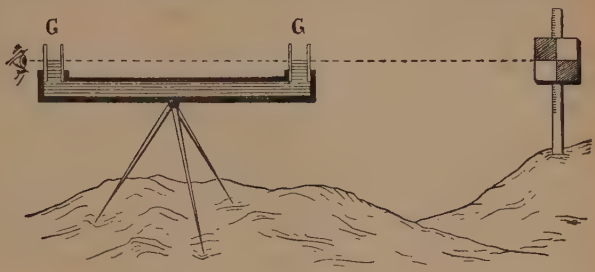


Abb. 120. Wasserwage.

vertikalen Glasröhren G G befindlichen Wasseroberflächen liegen in einer Horizontalen. — Jetzt verwendet man zum Horizontieren die viel handlichere **Libelle** (Abb. 121). In einer gebogenen, mit Weingeist gefüllten Glasröhre oder Glasdose befindet sich eine Luftblase, welche sich an die höchste Stelle zwischen zwei Marken einstellt, wenn der Fuß des Gehäuses genau wagrecht liegt.

Auf demselben Gesetz a) beruhen auch die schon im 12. Jahrhundert in der Grafschaft Artois und seitdem an vielen anderen

Abb. 121. Libelle.

Abb. 122. Artesischer Brunnen.

Orten gebohrten **artesischen Brunnen.** Liegt nämlich zwischen zwei für Wasser undurchlässigen muldenförmigen Bodenschichten eine wasserhaltige (Abb. 122), so tritt nach Durchbohrung der oberen Schicht das Wasser zutage. — Nach a) müßte ferner der aufsteigende Wasserstrahl bei einem **Springbrunnen** gleiche Höhe mit dem Wasserspiegel im Staubecken erreichen, wenn nicht die Reibung in der Rohrleitung und an der Luft, sowie die zurückfallenden Tropfen hinderlich wären. — Die Wasserversorgung in Städten durch ein von einem hochgelegenen Staubecken ausgehendes Rohrnetz ist ebenfalls eine Ausnützung des Gesetzes über kommunizierende Gefäße.

Aufgaben. 180. Zwei kommunizierende Gefäße enthalten Quecksilber und mit Wasser verdünntes Glyzerin. Welches spezifische Gewicht (= Gewichtsdichte) hat letzteres, wenn von der gemeinsamen Oberfläche an die Quecksilbersäule 12 cm, die Glyzerinsäule 136 cm Höhe hat und das spezifische Gewicht des Quecksilbers 13,6 beträgt? [1,2.].

181. Zwei kommunizierende Röhren enthalten zunächst Quecksilber ($s = 13{,}6$). Auf dieses wird im einen Rohr eine Wassersäule von 48 cm Höhe und darauf eine Schicht Benzol ($s' = 0{,}88$) von 100 cm Höhe gebracht. Wie hoch steht das Quecksilber im Rohr? [10 cm.].

182. Das Verbindungsrohr zweier kommunizierender Gefässe von 2 und 5 qcm Querschnitt enthält Quecksilber. Auf letzteres wird im einen Schenkel konzentrierte Schwefelsäure bis zu einer Höhe von 20 cm aufgeschichtet. Wie hoch muß im anderen Schenkel Schwefelkohlenstoff eingefüllt werden, damit die Oberfläche des Quecksilbers in beiden Gefäßen gleich hoch steht? [29,02 cm.]

Übungen. a) Man bestimme das spezifische Gewicht (= Gewichtsdichte) verschiedener Flüssigkeiten mit Hilfe von kommunizierenden Röhren! — b) Man bestimme das spezifische Gewicht einer Salzlösung durch eine der Aufgabe 182 nachgebildete Anordnung! — c) Untersuchung des Verhaltens eines an eine Spiralfeder angehängten Körpers beim vollständigen Eintauchen in verschiedene Flüssigkeiten.

§ 111. **Aufdruck.** Dem lotrecht abwärts gerichteten hydrostatischen Druck, welchen eine wagrechte Fläche q im Inneren einer Flüssigkeit erleidet, wirkt im Falle des Gleichgewichts der Flüssigkeit ein **aufwärts gerichteter gleicher Druck** $A = q \cdot h \cdot s$ entgegen, welchen man als **Auftrieb** bezeichnet.

Zum Nachweis des Aufdruckes deckt man auf eine gut abgeschliffene Röhre eine ebene, zunächst mit einem Faden gehaltene Verschlußplatte und senkt die Röhre in eine Flüssigkeit ein (Abb. 123). Die schwere Verschlußplatte wird dann bei genügender Einsenktiefe durch den Aufdruck gehalten.

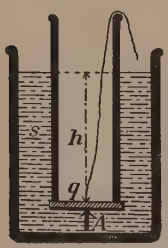


Abb. 123. Nachweis des Aufdruckes.

§ 112. **Archimedisches Prinzip.** Hängt man an eine Wage untereinander einen Hohl- und einen Vollzylinder, welche genau ineinanderpassen, also gleiches Volumen haben, und tariert dieselben, so wird durch Eintauchen des Vollzylinders in irgend eine Flüssigkeit das Gleichgewicht an der Wage gestört. Der eingetauchte Vollzylinder erscheint leichter. Durch Hinzufügen einer Flüssigkeitsmenge von gleichem Volumen wie der eingetauchte Körper, d. h. durch Füllung des Hohlzylinders mit der Flüssigkeit, wird wieder Gleichgewicht hergestellt (Abb. 124). Es ergibt sich also:

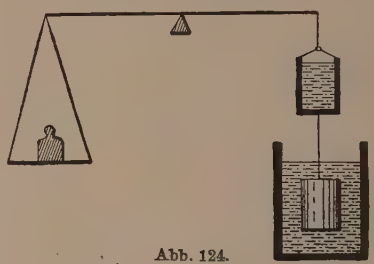


Abb. 124.
Nachweis des Archimedischen Prinzips.

Jeder in eine Flüssigkeit vollständig eingetauchte Körper erfährt infolge der Drucke der umgebenden Flüssigkeit einen Gewichtsverlust (Auftrieb), welcher dem Gewicht der vom Körper verdrängten Flüssigkeit gleichkommt. (Archimedisches Prinzip.)[1])

Die Richtigkeit des archimedischen Prinzips folgt auch daraus, daß der Aufdruck $A = q \cdot (h + h') \cdot s$, welchen die Unterseite eines voll-

1) Archimedes (287—212 v. Chr.) von Syrakus hat nach Bericht des Geschichtschreibers Vitruv i. J. 222 beim Baden das nach ihm benannte Gesetz gefunden. Er konnte dadurch feststellen, daß die ihm vom König Hiero zur Untersuchung übergebene, zu einem Weihgeschenk bestimmte goldene Krone vom Goldschmied mit Silber legiert worden war.

ständig eingetauchten Körpers (Abb. 125) erfährt, gegenüber dem hydrostatischen Druck $D = q \cdot h \cdot s$ auf die Oberseite um $T = q \cdot h' \cdot s$ größer ist. Dieser aufwärts wirkende Überdruck oder **Auftrieb** $T = q \cdot h' \cdot s$ ist aber gerade gleich dem Gewicht der vom Körper verdrängten Flüssigkeit. Gleiches ergibt sich für einen beliebig gestalteten Körper (Abb. 125 rechts).

§ 113. **Untergehen, Schweben und Schwimmen eines Körpers in einer Flüssigkeit.** Der Auftrieb T, welchen ein in eine Flüssigkeit völlig eingetauchter Körper erleidet, stellt eine lotrecht aufwärts gerichtete, dem Körpergewicht G entgegenwirkende Kraft dar. Es kann dann $G \lessgtr T$ sein.

Mit Hilfe des **Cartesianischen Tauchers**[1]) (Abb. 126) lassen sich diese drei Möglichkeiten veranschaulichen. Der Taucher, eine mit seitlicher Öffnung versehene Hohlfigur aus Glas, enthält Luft und Wasser und ist in ein fast ganz mit Wasser gefülltes Gefäß eingesetzt. Der für gewöhnlich schwimmende Taucher ($G < T$) schwebt im Wasser ($G = T$) und geht schließlich unter ($G > T$), wenn man durch allmählich gesteigerten Druck auf die das Gefäß verschließende Membran mehr und mehr Wasser in die Hohlfigur hineinpreßt. Diese wird dadurch gleich schwer bzw. schwerer wie die verdrängte Wassermenge. Es ergibt sich also: *Ein vollkommen eingetauchter Körper geht in einer Flüssigkeit unter, schwebt in ihr oder schwimmt auf ihr, je nachdem das Gewicht des Körpers größer, gleich oder kleiner als sein Gewichtsverlust bei völligem Eintauchen ist.* — Bei den Unterseeboten z. B. werden zum Tauchen Hohlräume (Tanks) mit Meerwasser gefüllt und dadurch das Bootgewicht (nahezu) gleich dem Gewicht des verdrängten Wassers gemacht. Zum Auftauchen werden die Tanks durch Preßluft wieder entleert.

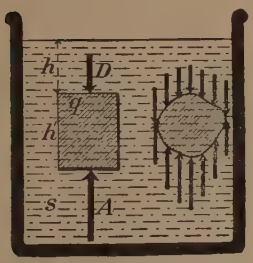


Abb. 125. Hydrostatischer Druck und Aufdruck.

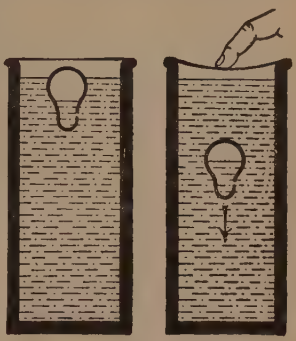


Abb. 126. Cartesianischer Taucher.

Es sei V das Volumen des Körpers, also zugleich das Volumen der vom ganzen Körper verdrängten Flüssigkeit, σ das spezifische Gewicht des Körpers, s dasjenige der Flüssigkeit. Wegen G (*Körpergewicht*) $= V \cdot \sigma$ und T (*Auftrieb*) $= V \cdot s$ erhält man also

je nachdem	**Untergehen,**	**Schweben,**	**Schwimmen,**	
	$G > T$	$G = T$	$G < T$	ist.
	$\sigma > s$	$\sigma = s$	$\sigma < s$	

1) Benannt nach Cartesius oder Descartes (1596—1650), einem französischen Naturphilosophen und Mathematiker, welchem die Mathematik die Koordinatengeometrie (analytische Geometrie) verdankt (s. auch § 370 und 394).

Man hat also auch: *Ein Körper geht in einer Flüssigkeit unter, schwebt in ihr oder schwimmt auf ihr, je nachdem das spezifische Gewicht des Körpers größer, gleich oder kleiner als dasjenige der Flüssigkeit ist.*

Abb 127.

Für einen auf einer Flüssigkeit **schwimmenden Körper**, von welchem ein Teil des Körpers heraussieht, gilt stets: *Das Gewicht des ganzen schwimmenden Körpers ist gleich dem Gewicht der vom eingetauchten Teil verdrängten Flüssigkeitsmenge* (Archimedisches Prinzip für schwimmende Körper). Ein Probierröhrchen (Abb. 127), welches zur Erzielung lotrechten Schwimmens mit einigen Schroten beschwert ist, sinkt daher in Alkohol tiefer, in einer Salzlösung weniger weit ein als in Wasser.

Aufgaben. 183. Welchen Auftrieb erleidet ein Stück Nickel von 890 g Gewicht a) in Wasser, b) in Glyzerin, c) in Schwefeläther? [100 g; 126 g; 73,6 g.]

184. Ein Stück Aluminium ($s = 2{,}6$) und ein Stück Schmiedeeisen ($s = 7{,}8$) verlieren beide, in Wasser getaucht, 50 g an Gewicht. Wie groß sind die Volumina beider Stücke und ihre absoluten Gewichte? [50 ccm; 130 g; 390 g.]

185. Ein Kupferzylinder von 10 cm Höhe und 443 g Gewicht erfährt in Benzol einen Auftrieb von 44 g. Wie groß ist die Bodenfläche des Zylinders und wie groß das spezifische Gewicht des Kupfers? [5 qcm; 8,86.]

186. Ein rechteckiges, oben offenen Hohlgefäß aus Schmiedeeisen ($s = 7{,}8$) hat eine quadratische Grundfläche von 10 cm äußerer Kantenlänge und eine äußere Höhe von 30 cm. Die Dicke der Bodenfläche und der Wand beträgt durchweg 1 cm. Wie tief sinkt das Gefäß in Quecksilber ($s = 13{,}6$) ein, a) wenn es leer, b) wenn es zur Hälfte mit Wasser gefüllt ist? [6,56 cm; 7,24 cm.]

187. Wieviel wiegt ein Stück Platin von 215 g Gewicht in Wasser? [205 g].

188. Die zu einem Weihgeschenk bestimmte Krone des Königs Hiero von Syrakus wog 10 kg und verlor in Wasser 0,625 kg an Gewicht. Wieviel Gold und Silber enthielt dieselbe? [7,514 kg Gold, 2,486 kg Silber.]

189. Ein Stück Zink wiegt 71,5 g. Welches Volumen muß man einem Korkstück geben, damit beide Körper zusammen in Wasser schweben? [80,92 ccm.]

190. Ein Mann, dessen Hubkraft 45 kg beträgt, versucht einen 5 dm langen, 2 dm breiten und 2 dm hohen Kalkstein ($s = 2{,}7$) aus Wasser herauszuheben. Wie schwer erscheint dem Mann der Stein in Wasser und wie hoch kann er ihn herausheben? [34 kg; 1,1 dm.]

191. Warum geht ein des Schwimmens Unkundiger in Wasser unter, ein Schwimmer dagegen nicht? Welchen Zweck haben die Schwimmgürtel? [§ 113.]

192. Wie ist es zu erklären, daß Ertrunkene nach einer Reihe von Tagen an die Oberfläche des Wassers kommen? [§ 113.]

§ 114. **Bestimmung des spezifischen Gewichtes fester Körper.** Die Bestimmung des **spezifischen Gewichtes (= Gewichtsdichte) von festen Körpern** geschieht unter Anwendung des Archimedischen Prinzips:

a) mittels der **hydrostatischen Wage**, welche sich von der gewöhnlichen Wage nur dadurch unterscheidet, daß ihre eine Wagschale eine kürzere Aufhängung hat, so daß man einen Körper mittels eines langen

dünnen Drahtes anhängen und Gefäße unterstellen kann (Abb. 128). — Man bestimmt zunächst für den in der angegebenen Weise an der kürzeren Wagschale angehängten Körper das absolute Gewicht G. Stellt man dann das beim völligen Eintauchen des Körpers in destilliertes Wasser gestörte Gleichgewicht wieder her, so erhält man den Gewichtsverlust W des Körpers in Wasser, also das Gewicht der mit dem Körper volumengleichen Wassermenge und somit das spezifische Gewicht $\sigma = \frac{G}{W}$.

Für einen **in Wasser löslichen Körper** vom Gewichte G ermittelt man den Gewichtsverlust F in einer den Körper nicht auflösenden Flüssigkeit, z. B. Alkohol, Benzin, Petroleum, von bekanntem spezifischen Gewicht s. Es ist dann $\frac{F}{s}$ das Volumen des Körper (§ 21) und $\frac{F}{s} \cdot 1 = \frac{F}{s}$ das Gewicht der volumengleichen Wassermenge. Daher ist $\sigma = G : \frac{F}{s} = \frac{G}{F} \cdot s$ das spezifische Gewicht des Körpers.

An einen **in Wasser nicht untergehenden Körper** vom Gewichte G hängt man noch einen anderen genügend schweren Hilfskörper, z. B. ein Stück Blei, von bekanntem absoluten und spezifischen Gewicht (K, $\varkappa$) an. Ermittelt man für beide zusammen den Gewichtsverlust W in Wasser, so ist $W = \frac{G}{\sigma} + \frac{K}{\varkappa}$, also $\sigma = \frac{G}{W - \frac{K}{\varkappa}}$ das spezifische Gewicht des Körpers.

b) mit dem **Gewichtsaräometer von Nicholson** (Senkwage), welches nur mehr selten verwendet wird. Es besteht aus einem gläsernen oder metallenen Hohlzylinder, welcher am oberen Teil an einem feinen, mit Marke versehenen Stiele eine kleine Wagschale, am unteren Teil ein Körbchen zur Aufnahme des Körpers trägt (Abb. 129). Für das in Wasser lotrecht schwimmende Aräometer braucht man zunächst ein Gewicht p, um Eintauchen bis zur Marke zu erzielen. Nach dem Auflegen des Körpers auf die Wagschale ist das (kleine) Gewicht a, nach dem Einlegen des Körpers in das Körbchen aber das (um den Auftrieb größere) Gewicht b auf die Schale zu legen, um neuerdings ein Einsinken des Aräometers bis zur Marke hervorzurufen. Dann ist $p - a$ das Gewicht des Körpers, $b - a$ sein Gewichtsverlust im Wasser, daher $\sigma = \frac{p - a}{b - a}$ sein spezifisches Gewicht.

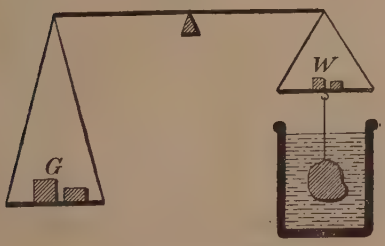


Abb. 128. Hydrostatische Wage.

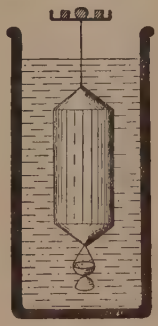


Abb. 129. Nicholsonsches Aräometer.

§ 115. **Volumenbestimmung.** Da 1 g Wasser ein Volumen von 1 ccm besitzt, so gibt dieselbe Zahl W, welche das Gewicht des vom Körper verdrängten Wassers in g liefert, auch unmittelbar das Volumen des eingetauchten Körpers in ccm. Durch Ermittelung des Gewichtsverlustes eines Körpers in Wasser erhält man also auch sein Volumen auf das genaueste, wobei seine Gestalt eine beliebige sein kann. — Für einen auf Wasser schwimmenden oder darin löslichen Körper verfährt man ähnlich wie in § 114a.

§ 116. **Bestimmung des spezifischen Gewichtes flüssiger Körper.** Das **spezifische Gewicht flüssiger Körper** bestimmt man außer mit Hilfe von **kommunizierenden Röhren** (§ 110b):

a) mit dem **Pyknometer**, einem mit fein durchbohrtem Glasstopfen versehenen Glasfläschchen (25, 50, 100 g-Fläschchen). Das Pyknometer (griech. pyknós = dicht, métron = Meßgerät) wird mit der Flüssigkeit und mit Wasser gefüllt gewogen. Wegen der Gleichheit der Volumina ergeben die so gefundenen Gewichte F und W abzüglich des Glasgewichts G das spezifische Gewicht $s = \frac{F-G}{W-G}$ der Flüssigkeit.

b) mit der **hydrostatischen Wage.** Ein wie oben (§ 114a) angehängter schwerer Körper (zweckmäßig ist ein kleines Thermometer zur gleichzeitigen Bestimmung der Flüssigkeitstemperatur) wird tariert und sodann sein Gewichtsverlust F und W in der Flüssigkeit und in Wasser bestimmt. Da F und W auch die Gewichte gleicher Volumina von Flüssigkeit und Wasser bedeuten, ist $s = \frac{F}{W}$.

c) mit dem **Nicholsonschen Aräometer** (griech. araiós = dünn, métron = Meßgerät). Sind für irgend eine Flüssigkeit und für Wasser die Gewichte F und W auf die Schale zu legen, um ein Eintauchen des Instrumentes vom Gewicht A bis zur Marke zu erzielen, so sind $A + F$ und $A + W$ die Gewichte gleicher Volumina von Flüssigkeit und Wasser, also $s = \frac{A+F}{A+W}$.

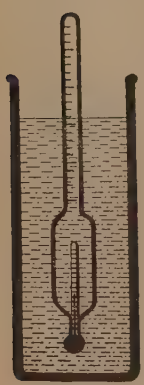


Abb. 130. Skalenaräometer.

d) mit dem **Skalenaräometer** (Abb. 130). Dieses besteht aus einer gleichmäßig dicken Glasröhre, der Spindel, welche unten bauchig erweitert ist und, um lotrechtes Schwimmen zu erreichen, in einer mit Quecksilber gefüllten Kugel endigt. Letztere dient sehr häufig gleichzeitig als Quecksilbergefäß eines in die Glasröhre eingeschlossenen Thermometers. Die Spindel ist mit einer Einteilung (Skala) versehen, an welcher man direkt das spezifische Gewicht der Flüssigkeit abliest (**Densimeter**). Die Skala kann auch in gleiche Volumenteile so geteilt sein, daß jeder Volumenteil $\frac{1}{100}$ von dem in Wasser eintauchenden Teil des Aräometers beträgt (**Volumeter** von Gay Lussac). Häufig ist auch die

Teilung der Skala eine ganz willkürliche, so daß das spezifische Gewicht aus einer besonderen Tabelle ermittelt werden muß (**Aräometer** von Baumé; es dient hauptsächlich zur Herstellung von Lösungen irgendwelcher Stoffe, die gleiche Beschaffenheit mit einer Normallösung haben sollen). Endlich kann die Einteilung den Prozentgehalt der Flüssigkeit an denjenigen Bestandteilen angeben, welche den Kaufwert der Flüssigkeit bedingen (**Prozentaräometer** für bestimmte Flüssigkeiten: Alkoholometer, Milchwagen, Säurewagen, Mostwagen usw.). Beim Gebrauch senkt man das Skalenaräometer stets in die zu untersuchende Flüssigkeit ein und liest diejenige Zahl der Skala ab, bei welcher die Spindel von der freien Flüssigkeitsoberfläche geschnitten wird. Zur Vermeidung allzu langer Spindeln verwendet man für spezifisch leichtere oder schwerere Flüssigkeiten wie Wasser gesonderte Aräometer. — Für das Volumeter gilt, wenn G sein absolutes Gewicht, $V_0 = 100$ und V die in Wasser und in die Flüssigkeit eintauchenden Volumina, $s_0 = 1$ und s die spezifischen Gewichte von Wasser und Flüssigkeit sind, nach dem Archimedischen Prinzip für schwimmende Körper $G = V_0 \cdot s_0 = 100 \cdot 1 = V \cdot s$, also $s = \frac{100}{V}$.

Übungen. a) Ausführung aller möglichen Arten der Bestimmung des spezifischen Gewichtes mit der hydrostatischen Wage für feste und flüssige Körper. — b) Bestätigung des archimedischen Prinzips für schwimmende Körper mit dem Auslaufgefäß. — c) Anwendung des Skalenaräometers und Herstellung eines solchen aus einem Reagenzglas.

Aufgaben. 193. Ein Stück Schwefel wiegt in der Luft 41,4 g, in Wasser 21,4 g. Wie groß ist sein Volumen und sein spezifisches Gewicht? [20 ccm, 2,07.]

194. Ein Stück Wachs wiegt in Luft 4,8 g, unter Wasser zusammen mit einem 12,6 g schweren Stück Messing ($s = 8{,}4$) dagegen 10,9 g. Wie groß ist das spezifische Gewicht des Wachses? [0,96.]

195. Zur Bestimmung des spezifischen Gewichts einer quadratischen Quarzplatte von 0,5 cm Dicke mittels eines Nicholsonschen Aräometers wurde $p = 15$ g, $a = 9{,}7$ g, $b = 11{,}7$ g gefunden. Wie groß ist das spezifische Gewicht und die Seitenlänge der Quarzplatte? [2,65; 2 cm.]

196. Ein an eine Federwage angehängter Körper verursacht eine Streckung der Feder um 57,2 resp. 49,2 mm, wenn er von Luft bzw. Wasser umgeben ist. Welches spezifische Gewicht hat der Körper? [7,15.]

197. Ein Pyknometer wiegt leer 2,36 g, mit Wasser gefüllt 22,36 g, mit Quecksilber gefüllt 274,36 g. Wie groß ist das spezifische Gewicht des Quecksilbers? [13,6.]

198. Ein Glaskörper erleidet in Öl einen Gewichtsverlust von 3,22 g, in Wasser einen solchen von 3,5 g. Welches spezifische Gewicht hat das Öl? [0,92.]

199. Wegen Mangels einer hydrostatischen Wage hängt man einen Körper, nachdem sein absolutes Gewicht bestimmt ist, mittels eines feinen Drahtes an ein Stativ und taucht ihn in ein mit Wasser gefülltes Gefäß ein. Letzteres steht auf einer Wagschale und ist tariert. Was tritt ein? Kann so der Gewichtsverlust des Körpers in Wasser bestimmt werden? [§ 111, 112, 114a.]

§ 117. Reaktion einer ausfließenden Flüssigkeit. Es fließe eine Flüssigkeit aus einer Öffnung vom Querschnitt q in der Seitenwand eines Gefäßes aus (Abb. 131). Dann erfährt ein der Öffnung horizontal gegenüberliegendes Flächenstück der Gefäßwand von gleicher Größe einen

Seitendruck $D = q \cdot h \cdot s$, während dieser an der Ausflußöffnung fehlt. Ein drehbar angeordnetes Gefäß bewegt sich infolge eines solchen einseitigen Druckes in entgegengesetzter Richtung wie der Flüssigkeitsstrahl. Diese Erscheinung nennt man **Reaktion (Rückstoß)** des ausfließenden Flüssigkeitsstrahls.

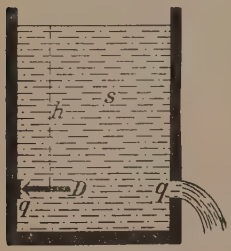


Abb. 131. Rückstoß einer ausfließenden Flüssigkeit.

Bei der **Segnerschen Turbine** (1750) wird diese Reaktion benützt, um eine oder mehrere in wagrechter Ebene drehbare Röhren mit seitlicher Öffnung (Abb. 132) in Drehung zu versetzen. Ein vertikales Fallrohr führt den wagrechten Röhren das Wasser zu (Anwendung zur Rasenbesprengung in Gärten).

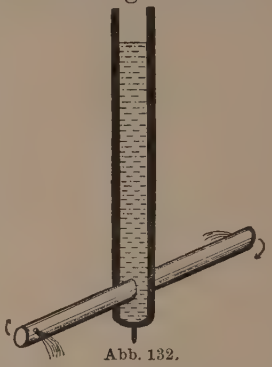


Abb. 132. Segnersche Turbine.

Die Ausnützung angestauten und fließenden Wassers zur Arbeitsleistung wird bei kleinen Gefällen und geringen Wassermengen schon seit alter Zeit mit **Wasserrädern** bewerkstelligt, die je nach der Aufschlagstelle des Wassers unter-, mittel- oder oberschlächtig heißen und bzw. 30—35, 40—45, 50—60% der theoretischen als Nutzleistung geben (Abb. 133a). Bei größeren Wassermengen werden jetzt durchweg **Turbinen**, und zwar in der Bauart von Francis, Kaplan und Pelton zum Antrieb starker elektrischer Stromerzeuger verwendet.

Bei der **Francisturbine** (Abb. 133b) tritt das Wasser zunächst in einen feststehenden ringförmigen Hohlraum, das Leitrad, ein. Die in diesem eingebauten drehbaren und meist schwach gekrümmten Zwischenwände (Leitschaufeln) bilden sich verjüngende Kammern, in welchen das

Abb. 133a. Unter-, mittel- und oberschlächtiges Wasserrad.

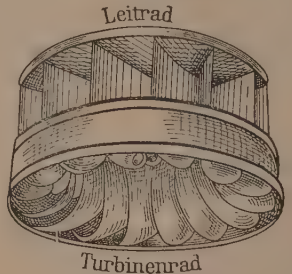


Abb. 133b. Leit- u. Turbinenrad einer Francisturbine.

unter Druck zuströmende Wasser wegen des abnehmenden Kammerquerschnitts eine wachsende Geschwindigkeit annimmt. Durch die Stellung der Leitschaufeln kann zugleich der Wasserzufluß geregelt werden. Im Inneren des Leitrades befindet sich das mit Schaufeln von eigenartiger Krümmung besetzte drehbare Turbinenrad. Aus diesem tritt das vom Leitrad zuströmende Wasser nach Abgabe seiner Geschwindigkeit und unter Reaktionswirkung parallel zur Drehungsachse aus. Es fließt dann durch ein sich erweiterndes Rohr, das man wegen des darin vorhandenen Unterdruckes (§ 118) Saugrohr nennt, in den Unterwasserkanal ab. Die

Turbine ist entweder in einen Schacht (Abb. 133c) oder in einen einseitig geschlossenen Kessel (Stirnkessel) oder bei großen Gefällen in den inneren Hohlraum eines spiralig gewundenen und sich allmählich verengenden Zuflußrohres eingebaut, das den Wasserzulauf zum Leitrad günstig gestaltet (Spiralturbine, Abb. 133d). Das Walchenseewerk z. B. besitzt 4 Spiral-Francisturbinen von je 24000 PS mit 500 U/min bei 200 m Gefällhöhe und 2 m Durchmesser des Druckrohres.

Die schnellaufenden **Kaplanturbinen** (z. B. Kachletwerk an der Donau) haben ein mit schrägstehenden und gekrümmten Schaufeln versehenes Flügelrad, das in ein Leitrad eingebaut ist.

Die **Freistrahl-** oder **Peltonturbinen** (Abb. 133e) sind Kreisscheiben, welche am Rande mit Schaufeln von doppeltlöffelartiger Form (s. Abb. *S*)

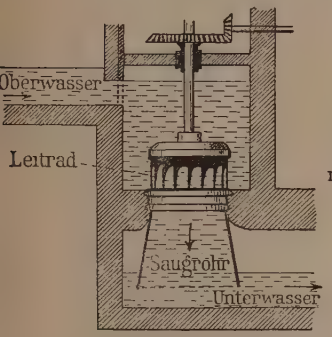


Abb. 133c. Schacht-Francisturbine.

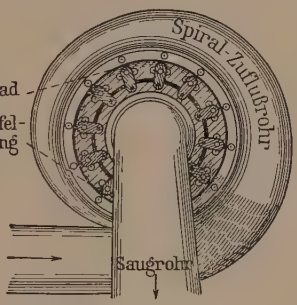


Abb. 133d. Spiral-Francisturbine.

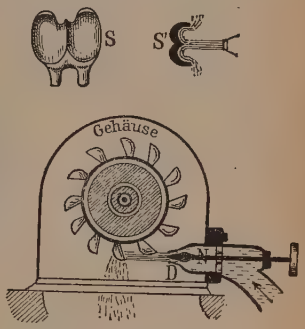


Abb. 133e. Peltonturbine.

besetzt sind. Das Wasser fließt aus der kegelförmig sich verjüngenden Öffnung (Düse, *D*) des Druckrohrs in zusammenhängendem Strahl aus und gibt, an beiden Höhlungen der Schaufeln (*S'*) entlangfließend, seine Bewegungsenergie an den Schaufelkranz ab. Eine in der Düse verschiebbare Nadel *N* gestattet, die Ausflußmenge des Wassers zu verändern. Das Walchenseewerk z. B. hat 4 Freistrahlturbinen von je 18000 PS bei 250 U/min.

Diese zur Zeit verwendeten Turbinenarten ermöglichen eine Ausnützung der theoretischen Leistung der Stauanlage ($N = \frac{1000\,Q \cdot h}{75}$ PS, Q = Wassermenge in m^3/sec, h = Gefällhöhe in m) bis zu 85%.

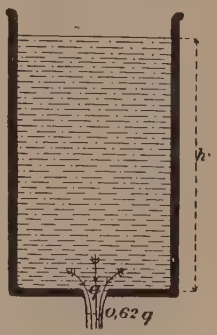


Abb. 134.

§ 118. **Ausströmungsgeschwindigkeit einer Flüssigkeit.** Mit Hilfe der Gleichung XIX § 100 läßt sich die **Ausströmungsgeschwindigkeit einer Flüssigkeit** ermitteln. Es ist nämlich die Arbeit des hydrostatischen Druckes $q \cdot h \cdot s$ (Abb. 134), wenn derselbe längs einer sehr kleinen Strecke x bei der Ausflußöffnung wirkt, gleich $q \cdot h \cdot s \cdot x$. Der Erfolg dieser Arbeit ist die Wucht $\frac{1}{2} m v^2$ der austretenden kleinen Flüssigkeitsmasse m. Die auf dem Wege x austretende Flüssigkeitsmasse hat aber den Querschnitt q, also ein Gewicht $q \cdot x \cdot s$

und eine Masse $m = \frac{q \cdot x \cdot s}{g}$. Daher hat man nach der Energiegleichung (XIX, § 100) zunächst $q \cdot h \cdot s \cdot x = \frac{1}{2} \frac{q \cdot x \cdot s}{g} \cdot v^2$, also $v^2 = 2gh$ oder

Ausströmungsgeschwindigkeit $v = \sqrt{2gh}$.

Zu demselben Ergebnis kam i. J. 1644 Torricelli (Anm. § 124), welcher das nach ihm benannte Gesetz aufstellte: *Die Ausströmungsgeschwindigkeit einer Flüssigkeit ist ebenso groß, als wenn die Flüssigkeitsteilchen von der freien Oberfläche an bis in die Höhe der Öffnung frei gefallen wären.*

Hieraus folgt, daß bei gleicher Druckhöhe alle Flüssigkeiten gleich schnell ausfließen.

Die gleiche Formel $v = \sqrt{2gh}$ für die Ausflußgeschwindigkeit gilt auch, wenn die Flüssigkeit unter einem irgendwie veranlaßten Druck ausfließt. Nur ist dann für h die Höhe derjenigen Flüssigkeitssäule zu setzen, welche diesem Drucke entspricht. — So wäre z. B. für Wasser, welches unter p Atmosphären Druck ausfließt, $h = p \cdot 10{,}33$ zu setzen, da der Druck von 1 Atmosphäre dem Druck einer Wassersäule von 10,33 m Höhe gleichkommt.

Die **Ausflußmenge** wäre nach dem Torricellischen Gesetz bei einem Querschnitt der Öffnung von der Größe q in der Sekunde $M = q \cdot \sqrt{2gh}$. Diese sog. theoretische Ausflußmenge wird aber in Wirklichkeit nicht erreicht, da die Flüssigkeitsteilchen auch von der Seite her der Öffnung zuströmen und sich daher der ausfließende Flüssigkeitsstrahl nahe bei der Öffnung auf kleineren Querschnitt zusammenzieht (contractio venae, Abb. 134). Dieser kontrahierte Querschnitt (im Mittel $0{,}62\,q$) ist für die Ausflußmenge maßgebend. Ansatzröhren beeinflussen je nach ihrer Form die Ausflußmenge bedeutend. — Nach dem Verlassen der Öffnung befolgt der Flüssigkeitsstrahl die Gesetze des Wurfes.

Fließt eine Flüssigkeit nicht aus einer Öffnung in der Gefäßwand, sondern durch ein am Boden eingesetztes langes Rohr RO aus (Abb. 135), so wird ein Teil der die Ausflußgeschwindigkeit bedingenden Druckhöhe RM zur Überwindung der Reibung im Rohre verbraucht. Die hierzu an verschiedenen Stellen des Ausflußrohres notwendigen Drucke h', h'', h''', die sog. hydrodynamischen oder hydraulischen Drucke, nehmen proportional der noch zu durchströmenden Rohrlänge ab. Daher liegen die Gipfel der Flüssigkeitssäulen, die in seitlich am Ausflußrohr angesetzten Röhren als Maß für die vorhandenen hydraulischen Drucke sich ergeben, auf einer durch die Ausströmungsöffnung gehenden Geraden (Abb. 135, PSTO).

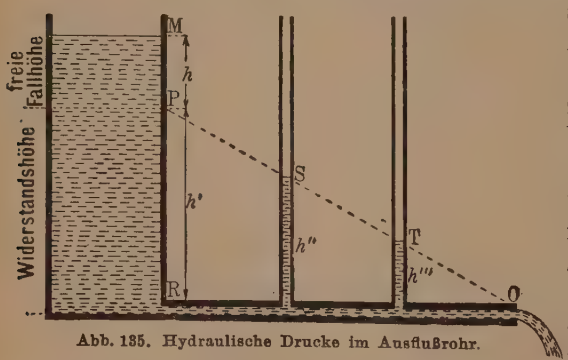


Abb. 135. Hydraulische Drucke im Ausflußrohr.

Von der Gesamthöhe $MR = h + h'$ der Flüssigkeit im Behälter ist also die Druckhöhe h' als sog. Widerstandshöhe zur Überwindung der Reibung im Ausflußrohr erforderlich, während die noch übrig bleibende freie Fallhöhe h die Ausflußgeschwindigkeit an der Rohröffnung bedingt.

Ändert sich ferner beim Durchströmen eines Rohres R, R′, R″ (Abb. 136) dessen Querschnitt, so muß bei gleichmäßiger, sog. stationärer Strömung, bei welcher durch jeden Querschnitt in der Zeiteinheit dieselbe Flüssigkeitsmenge fließt, die Strömungsgeschwindigkeit bei wachsendem Querschnitt abnehmen und umgekehrt. Da aber die Flüssigkeit auch nach Übertritt in den weiten Rohrteil R′ R″ zufolge des Trägheitsgesetzes ihre Strömungsgeschwindigkeit beizubehalten sucht, so zeigt die Flüssigkeit Neigung zum Auseinanderreißen. Es entsteht daher an der Übergangsstelle R′ im weiten Rohrteil ein hydrodynamischer Unterdruck (negativer hydraulischer Druck), der eine Saugwirkung hervorrufen und Flüssigkeit aus dem Behälter B im Steigrohr SS′ emporziehen kann.

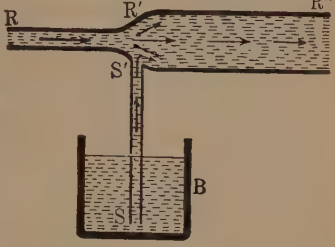


Abb. 136. Hydrodynamischer Unterdruck.

§ 119. **Saugwirkung ausfließender Flüssigkeiten.** Fließt eine Flüssigkeit aus einem Rohr mit verengter Mündung unter Druck aus, so breitet sie sich nach dem Verlassen der Öffnung auf größereren Querschnitt aus, so daß der Strahl zerreißt und zwischen den Tropfen leere Räume entstehen würden. Hauptsächlich aus diesem Grunde (§ 118, Abb. 136) und in geringem Grade durch Reibung reißt der Strahl die rings um die Ausflußöffnung befindliche Luft mit sich fort und übt demnach eine Saugwirkung aus. Bei der **Wasserluftpumpe** (Bunsen[1]), Arzberger) ist das Zuleitungsrohr des Wassers (die Düse) D in einen mit Saugrohr S versehenen Kessel eingesetzt (Abb. 137). Das mit der angesaugten Luft vermischte Wasser fließt durch ein lotrechtes Fallrohr F, F ab, dessen Länge und Weite sich nach dem Druck des zufließenden Wassers richtet. — Das Fallrohr kann man in einen geschlossenen Behälter (Trommel) T führen, wo sich die durch das Wasser mitgerissene Luft ansammelt. Die Luft wird dann unter Druck aus einem Gebläserohr G ausgetrieben, während das Wasser durch das Rohr A aus der Trommel abfließt. Dann heißt die Vorrichtung **Wassertrommelgebläse** (Abb. 137).

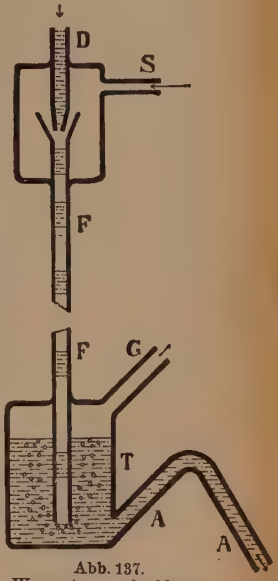


Abb. 137. Wassertrommelgebläse.

1) Bunsen (1811—1899), Professor der Chemie in Heidelberg, verdankt man außer wichtigen Untersuchungen auf chemischem Gebiete eine Reihe von vorzüglichen physikalischen Meßmethoden in der Wärmelehre und Optik.

Bei der **Sprengel**schen **Quecksilberluftpumpe** ist die Anordnung dieselbe, nur muß das Fallrohr mindestens 80 cm lang und nicht zu weit sein, damit die Tropfen des fallenden Quecksilberstrahls das Rohr ganz ausfüllen. Die Zwischenräume der Quecksilbertropfen im Fallrohr sind mit der angesaugten Luft erfüllt. Die Sprengelsche Pumpe gestattet, einen Raum fast völlig luftleer zu machen.

Aufgaben. 200. In der Seitenwand eines Gefäßes befindet sich eine kreisrunde Öffnung von 1 qcm Querschnitt, deren Mitte 80 cm unter der freien Flüssigkeitsoberfläche liegt. Welchen Reaktionsdruck erleidet die der Öffnung gegenüberliegende Stelle der Wand, wenn die Flüssigkeit Wasser bzw. Quecksilber ($s = 13{,}6$) ist? [80 g; 1088 g.]

201. Bei einer Segnerschen Turbine liegen die 6 je 0,8 qcm großen Ausflußöffnungen 1,5 m unter dem Wasserspiegel im Fallrohr und in je 0,5 m Abstand von der Drehungsachse. Welches Moment bewirkt die Drehung der Turbine? [0,36 mkg.]

202. Warum wird ein aus einem Gefäß lotrecht abwärts ausfließender Wasserstrahl immer dünner und zerfällt schließlich in Tropfen? [§ 118, 78.]

203. Mit welcher Geschwindigkeit fließt Wasser aus einer Öffnung von 3 qcm Querschnitt, wenn man in der Stunde 720 l erhält? Wie groß ist die theoretische Ausflußmenge und demgemäß die Höhe des Wasserspiegels über der Ausflußöffnung im Gefäß? [1,075 m sec^{-1}, 1161,3 l; 5,89 cm.]

D. Mechanik der gasförmigen Körper (Aëromechanik).

§ 120. **Mangel der Kohäsion. Druckfortpflanzung. Unbegrenzte Volumenelastizität.** Bei den luft- oder gasförmigen Körpern fehlt die Kohäsion gänzlich. Wegen der hieraus folgenden leichten Verschiebbarkeit der Gasmoleküle gilt daher wie bei den flüssigen Körpern das Gesetz: *In einem vollkommen abgeschlossenen Gas findet eine gleichmäßige Fortpflanzung des Druckes nach allen Richtungen hin statt.* Im Gegensatz zu den flüssigen Körpern können die Gase beliebig zusammengedrückt werden (z. B. Luft in eine Knallbüchse), breiten sich aber auch von selbst auf jeden ihnen gebotenen Raum aus (Ausdehnungsbestreben oder Expansivkraft): *Die Gase besitzen unbegrenzte Volumenelastizität.*

§ 121. **Kinetische Gastheorie.** In einem abgeschlossenen gaserfüllten Raum denkt man sich nach der von Krönig und Clausius[1]) begründeten **kinetischen Gastheorie** (griech. kinéō = bewege) die Moleküle äußerst rasch nach allen Richtungen hin- und herfliegend. Dabei prallen die Moleküle nicht bloß an den Gefäßwänden, sondern auch aneinander an. Die von den Gasmolekülen bis zu einem Zusammenstoß geradlinig durchlaufenen Wege sind jedoch sehr gering (bei Luft z. B. im Mittel 0,0000095, bei Wasserstoff 0,0000186 cm), dagegen die Geschwindigkeiten sehr groß (bei Luft 485, bei Wasserstoff 1843 m pro Sekunde). — Infolge

1) Krönig (1832—1877) war Gymnasiallehrer in Berlin; Clausius (1822—1888), Professor an der Universität Würzburg und zuletzt in Bonn, war einer der bedeutendsten Forscher auf dem Gebiete der mechanischen Wärmetheorie (s. § 169).

des Anpralls seiner Moleküle übt ein Gas auf die einschließenden Gefäßwände einen Druck aus, welcher durch den Gegendruck einer Flüssigkeitssäule gemessen werden kann. Je nachdem der Gefäßraum ohne Änderung der Gasmenge verkleinert oder vergrößert wird, werden die Moleküle öfter oder seltener als vorher auf die Gefäßwände treffen und demgemäß der Druck des eingeschlossenen Gases zu- oder abnehmen. Das Ausdehnungsbestreben oder die Expansivkraft der Gase erklärt sich dadurch, daß die Gasmoleküle durch ihren Stoß die Gefäßwände nach auswärts zu schieben suchen.

§ 122. **Beschaffenheit und Höhe der Atmosphäre.** Die den Erdkörper umgebende Luft besteht im Mittel in 100 Volumenteilen aus 78,5 Teilen Stickstoff, 20,6 Teilen Sauerstoff und 0,9 Teilen Wasserdampf, Kohlensäure und einigen anderen seltenen Gasen (Argon, Xenon, Krypton, Neon, Helium). Die Luft würde sich infolge ihrer Expansivkraft in den Weltenraum zerstreuen, wenn sie nicht durch die Schwerkraft daran verhindert wäre. Man schätzt die Höhe der Atmosphäre auf etwa 300 km.

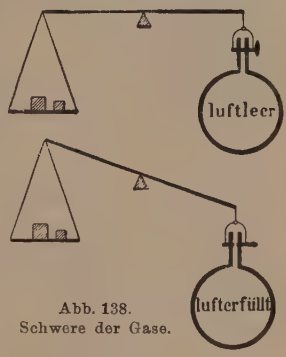


Abb. 138. Schwere der Gase.

§ 123. **Schwere der Gase.** Daß atmosphärische Luft oder überhaupt ein Gas schwer ist, kann man mit einem luftleer gemachten Glasballon (Abb. 138) zeigen, welcher an einer Wage tariert wird. Läßt man durch Öffnen eines Hahnes Luft oder ein anderes Gas in den Ballon eintreten, so zeigt die Wage eine Gewichtszunahme desselben an. Dieselbe Anordnung kann dazu dienen, das spezifische Gewicht der Gase zu ermitteln.

§ 124. **Versuch von Torricelli.** *Die über irgend einer Fläche lastende lotrechte Säule atmosphärischer Luft übt infolge ihrer Schwere einen dem hydrostatischen Druck einer Flüssigkeit entsprechenden Druck aus.* Dieser wird als **Atmosphärendruck** bezeichnet und durch den **Torricellischen Versuch**[1]) (1643) gefunden. Eine einseitig zugeschmolzene Glasröhre von mindestens 80 cm Länge wird mit Quecksilber vollständig gefüllt. Allenfalls beim Füllen mitgerissene Luftblasen beseitigt man, indem man eine größere Luftblase mehrmals in der Röhre hin und her laufen läßt, oder am vollständigsten durch starkes Erhitzen der Röhre (Auskochen). Sodann verschließt man das offene Ende der Röhre mit dem Finger und taucht es genügend tief in ein größeres, mit Quecksilber gefülltes Gefäß, worauf man den Finger entfernt. Bei beträchtlich schiefer Lage bleibt infolge des Luftdruckes, welcher auf der Quecksilberoberfläche im Gefäß

1) Torricelli (1608—1647), Mathematiker und Nachfolger Galileis in Florenz. Von ihm rührt das Gesetz über die Ausströmungsgeschwindigkeit der Flüssigkeiten (§ 118) her; auch stellte er die Veränderlichkeit des Luftdruckes mit dem von ihm angegebenen Barometer fest.

lastet, die Röhre vollständig gefüllt (Abb. 139). Stellt man diese aber langsam lotrecht, so entsteht, wenn das geschlossene Röhrenende eine Höhe von etwa 76 cm über der äußeren Quecksilberoberfläche überschreitet, in der Röhre ein völlig luftleerer Raum, das **Torricellische Vakuum.** Die noch in der Röhre verbleibende Quecksilbersäule wird durch den äußeren Luftdruck gehalten, daher ist ihre Höhe b (Abb. 139) zugleich ein Maß für denselben.

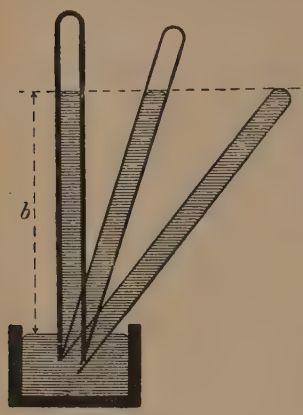


Abb. 139.
Torricellischer Versuch.

§ 125. **Barometer.** Bringt man auf oder neben der lotrecht gestellten Röhre des Torricellischen Apparates einen in mm geteilten Maßstab zur genauen Messung der Höhe b der Quecksilbersäule an, so heißt der Apparat ein **Quecksilberbarometer** (griech. barýs = schwer, métron = Maß) und dient zum Messen des Luftdruckes.

§ 126. **Maß des Luftdruckes, Barometerstand.** Man ist übereingekommen, den Luftdruck nicht in kg oder g, sondern durch die **in mm gemessene Höhe** derjenigen Quecksilbersäule anzugeben, welche vom Luftdruck getragen wird. Man nennt diese Länge **Barometerstand.**

Ist der Atmosphärendruck A auf 1 qcm in kg oder g benötigt, so erhält man denselben durch Berechnung des hydrostatischen Druckes einer Quecksilbersäule von 1 qcm Querschnitt und einer dem Barometerstand b gleichen Höhe. Man hat daher, wenn b in mm angegeben wird,

$$A = 0{,}1 \cdot b \cdot 13{,}595\ \text{g} = 1{,}3595\, b\ \text{g}.$$

Der Atmosphärendruck ist also dem Barometerstand proportional.

§ 127. **Abnahme des Luftdruckes mit der Höhe.** Der Luftdruck nimmt mit zunehmender lotrechter Erhebung über der Erdoberfläche nach einem bestimmten Gesetze ab (§ 134, 2). Man kann daher durch gleichzeitige Beobachtung des Barometerstandes am Erdboden und in der Höhe den Vertikalabstand beider Beobachtungsorte bestimmen. (**Barometrische Höhenmessung**[1]), vgl. § 134.)

§ 128. **Luftdruck und Witterung.** Der Luftdruck zeigt am gleichen Orte fast fortwährende Veränderungen, welche zur **Witterung** in Beziehung stehen. Bei hohem Barometerstand herrscht in unseren Gegen-

1) Pascal (1623—1662) wies 1648 die Abnahme des Luftdruckes mit der Höhe durch Barometerbeobachtungen bei Besteigung des Puy de Dôme bei Clermont und dann für die geringeren Höhen von Kirchtürmen in Paris nach. Die Aufstellung einer Höhenmeßformel hat 1676 zuerst Mariotte (§ 134) versucht, sie ist aber erst 1686 dem englischen Astronomen Halley (1656—1742) endgültig gelungen.

den meist ruhiges und klares, im Sommer warmes, im Winter sehr kaltes Wetter. Bei niedrigem Barometerstand tritt dagegen Wind und Regen oder Schneefall ein. Daher ist das Barometer ein wichtiges Hilfsmittel für die **Vorhersage der Witterung.**

§ 129. **Mittlerer Barometerstand.** Das arithmetische Mittel der verschiedenen Barometerstände, welche zur selben Tageszeit durch eine lange Reihe von Jahren am gleichen Orte an aufeinanderfolgenden Tagen beobachtet werden, ergibt den von zufälligen Schwankungen freien, sog. **mittleren Barometerstand** des Ortes.

An der Meeresoberfläche unter 45° Breite beträgt der mittlere Barometerstand **760 mm.** „Ein dem mittleren Baromerstand von 760 mm an der Meeresoberfläche entsprechender Luftdruck wird **normaler Atmosphärendruck** genannt." Derselbe kommt einem Druck von **1033,2 g auf 1 qcm** gleich. In runder Zahl kann man also den **Atmosphärendruck** gleich **1 kg für 1 qcm** setzen.

§ 130. **Formen des Quecksilberbarometers.** Die gebräuchlichsten Formen des Quecksilberbarometers sind:

a) das **Gefäßbarometer** (Abb. 140a). Es besteht aus einer geraden Barometerröhre, welche in ein weites Quecksilbergefäß eintaucht, und einem mm-Maßstab, dessen Nullpunkt genau auf die Quecksilberoberfläche im Gefäß eingestellt wird. Der Höhenunterschied der Quecksilberoberflächen gibt den Barometerstand b;

b) das **Heberbarometer** (Abb. 140b). Bei diesem ist das Barometerrohr **U**-förmig gebogen und der kürzere Schenkel behufs Einwirkung des Luftdruckes offen. Ein zwischen den Schenkeln des **U**-Rohres angebrachter mm-Maßstab gestattet, wie beim Gefäßbarometer, eine genaue Messung des Barometerstandes b;

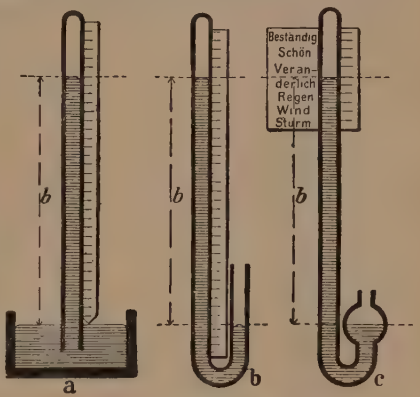


Abb. 140. Quecksilberbarometer.

c) das im Hausgebrauch vielfach verwendete **Phiolenbarometer** (Abb. 140c). Die Röhre desselben ist **U**-förmig gebogen und endigt in ein weites kugeliges Gefäß (Phiole). Das Phiolenbarometer ist zu genauen Messungen des Barometerstandes nicht verwendbar. Denn der fest angebrachte Maßstab gestattet nicht, die Veränderung der unteren Quecksilberoberfläche zu berücksichtigen. Der Maßstab wird jedoch stets so angebracht, daß er den mittleren Barometerstand des Gebrauchsortes richtig anzeigt.

§ 131. **Beschaffenheit eines guten Quecksilberbarometers.** Bei Herstellung eines guten Quecksilberbarometers muß auf chemische Reinheit des Quecksilbers, auf vollkommene Luftleere desselben und des Torricellischen Vakuums und auf genügende Weite des Barometerrohres behufs

Vermeidung beträchtlicher Kapillardepression geachtet werden. Bei Ablesung des Barometerstandes ist Rohr und Maßstab genau lotrecht zu stellen. — Für den Transport neigt man das Barometer mindestens so weit, bis das Quecksilber am oberen Ende der Glasröhre ansteht, und trägt es in dieser schrägen Lage. Dadurch wird ein Zerbrechen infolge des Auf- und Abschwankens des Quecksilbers vermieden.

§ 132. **Metallbarometer von Vidi und Bourdon.** Handlicher als die Quecksilberbarometer und daher für Beobachtungen auf Reisen bequemer sind die **Metallbarometer**, auch **Aneroid-** oder **Holosterikbarometer** (griech. a = nicht, nērós = flüssig, naß, bzw. hólos = ganz, stereós = starr, fest).

Das **Aneroidbarometer** von Vidi (1847) besteht aus einer luftleeren, gut verlöteten Metalldose DD (Abb. 141) aus elastischem Wellblech, deren eine Seite am Apparatgehäuse festgelötet ist. Die frei bewegliche Seite der Dose erleidet durch Zunahme des Luftdruckes eine wachsende Einbiegung, welche bei abnehmendem Luftdruck infolge der Elastizität des Wellblechs wieder verschwindet. Die sehr geringen Verschiebungen der beweglichen Seite der Dose werden durch die Winkelhebel H und H′ stark vergrößert und durch die Kette K auf einen über die Skala SS laufenden Zeiger Z übertragen. — Beim Barographen (Schreibbarometer) sind zur Vergrößerung der Hebelbewegung mehrere Dosen über- und nacheinander angeordnet. Das Zeigerende schreibt die Luftdruckschwankungen auf einen durch ein Uhrwerk bewegten Papierstreifen auf.

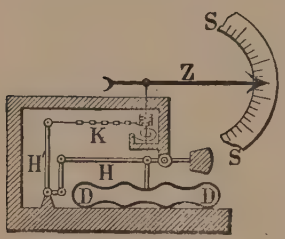


Abb. 141. Aneroidbarometer von Vidi.

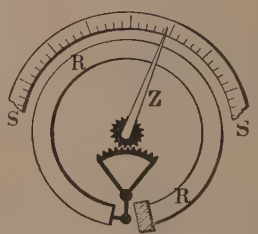


Abb. 142. Metallbarometer von Bourdon.

Beim **Metallbarometer** von Bourdon (1850) ist eine luftleere, kreisförmig gebogene Metallröhre RR (Abb. 142) mit einem Ende am Apparatgehäuse befestigt. Das freie Ende der Röhre steht durch eine empfindliche Hebel- und Zahnradübersetzung mit einem Zeiger Z in Verbindung. Wegen der verschiedenen Oberflächengröße der konvexen und konkaven Seite der Röhre wird diese bei wachsendem Luftdruck stärker gekrümmt, bei abnehmendem Luftdruck aber durch die Elastizität der Röhre wieder gestreckt.

Die Skalen der Metallbarometer werden durch Vergleichung mit einem Quecksilberbarometer geeicht. Bei Verwendung von Metallbarometern zu genauen Messungen müssen die Skalen öfter mit dem Quecksilberbarometer verglichen werden, da Wärmeänderungen und Erschütterungen Störungen hervorrufen können.

Übungen. a) Ausführung des Torricellischen Versuchs und Vergleichung der Höhe der Quecksilbersäule mit derjenigen eines genauen Barometers. — b) Vergleiche

den Barometerstand innerhalb und außerhalb des Schulgebäudes! — c) Bestimme den Barometerstand zu ebener Erde und im Dachraume des Schulgebäudes!

Aufgaben. 204. Wie groß ist der Luftdruck in g pro qcm in München und Berlin, wenn daselbst der mittlere Barometerstand 715 resp. 759 mm ist? [972 g; 1031,85 g.]

205. Wie hoch muß eine Wassersäule sein, um einer normalen Atmosphäre das Gleichgewicht zu halten? [10,33 m.]

206. Warum fließt aus einem vollständig mit Wasser gefüllten Gefäß, auf dessen abgeschliffenen Rand man ein Papierblatt gedeckt hat, beim Umkehren des Gefäßes nichts aus? Warum fließt das Wasser aber aus, wenn das Gefäß nicht ganz gefüllt ist? [§ 124.]

207. Welchen Druck erleidet die Körperoberfläche eines erwachsenen Menschen bei normalem Barometerstand, wenn dieselbe 1,5 qm beträgt? Wie kommt es, daß der Körper dem bedeutenden Luftdruck widersteht? [15 498 kg; § 105.]

208. Welchem mittleren Druck pro qcm ist die Körperoberfläche eines Seetieres ausgesetzt, welches in einer mittleren Tiefe von 2000 m unter dem Wasserspiegel lebt? (Spez. Gewicht des Meerwassers = 1,03.) Was tritt ein, wenn man das Tier rasch an die Oberfläche zieht? [207,033 kg = 200,4 Atm.; § 105, 106.]

209 Warum muß ein Ballonfahrer ein Barometer zur Fahrt mitnehmen? [§ 127.]

§ 133. **Abgekürztes Barometer.** Das **abgekürzte Barometer** oder die **Barometerprobe** (Abb. 143) dient zur Messung des Druckes stark verdünnter Luft. Dasselbe ist ein Heberbarometer, dessen geschlossene Röhre jedoch nur 15—20 cm lang ist, so daß dieselbe bei gewöhnlichem Luftdruck ganz von Quecksilber erfüllt wird. Ein Torricellisches Vakuum tritt erst auf, wenn der Luftdruck unter den durch die Höhe h gegebenen Betrag (Abb. 143) gesunken ist.

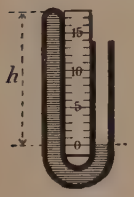


Abb. 143. Barometerprobe.

§ 134. **Gesetz von Mariotte.** Bei Änderung des Volumens einer bestimmten Gasmenge ändert sich auch der vom Gas ausgeübte Druck und umgekehrt. Das Gesetz, welches den Zusammenhang von Volumen und Druck darstellt, wird durch einen Apparat ermittelt, welchen man **Mariottesche Röhre** nennt (Abb. 144). Eine mit Hahn verschließbare und mit Volumeneinteilung versehene Glasröhre G_1 ist durch einen langen Gummischlauch SS mit einer zweiten oben offenen Röhre G_2 verbunden. Beide Röhren sind an einem lotrechten Maßstab verschiebbar. Die Röhren sind teilweise, der Schlauch ist ganz mit Quecksilber gefüllt. Man stellt bei offenem Hahn die Quecksilberkuppen in beiden Röhren G_1 und G_2 auf gleiche

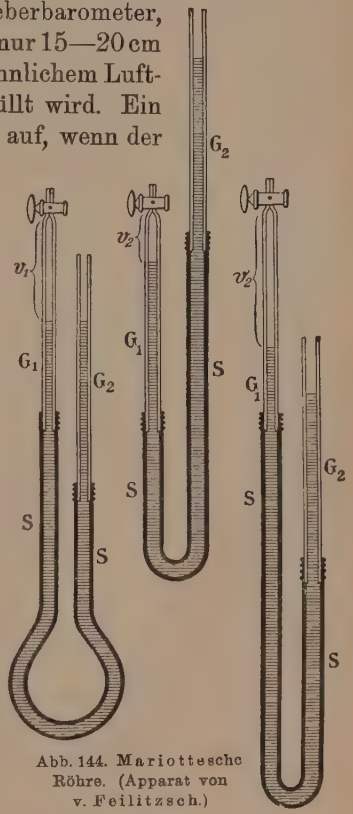


Abb. 144. Mariottesche Röhre. (Apparat von v. Feilitzsch.)

Höhe ein und verschließt dann den Hahn der Röhre G_1. Dann ist in Röhre G_1 eine Luftmenge abgesperrt, welche unter Atmosphärendruck steht. Durch Anheben oder Senken des Rohres G_2 kann die abgesperrte Luft im Rohre G_1 verdichtet oder verdünnt werden. Ihr Druck ergibt sich jeweils aus dem Höhenunterschied der Quecksilberstände in beiden Röhren und dem herrschenden Luftdruck. Mißt man außerdem das Volumen der abgesperrten Luft an der Volumeneinteilung des Rohres G_1, so findet man für die durch die Größen v_1, p_1 und v_2, p_2 der abgesperrten Gasmenge bestimmten **Gaszustände:**

Die von einer abgesperrten Gasmenge eingenommenen Volumina verhalten sich umgekehrt wie die zugehörigen Gasdrucke, also

$$v_1 : v_2 = p_2 : p_1 .$$

Hieraus folgt noch:

Das Produkt aus Volumen und Druck hat für jeden Gaszustand denselben Wert, also

$$v_1 \cdot p_1 = v_2 \cdot p_2 = \text{const.}$$

(**Mariottesches** oder **Boylesches Gesetz**[1]) [1676 und 1662]).

Da bei Änderung des Volumens von v_1 in v_2 das Gas auch sein spezifisches Gewicht (= Gewichtsdichte) s_1 in s_2 ändert, das Gasgewicht G aber dasselbe bleibt, so hat man

$$G = v_1 \cdot s_1 = v_2 \cdot s_2 \quad \text{oder} \quad v_1 : v_2 = s_2 : s_1 ,$$

d. h. *die Volumina einer und derselben Gasmenge verhalten sich umgekehrt wie die zugehörigen spezifischen Gewichte.*

Durch Vergleichung von

$$v_1 : v_2 = p_2 : p_1 \quad \text{und} \quad v_1 : v_2 = s_2 : s_1$$

folgt endlich noch

$$p_1 : p_2 = s_1 : s_2 ,$$

d. h. *die von einer und derselben Gasmenge ausgeübten Drucke verhalten sich direkt wie die zugehörigen spezifischen Gewichte.*

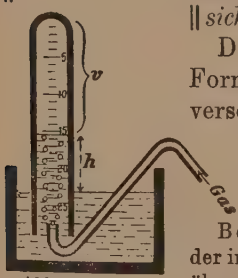


Abb. 145. Pneumatische Wanne.

Das Mariottesche Gesetz in der einen oder anderen Form ist **nur dann anwendbar,** wenn das Gas in beiden verschiedenen Zuständen den **gleichen Wärmegrad (dieselbe Temperatur)** hat, wenn also die Gaszustände nur durch je 2 von den Größen v_1, p_1, s_1 und v_2, p_2, s_2 bestimmt sind.

Beispiele. 1. Man habe z. B. irgend ein Gas unter Benützung der in Abb. 145 dargestellten Anordnung (pneumatische Wanne) über einer Sperrflüssigkeit vom spezifischen Gewicht s beim Barometerstand b aufgefangen. Das Volumen v_0 des Gases bei nor-

1) Mariotte (1620—1684), Mitglied der Pariser Akademie, stellte zuerst auf Grund des nach ihm benannten Gesetzes eine barometrische Höhenmeßformel auf (vgl. Anm. § 93), auch entdeckte er den blinden Fleck im Auge (§ 383). — Boyle (1627—1691) hatte schon vor Mariotte obiges Gasgesetz gefunden und experimentell bestätigt.

malem Barometerstand $b_0 = 760$ mm ergibt sich dann nach dem Mariotteschen Gesetz aus

$$v : v_0 = b_0 : \left(b - \frac{h \cdot s}{13{,}595}\right) \text{ zu } v_0 = \frac{b - \frac{h \cdot s}{13{,}595}}{760} \cdot v.$$

2. Barometrische Höhenmeßformel. Man denke sich eine lotrechte Luftsäule von 1 qdm Querschnitt und durchaus gleicher Temperatur (etwa 0^0 = Temperatur des schmelzenden Schnees) in gleiche Abschnitte von der Höhe 1 m = 10 dm geteilt (Abb. 146). Beim Emporsteigen um 1 m nimmt der Barometerstand um $b_0 - b_1$ mm $= \frac{b_0 - b_1}{100}$ dm, also der Druck der Quecksilbersäule eines Barometers von 1 qdm Querschnitt um $\frac{b_0 - b_1}{100} \cdot 13{,}595$ kg ab. Diese Druckabnahme entspricht aber dem Gewichte der untersten Luftsäule von 1 m = 10 dm Höhe. Man hat dann $1 \cdot 10 \cdot s_0 = \frac{b_0 - b_1}{100} \cdot 13{,}595$. Ist nun $s = 0{,}001293$ das spez. Gewicht der Luft bei 0^0 und dem normalen Barometerstand $b = 760$ mm, so ist nach dem Mariotteschen Gesetz: $s_0 : s = b_1 : b$ oder $s_0 = \frac{b_1}{760} \cdot 0{,}001293$. Man erhält sonach $10 \frac{b_1}{760} \cdot 0{,}001293 = \frac{b_0 - b_1}{100} \cdot 13{,}595$ oder $b_1 = b_0 \cdot \frac{76 \cdot 13{,}595}{0{,}1293 + 76 \cdot 13{,}595} = b_0 \cdot 0{,}999875 = b_0 \cdot k$. Ebenso ergibt sich $b_2 = b_1 \cdot k = b_0 \cdot k^2$, $b_3 = b_2 \cdot k = b_0 \cdot k^3$ usw., schließlich $b_n = b_{n-1} \cdot k = b_0 \cdot k^n$ oder $n \cdot \log \frac{1}{k} = \log b_0 - \log b_n$.

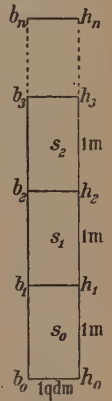


Abb. 146.

Nun ist aber $h_n = h_0 + n$ oder $n = h_n - h_0$, somit durch Einsetzen $h_n - h_0 = \frac{1}{\log \frac{1}{k}} \cdot (\log b_0 - \log b_n)$. Da $k = 0{,}999875$, also $\frac{1}{\log \frac{1}{k}} = \frac{1}{0{,}0000543} = 18400$ ist, so ergibt sich

$$h_n - h_0 = 18400 \, (\log b_0 - \log b_n)$$

zur Ermittelung des Höhenunterschiedes $h_n - h_0$ zweier Orte, an denen die Barometerstände b_n und b_0 gemessen wurden. (Die Formel gibt die Höhendifferenz ohne Rücksicht auf die Abnahme der Temperatur mit der Höhe.)

Übungen. a) Bestätigung des Mariotteschen Gesetzes und Eintragen zusammengehöriger Druck- und Volumenwerte in ein Achsensystem. — b) Auffangen einer kleinen Menge Leuchtgas nach Abb. 145 und Ermittelung des Gasvolumens bei normalem Atmosphärendruck. — c) Bestimmung des Luftdruckes in einer Knallbüchse.

Aufgaben. 210. In einer in ccm geteilten, oben geschlossenen Glasröhre sind bei 0^0 190 ccm Wasserstoffgas über Wasser bei einem Barometerstand von 712 mm aufgefangen. Wie groß ist das Volumen des Gases bei normalem Atmosphärendruck, wenn a) das Wasser innerhalb und außerhalb der Röhre gleich hoch steht, b) das Wasser im Auffangrohr 54,4 mm höher steht als außen? [178 ccm; 177 ccm.]

211. Wie groß ist das spezifische Gewicht von Luft und Kohlensäure bei 722 mm Barometerstand? [0,001228; 0,001867.]

212. 5 l Leuchtgas stehen unter einem Druck von 703 mm. Welches Volumen hat das Gas bei normalem Atmosphärendruck? [4,625 l.]

213. Welches Volumen haben 0,9825 kg Kohlensäure bei 0^0 und 725 mm Barometerstand? [524,138 l.]

214. Welche Höhe über der Meeresoberfläche muß man ersteigen, wenn das Barometer um 1 mm fallen soll? [10,5 m.]

215. Welcher Luftdruck herrscht in 1 km Höhe über der Meeresfläche? [670,6 mm.]

§ 135. **Manometer.** „Als **Manometer** (griech. manós = dünn, leicht, métron = Meßwerkzeug) bezeichnet man Apparate zur Messung der Drucke von irgend welchen Gasen.“ Man verwendet:

a) das **offene Manometer** zur Messung von Drucken, welche dem Atmosphärendruck nahe kommen (Abb. 147). Es besteht aus einem U-förmig gebogenen Glasrohr, welches teilweise mit einer Flüssigkeit gefüllt ist. Als solche verwendet man je nach der Größe des zu messenden Druckes Quecksilber, Wasser, Öl usw. Der eine Schenkel des U-Rohres ist an den Gasraum angeschlossen, im anderen wirkt der Atmosphärendruck. Der Gasdruck G auf die Flächeneinheit bestimmt sich aus dem Atmosphärendruck A und dem Höhenunterschied h der Flüssigkeitssäulen im Manometer. Man hat $G = A \pm h$, je nachdem die an Luft grenzende Flüssigkeitsoberfläche höher oder tiefer steht als die mit dem Gas in Berührung stehende. (A und h müssen notwendig als Drucke einer und derselben Flüssigkeit in Rechnung gezogen werden, also z. B. beide als Quecksilberdrucke oder beide als Wasserdrucke usw.);

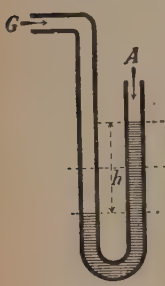


Abb. 147. Offenes Manometer.

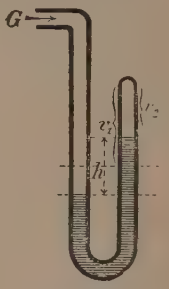


Abb. 148. Geschlossenes Manometer.

b) das **geschlossene Manometer** zur Messung von bedeutenden Gasdrucken (Abb. 148). Bei demselben ist im einen Schenkel des U-Rohres eine Luftmenge abgesperrt, deren Volumenänderungen den herrschenden Druck nach dem Mariotteschen Gesetz zu berechnen gestatten. Stehen beim Atmosphärendruck A die Flüssigkeitsoberflächen in beiden Röhren gleich hoch und ist, wie fast stets, Quecksilber als Sperrflüssigkeit verwendet, so hat man $G = h + \frac{v_1}{v_2} \cdot A$;

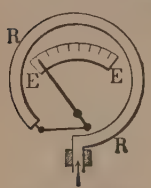


Abb. 149. Metallmanometer.

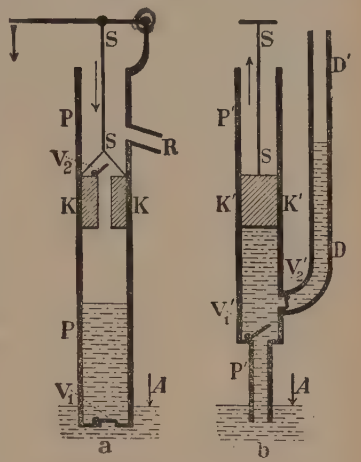
c) das **Metallmanometer** (Abb. 149), welches hauptsächlich bei Dampfmaschinen zur Messung des Dampfdruckes angebracht wird. Es ist, ebenso wie das Bourdonsche Metallbarometer (Abb. 142) konstruiert, nur ist die kreisförmig gebogene Metallröhre RR nicht luftleer, sondern steht mit dem Dampfraum in Verbindung. Die Einteilung EE wird durch Vergleichung mit einem geschlossenen Manometer gewonnen.

Übungen. a) Bestimme den Druck des Leuchtgases in der Gasleitung! — b) Führe eine Druckmessung mit einem geschlossenen Manometer oder einem Metallmanometer aus! — c) Ermittle den Druck in der Wasserleitung mit einem geschlossenen Manometer oder Metallmanometer durch Kompression der Luft in einer starkwandigen, mit fest eingesetztem, doppelt durchbohrtem Gummistopfen versehenen Flasche durch vorsichtiges Einströmenlassen von Wasser!

Aufgaben. 216. In einem mit Glyzerin gefüllten offenen Manometer beträgt der Höhenunterschied der freien Flüssigkeitsoberflächen 68 cm. Welchen Druck, in normalen Atmosphären gemessen, übt das Gas aus, wenn der äußere Luftdruck 717 mm beträgt? [1,026 Atm.; 0,8605 Atm.]

217. In einem geschlossenen Manometer steht bei 720 mm Barometerstand das Quecksilber in beiden Schenkeln gleich hoch, die abgesperrte Luft hat ein Volumen von 42 ccm. Eine Gasdruckmessung ergibt ein Volumen der abgesperrten Luft von 28 ccm, bei einem Unterschied der Quecksilberoberflächen von 136 mm. Wie groß ist der Gasdruck in normalen Atmosphären? [1,6 Atm.]

§ 136. **Anwendungen des Luftdruckes. Saug- und Druckpumpe.** Die **Saugpumpe** (Abb. 150a) dient zum Emporheben einer Flüssigkeit aus einem Sammelgefäß. In einem zylindrischen Rohr, dem Pumpenstiefel PP, welcher in seinem unteren, Steigrohr genannten Teil verengt sein kann, ist ein mittels der Kolbenstange SS bewegbarer Kolben KK luft- und flüssigkeitsdicht eingesetzt. Von zwei nach oben aufschlagenden Ventilen (Klappen) schließt das eine, das Bodenventil V_1, den Pumpenstiefel nach unten ab, das andere, das Kolbenventil V_2, deckt eine Durchbohrung des Kolbens. Die gehobene Flüssigkeit fließt aus dem Abflußrohr R ab, welches oberhalb des höchsten Kolbenstandes in den Pumpenstiefel mündet.



Saugpumpe. Druckpumpe
Abb. 150.

Bei der dem gleichen Zweck dienenden **Druckpumpe** (Abb. 150b) ist der Kolben K′K′ nicht durchbohrt und das Ausflußrohr DD′, welches Druckrohr heißt, mündet unterhalb des tiefsten Kolbenstandes in den Pumpenstiefel P′P′. Die gehobene Flüssigkeit wird durch ein nach außen aufschlagendes Ventil V_2' des Druckrohres am Zurückfließen in den Pumpenstiefel verhindert.

Die Kolbenstangen sind meistens mittels Scharnieren (Gelenken) an einem ein- oder zweiarmigen Hebel angebracht (Abb. 150a).

Beim Emporziehen des Kolbens entsteht unter demselben ein luftverdünnter Raum. In diesen wird durch den äußeren Atmosphärendruck A unter Hebung des Bodenventils V_1 bzw. V_1' so lange Flüssigkeit getrieben, bis der durch die eingeschlossene Luft und die gehobene Flüssigkeit bedingte Druck im Pumpenstiefel gleich dem äußeren Luftdruck ist. Beim Abwärtsführen des Kolbens entweicht die im Pumpenstiefel befindliche gepreßte Luft durch das Kolbenventil V_2, bzw. das Ventil des Druckrohres V_2'. Wenn nach wenigen Kolbenzügen alle Luft ausgetrieben ist, tritt beim Abwärtsführen des Kolbens die Flüssigkeit bei der Saugpumpe durch das Kolbenventil über den Kolben und wird nachher mit letzterem bis zum Abflußrohr R gehoben. Bei der Druckpumpe dagegen wird die Flüssigkeit unter Öffnung des Druckrohrventils in das Druckrohr DD′ gepreßt.

Die **Feuerspritze** besteht aus einer oder zwei Druckpumpen P_1P_1 und P_2P_2 (Abb. 151), deren Druckrohre D_1, D_2 in einem Heronsball[1]) oder Windkessel WW einmünden. Dieser ist ein starkwandiger, rings geschlossener Metallkessel, in welchen ein bis nahe an den Boden reichendes Rohr RR eingesetzt ist. Das Wasser, welches durch die am Boden des Windkessels mündenden Druckrohre zugeführt wird, preßt die Luft im Heronsball sehr stark zusammen und spritzt infolgedessen in kräftigem, gleichmäßigem Strahl aus dem Rohre R aus.

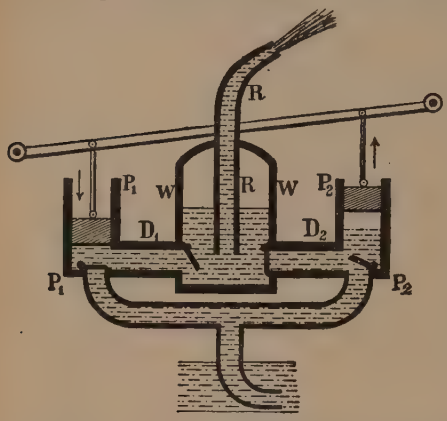


Abb. 151. Feuerspritze.

Aufgaben. 218. Welche Entfernung vom Flüssigkeitsspiegel im Behälter darf der Kolben einer guten Saug- oder Druckpumpe bei seinem tiefsten Stande höchstens haben, damit durch die Pumpe Flüssigkeit gehoben werden kann? [§ 124; Aufg. 205.]

219. Wieviel Kolbenzüge sind bei einer Saugpumpe von 1 qdm Kolbenquerschnitt und 2,5 dm Kolbenhub notwendig, um 10 hl Wasser zu heben? Wie groß ist die dabei geleistete Arbeit, wenn das Ausflußrohr 5 m über dem Wasserspiegel liegt und die Reibungswiderstände 40 % der theoretischen Arbeit ausmachen? [400; 7000 mkg.]

220. Bei einer Druckpumpe beträgt der Kolbenquerschnitt 2 qdm, der Kolbenweg 1,5 dm. Wie hoch über dem tiefsten Kolbenstand steht nach dem Niederdrücken des Kolbens die Flüssigkeit im Druckrohr, wenn dieses 10 qcm Querschnitt hat? Welchen Druck hat der Kolben auszuhalten, wenn Wasser bzw. Glyzerin gehoben wird? [30 dm; 60 kg; 75,6 kg.]

221. Im Heronsball einer Feuerspritze wird die Luft dauernd auf $\frac{1}{5}$ ihres ursprünglichen Volumens zusammengepreßt erhalten. Wie hoch kann das im Windkessel befindliche Wasser getrieben werden, wenn der Barometerstand 735 mm beträgt? [39,98 m.]

Abb. 152. Stechheber.

§ 137. **Stechheber.** Der **Stechheber (Pipette)** dient zum Emporheben kleiner Flüssigkeitsmengen. Er besteht aus einem Glasrohr mit bauchiger Erweiterung, welches unten in eine feine Spitze ausläuft, oben durch einen Finger geschlossen werden kann (Abb. 152). Eine in die Pipette eingesaugte Flüssigkeitssäule kann nach Verschluß der oberen Öffnung emporgehoben werden. Der äußere Luftdruck A hält dem hydrostatischen Druck der Flüssigkeitssäule vermehrt um den Druck der eingeschlossenen verdünnten Luft das Gleichgewicht und verhindert das Ausfließen. Durch Lüften des Fingers kann man die Flüssigkeit in kleinen Mengen abfließen lassen.

---

1) Benannt nach Heron von Alexandria (um 150—100 v. Chr.), der eine Reihe von Apparaten, die durch Gasdruck wirken (Heronsbrunnen, Heronsball, Dampfkessel) erfunden hat.

§ 138. **Saugheber.** Der **Saugheber**, ein winkelig gebogenes Glasrohr oder auch ein Gummischlauch (Abb. 153), dient zum Abfüllen einer Flüssigkeit aus einem Gefäß in ein anderes. Nach dem Ansaugen fließt der Heber nur, wenn die Ausflußöffnung unterhalb der Flüssigkeitsoberfläche im Gefäß liegt. Denn bedeutet A den Atmosphärendruck für 1 qcm Fläche, so erleidet 1 qcm des Querschnitts q_1 des Hebers einen Druck $A-h$, die Flächeneinheit der Ausflußöffnung q_2 aber einen Druck $A-H$. Da $H>h$ ist, so hat man $A-h>A-H$. Es muß also ein Fließen der Flüssigkeit von der Stelle größeren Druckes (q_1) nach der Stelle kleineren Druckes (q_2) stattfinden. (A, H, h sind notwendig in einheitlichem Maße zu messen.)

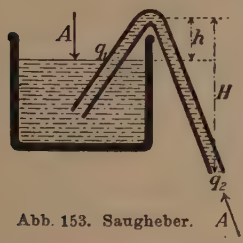


Abb. 153. Saugheber.

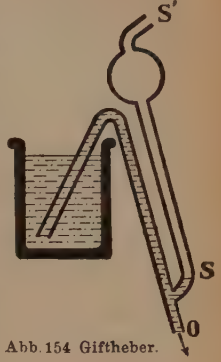


Abb. 154 Giftheber.

Für schädliche Flüssigkeiten hat der Heber nahe der Ausflußöffnung ein besonderes Saugrohr SS (**Giftheber**, Abb. 154). Man verschließt die Ausflußöffnung O, saugt bei S', bis der Heber gefüllt ist, und gibt sodann die Öffnung frei.

Aufgaben. 222. In mehrere genau gleiche Pipetten sind Flüssigkeiten von verschiedenem spezifischen Gewichte bis zur selben Höhe über der Ausflußöffnung eingesaugt. Durch Verschluß der oberen Öffnung wird ferner eine in allen Pipetten gleiche Luftmenge abgesperrt. Bei welchem Stechheber fließt bei bleibendem oberen Verschluß nach dem Emporheben die größte Flüssigkeitsmenge bis zur Herstellung des Gleichgewichtszustandes aus? [§ 137.]

223. Was tritt ein, wenn man 2 mit der gleichen Flüssigkeit verschieden hoch gefüllte Gefäße durch ein ebenfalls gefülltes, winkelig gebogenes Glasrohr in Verbindung setzt? [§ 138.]

Übungen. a) Verfolge das Ausfließen von Wasser aus einem Saugheber bei Anheben der Ausflußöffnung. — b) Ausführung eines Versuches nach Maßgabe von Aufgabe 223.

§ 139. **Einstiefelige Luftpumpe.** Die **Luftpumpe** (Guericke[1]), 1652) dient zur Verdünnung der Luft in einem Raume, welchen man Rezipient nennt.

Die **einstiefelige Hahnluftpumpe** (Abb. 155) besteht aus einem sorgfältig zylindrisch ausgeschliffenen Rohr, dem Pumpenstiefel P. In diesen ist ein Kolben K luftdicht eingesetzt, welcher mittels der Kolbenstange S hin und her bewegt wird. Auf den eben abgeschliffenen, gläsernen oder metallenen Luftpumpenteller TT wird der Rezipient R, gewöhnlich eine Glasglocke mit eben abgeschliffenem Rande, aufgesetzt. In dem Ver-

1) Guericke (1602—1686), Bürgermeister von Magdeburg, erfand die Luftpumpe, das Wagemanometer (§ 141 g), bestimmte das Gewicht der Luft, entdeckte die elektrische Abstoßung und Leitung.

bindungsrohr VV, zwischen Pumpenstiefel und -teller, befindet sich nahe am Pumpenstiefel ein Hahn H mit zwei Bohrungen (Zweiweghahn), um eine Verbindung von P mit R, und von P oder R mit der atmosphärischen Luft A herzustellen.

Zur Beurteilung der erreichten Luftverdünnung ist meist noch unter einem besonderen, mit dem Verbindungsrohr kommunizierenden Rezipienten R′ eine Barometerprobe (abgekürztes Barometer) B angebracht. Hahn und Rezipient werden durch Bestreichen mit Fett luftdicht schließend gemacht.

Durch Emporziehen des Kolbens und Hahnstellung I (Abb. 155) saugt man Luft aus den Rezipienten an. Diese wird nach Drehen des Hahnes in die Stellung II durch Abwärtsdrücken des Kolbens bis auf den Boden des Stiefels in die äußere Atmosphäre befördert. Nach Zurückdrehen des Hahnes in die Stellung I verfährt man wiederholt wie vorher, bis die erforderliche Luftverdünnung erzielt ist. Durch Hahnstellung III kann wieder Luft in den Rezipienten eingelassen werden.

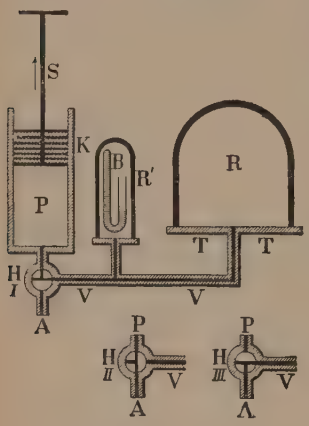


Abb. 155.
Einstiefelige Luftpumpe.

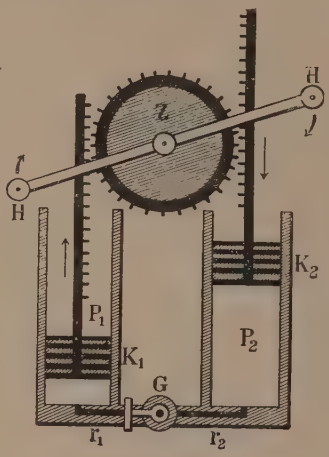


Abb. 156.
Zweistiefelige Hahnluftpumpe.

„Schädlichen Raum einer Luftpumpe nennt man diejenigen Kanäle, welche beim Arbeiten mit der Pumpe mit Luft von Atmosphärendruck gefüllt bleiben und ihren Luftinhalt in den Rezipienten zurückfließen lassen.“ Bei der einstiefeligen Luftpumpe wird der schädliche Raum durch die Bohrungen des Zweiweghahnes und das kurze Verbindungsrohr zwischen Hahn und Stiefel gebildet.

Die **Grenze der Luftverdünnung** (im besten Falle 4—5 mm Druck) ist erreicht, wenn die Luft im Rezipienten dieselbe Verdünnung hat, wie die auf den Raum des Pumpenstiefels ausgedehnte atmosphärische Luft im schädlichen Raume.

§ 140. **Zweistiefelige Luftpumpe.** Die **zweistiefelige** (doppeltwirkende) **Hahnluftpumpe** (Abb. 156) gestattet schneller eine größere Luftverdünnung im Rezipienten zu erzielen, wie die einstiefelige. Sie besitzt zwei parallele Pumpenstiefel P_1 P_2, in welchen sich die Kolben K_1 K_2 gleichzeitig nach entgegengesetzten Richtungen bewegen, da ein durch Hebel HH gedrehtes Zahnrad Z in die gezähnten Kolbenstangen

eingreift. Im Verbindungsrohr der Stiefel ist der Graßmannsche Hahn G (Dreiweghahn) angebracht, dessen Bohrungen 1, 2, 3 aus den Durchschnitten Abb. 157 I bis III ersichtlich sind. Bei Stellung I des Hahnes saugt der im Pumpenstiefel P_1 emporgehende Kolben K_1 Luft durch die Bohrung 1 aus dem Rezipienten R an. Gleichzeitig befördert der Kolben K_2 die im Pumpenstiefel P_2 befindliche Luft durch die 2. Bohrung in die Atmosphäre A. Nach Drehen des Hahnes um 180° in die Stellung II werden die Kolben K_1 und K_2 (Abb. 156) entgegengesetzt wie vorher bewegt und wirken daher auch in entgegengesetzter Weise. Nach jeder Kolbenbewegung ist demnach der Hahn um 180° hin- und zurückzudrehen. In der Stellung III nach Drehung um 90°, verbindet die 3. Bohrung den schädlichen Raum r_1 bzw. r_2 der Pumpe (Abb. 156 und 157 I) mit demjenigen Pumpenstiefel, in welchem der Kolben hochgezogen, also die Luft bereits verdünnt ist. Bei nachherigem Ansaugen von Luft aus dem Rezipienten enthält daher der schädliche Raum nur mehr stark verdünnte Luft. Es ist deshalb eine größere Luftverdünnung (bis auf 2 mm Quecksilberdruck) mit dieser Pumpe erreichbar. — Zum Wiedereinlassen von Luft in den Rezipienten ist am Verbindungsrohr zwischen Hahn und Pumpenteller ein besonderer Zweiweghahn angebracht.

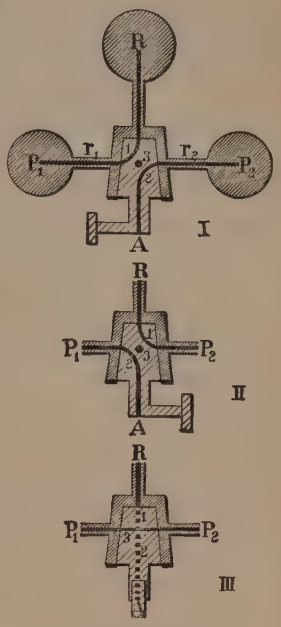


Abb. 157.
Graßmannscher Hahn.

§ 141. **Luftpumpenversuche.** Mit der Luftpumpe läßt sich zeigen:

a) die **Expansivkraft der Luft** mittels einer etwas Luft enthaltenden verschlossenen Gummiblase;

b) die **bedeutende Kraft des einseitig wirkenden Luftdrucks:**

1. durch einen mit Tierblase zugebundenen Rezipienten (die Blase wird mit starkem Knall gesprengt);

2. durch den Quecksilberregen (Quecksilber wird durch die Poren von hartem Holz gepreßt);

3. durch die Magdeburger Halbkugeln (Guericke zeigte auf dem Reichstage zu Regensburg 1654 solche von 54 cm Durchmesser, welche 16 Pferde nicht auseinanderziehen konnten);

c) die **Absorption von Gasen** in Wasser;

d) das **Sieden im luftleeren Raum** von Alkohol, Äther, Schwefelkohlenstoff usw. und die dadurch veranlaßte Kälteerzeugung (Gefrieren von Wasser);

e) die **Notwendigkeit der Luft zur Schallfortpflanzung** mittels eines durch Uhrwerk getriebenen Schlagwerkes unter dem Rezipienten;

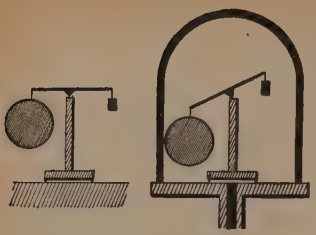


Abb. 158. Dasymeter.

f) das **gleich schnelle Fallen aller Körper im luftleeren Raume** mittels der luftleer gemachten Fallröhre;

g) der **ungleiche Auftrieb der Luft an Körpern von verschiedenem Volumen** (Dasymeter [griech. dasýs = dicht, métron = Maß] oder Wagemanometer von Guericke, Abb. 158).

§ 142. **Kompressionspumpe.** Jede Hahnluftpumpe kann ohne weiteres dadurch zum Einpressen von Luft in den Rezipienten als **Kompressionspumpe** verwendet werden, daß man die Hahnstellung gerade entgegengesetzt wählt wie beim Evakuieren (Fahrradpumpe).

Aufgaben. 224. Bei einer einstiefeligen Luftpumpe beträgt das Volumen des Rezipienten 2 cdm, das des schädlichen Raumes 2 ccm, der Kolbenquerschnitt 0,5 qdm, der Kolbenweg 2 dm. Welchen Druck zeigt die Luft im Rezipienten nach dem 1., ferner bei Beginn und am Ende des 2. Kolbenzuges? Welcher Mindestdruck im Rezipienten kann erreicht werden, wenn der Barometerstand 737 mm beträgt? [491,49 mm; 492,22 mm; 328,25 mm; 1,47 mm.]

225. Welcher Mindestdruck im Rezipienten vom Volumen R läßt sich mit einer Luftpumpe erreichen, wenn das Volumen des Pumpenstiefels V, das des schädlichen Raumes v und der Barometerstand b beträgt? Welches spezifische Gewicht hat die Luft bei diesem Druck? $\left[\frac{v}{V+v}\cdot b;\ \frac{v}{V+v}\cdot\frac{b}{760}\cdot 0{,}001293.\right]$

226. Wie ändert sich die Kraft, welche am Kolben einer Luftpumpe wirken muß, bei zunehmender Luftverdünnung im Rezipienten? [§ 141 b.]

227. Wie läßt sich ein Gefäß mit sehr engem Ansatzrohr mit der Luftpumpe vollständig mit Flüssigkeit füllen, wie das Gefäß entleeren? [§ 141 a, b.]

228. Besitzt die Quecksilberluftpumpe einen schädlichen Raum? Wie ändert sich bei derselben der Luftdruck im Rezipienten bei jedem Pumpenzug? [§ 143.]

$$\left[1)\ \frac{R}{R+v}\cdot b;\quad 2)\ \left(\frac{R}{R+v}\right)^2\cdot b\cdots\quad n)\ \left(\frac{R}{R+v}\right)^n\cdot b.\right]$$

§ 143. **Quecksilberluftpumpen.** Bei der (jetzt kaum mehr verwendeten, aber für die Wirkungsweise grundlegenden) **Geißlerschen**[1]) **Quecksilberluftpumpe** (Abb. 159) wird der luftleer zu machende Rezipient R mit einem Torricellischen Vakuum von großem Volumen in Verbindung gesetzt. Zwei Glasgefäße, das bewegliche Quecksilbergefäß G und das Vakuumgefäß V, sind durch einen starken Gummischlauch SS miteinander verbunden. An das Gefäß V schließt sich ein kurzes Rohrstück mit einem Zweiweghahn (Geißlerscher Hahn) H an, welcher die Verbindung von V mit dem Rezipienten R oder mit der atmosphärischen Luft herstellt. Es wird zunächst bei Hahnstellung I das mit

1) Geißler (1814—1879), hervorragender Glasbläser, war Inhaber einer Präzisionswerkstätte von Weltruf für chemische und physikalische Apparate in Bonn (§ 244). Für seine Verdienste um die Wissenschaft erhielt er 1868 von der Universität Bonn den Doktorgrad honoris causa.

Quecksilber gefüllte Gefäß G von der Stellung G′ aus so weit gehoben, daß durch Bohrung 1 des Hahnes etwas Quecksilber ausfließt. Sodann dreht man den Hahn um 45°, so daß alle Bohrungen abgesperrt sind. Beim nachfolgenden Senken von G um etwa 1 m bis nach G′ entsteht dann im Gefäß V ein Torricellisches Vakuum. Dieses verbindet man durch nochmaliges Drehen des Hahnes um 45° in die Stellung II mit dem Rezipienten. Durch ferneres abwechselndes Heben und Senken des Gefäßes G bei entsprechender Stellung des Hahnes H in die Lagen I, 45° und II entfernt man die Luft aus dem Rezipienten (bis auf $\frac{1}{10\,000}$ mm Quecksilberdruck).

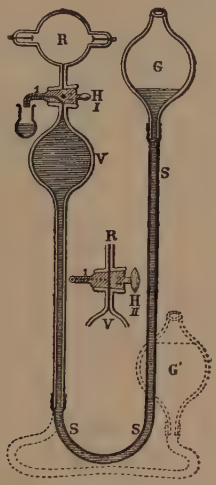


Abb. 159. Geißlersche Quecksilberluftpumpe.

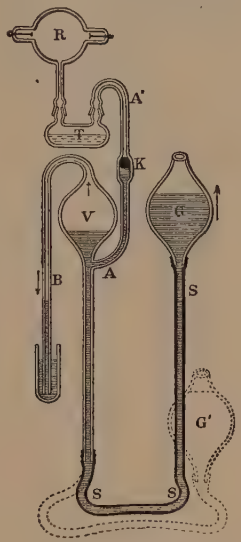


Abb. 160. Töplersche Quecksilberluftpumpe.

Bei der nach gleichem Prinzip wirkenden **Töplerschen**[1]) **Pumpe** (Abb. 160) fehlt der Hahn. Es ist dafür das Vakuumgefäß V mit dem oberen Ende eines Barometerrohres B in Verbindung. Zum Rezipienten R führt ein unterhalb des Gefäßes V angesetztes Rohr AA′. Das durch Anheben des Gefäßes G aufsteigende Quecksilber verschließt bei der Ansatzstelle A des Rohres AA′ selbsttätig den Weg zum Rezipienten R und treibt die im Vakuumgefäß V befindliche Luft durch das Barometerrohr B nach außen. Ein im Rohr AA′ befindliches Glasventil K verhindert das Aufsteigen des Quecksilbers bis zu dem mit wasserfreier Phosphorsäure gefüllten Trockengefäß T und zum Rezipienten R. Beim Senken des Quecksilbergefäßes G in die Lage G′ entsteht, wie bei der Geißlerschen Pumpe, im Gefäß V ein Torricellisches Vakuum. Dieses

1) Von Töpler (1836—1912), Professor in Dresden, rührt auch eine viel benützte Form der Elektrisiermaschine her (§ 243).

ist nach außen durch die im Barometerrohr B aufsteigende Quecksilbersäule abgesperrt und kommt beim Fallen des Quecksilbers bis zur Stelle A mit dem Rezipient in Verbindung.

Um die Verbesserung der Luftpumpen unter Ausnützung bisher nicht verwerter Vorgänge hat sich in neuester Zeit insbesondere Gaede verdient gemacht. So erzielt er mit der Guerickeschen **Kolbenluftpumpe** Verdünnungen bis $\frac{1}{1000}$ mm Quecksilberdruck dadurch, daß er in einem mit zwei Zwischenböden versehenen Pumpenstiefel drei mit Ventilen ausgestattete Kolben mit einer Kolbenstange so bewegt, daß der unterste Kolben die Luft unmittelbar aus dem Rezipienten ansaugt, während die beiden oberen Kolben diese Luft durch eine deckende Ölschicht hindurch nach außen befördern.

Gaedes überaus rasch und stetig wirkende **rotierende Quecksilberluftpumpe** (Abb. 160a, b) enthält in einem starkwandigen Gehäuse G eine nach Art der Gasuhr arbeitende, bis etwa $\frac{2}{3}$ in Quecksilber tauchende Porzellantrommel mit 3 Kammern (Schnitt $\perp$ zur Achse der Trommel Abb. 160a, achsialer Schnitt Abb. 160b). Beim Drehen der Trommel füllt sich stets eine der Kammern (in Abb. 160a K_1) durch die Öffnung O_1 (bzw. O_2, O_3) und das in die Vorkammer K (Abb. 160b) mündende Rohr R mit Luft vom Rezipienten. Durch weiteres Drehen der Trommel wird dann die angesaugte Luft durch Quecksilber verdrängt (in Abb. 160a ist dies die Luft in K_3) und in den Gehäusehohlraum getrieben, von wo sie durch eine Vorpumpe, z. B. eine bei V angeschlossene Wasserluftpumpe (§ 119) abgesaugt wird. (Die Austrittskanäle a der Kammern sind in Abb. 160a zur besseren Verfolgung ihrer Wirkung schneckenartig umeinander gezeichnet, liegen aber in Wirklichkeit, wie Abb. 160b zeigt, nebeneinander.)

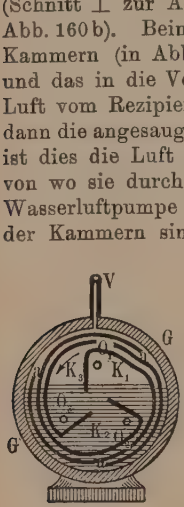


Abb. 160a.
Rotierende Quecksilberluftpumpe.

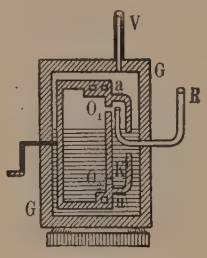


Abb. 160b.

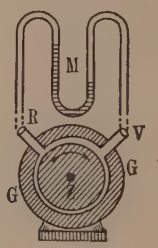


Abb. 160c.
Molekularluftpumpe.

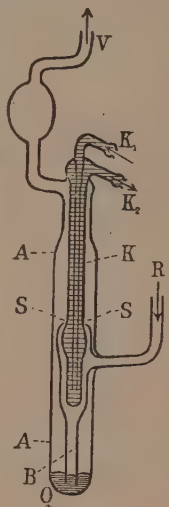


Abb. 160d.
Diffusionspumpe.

Durch ihre Fähigkeit, auch alle Dämpfe ohne Anwendung von Trockenmitteln (z. B. wasserfreies Phosphorpentoxyd), wie sie bei Quecksilberluftpumpen zur Erzielung hoher Verdünnungsgrade erforderlich sind, mit großer Geschwindigkeit abzusaugen, dabei die höchsten Verdünnungsgrade zu erzielen, ist zunächst die **Molekularluftpumpe** von Gaede bemerkenswert. Bei dieser Luftpumpe wird ein Metallzylinder Z in einem eng umschließenden, nur auf kurzer Strecke erweiterten Gehäuse G (Durchnitt Abb. 160c) mit großer Geschwindigkeit (bis 8000 Umdr. in 1 Min.) gedreht. Dadurch erhalten die vom Rezipienten R kommenden Luftmoleküle unter Mitwirkung der Gasreibung in Richtung der Drehung einen Zuwachs ihrer molekularen Geschwindigkeit (§ 121), so daß an der Einmündungsstelle des vom Rezipienten kommenden Rohres R die Luftmoleküle rasch abgesaugt und in das zur Vorpumpe führende Rohr V geschleudert werden. (Das in Abb. 160c) dargestellte Manometer M soll die Wirkung des umlaufenden Zylinders ersichtlich machen.)

Die höchsten überhaupt erreichbaren Verdünnungsgrade erzielt man mit der **Diffusionspumpe** von Gaede (Abb. 160d). Der durch Erhitzen bei Q entwickelte Quecksilberdampf steigt im Rohr AA in die Höhe und nimmt am schmalen ringförmigen Spalt SS vorbeistreichend durch Diffusion (s. § 36) die vom Rezipienten bei R zuströmenden Gas- und Dampfmoleküle auf. Diese werden dann von der bei V angeschlossenen Vorpumpe (z. B. eine Wasserluftpumpe § 119) weggesaugt. Der gleichzeitig mit aufsteigende Quecksilberdampf wird dabei am Kühler KK (K_1 Wasserzu-, K_2 Wasserabfluß) größtenteils wieder kondensiert und kehrt durch den Spalt S und das Rohr B wieder nach Q zurück. Wegen des in das Rohr B hineinragenden unteren Kühlerteils gibt die Quecksilberoberfläche in B fast keine Dämpfe in das Hochvakuum nach R hin ab.

§ 144. **Archimedisches Prinzip für Gase.** Das Archimedische Prinzip gilt auch für Gase: *Jeder Körper verliert durch den Druck des ihn umgebenden Gases so viel an Gewicht, als die von ihm verdrängte Gasmenge wiegt.* Ist V das Volumen des Körpers, G sein wahres Gewicht, λ das spezifische Gewicht des ihn umgebenden Gases, so ist $V \cdot \lambda$ das Gewicht der verdrängten Gasmenge und $G - V \cdot \lambda$ das **scheinbare Gewicht** des Körpers im betreffenden Gas. — Je nachdem dann $G \gtreqless V \cdot \lambda$ ist, steigt, schwebt oder fällt der Körper in dem umgebenden Gase (z. B eine mit Leuchtgas gefüllte Seifenblase steigt in die Höhe, eine mit Luft gefüllte fällt zu Boden.)

§ 145. **Reduktion einer Wägung auf den luftleeren Raum.** Bei genauen Wägungen muß der Gewichtsverlust von Körper K (spez. Gew. σ) und Gewichtstücken G (spez. Gew. σ_0) infolge des **Auftriebs der umgebenden Luft** (spez. Gew. λ) berücksichtigt werden. Nach Herstellung des Gleichgewichtes an der Wage ist nämlich das scheinbare Gewicht des Körpers gleich dem scheinbaren Gewicht der Gewichtstücke. Man hat also $K - \frac{K}{\sigma} \cdot \lambda = G - \frac{G}{\sigma_0} \cdot \lambda$ oder $K = \frac{G\left(1 - \frac{\lambda}{\sigma_0}\right)}{1 - \frac{\lambda}{\sigma}}$. Der Nennwert G der Gewichtstücke soll stets ihr Gewicht im luftleeren Raume angeben. **(Reduktion einer Wägung auf den luftleeren Raum.)**

§ 146. **Luftballon.** Vom Auftrieb der Luft wird beim Luftballon Gebrauch gemacht. Man füllt große Hohlkörper aus gefirnißtem und dadurch gasdichtem Seiden- oder Baumwollstoff mit einem Gas, welches spezifisch leichter ist als die atmosphärische Luft (Leuchtgas oder Wasserstoffgas). Ist das Gewicht der Füllung, der Ballonhülle, der angehängten Gondel, der Insassen und des Ballastes zusammen kleiner als der Auftrieb der umgebenden atmosphärischen Luft, so steigt der Ballon. Er geht bis in eine solche Höhe, in welcher Ballongewicht und Auftrieb der verdünnten Luft in der Höhe sich das Gleichgewicht halten. Da beim Steigen das Füllgas wegen der Abnahme des äußeren Luftdrucks sich ausdehnt, so darf der Ballon, um ein Zersprengen zu vermeiden, nicht voll-

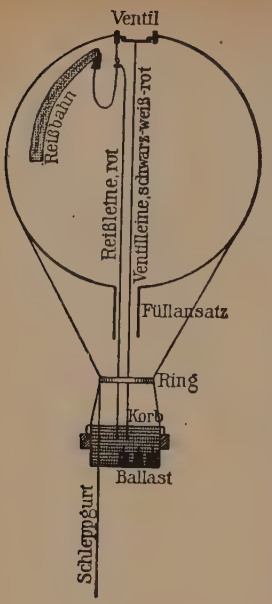


Abb. 161. Kugelballon (600 cbm).

ständig gefüllt werden und unten nicht geschlossen sein. Der am Kugelballon unten angebrachte schlauchartige Füllansatz bleibt daher offen. Der **Kugelballon**, dessen wichtigstes Zubehör für Fahrt (Ballast) und Landung (Ventil, Ventilleine, Reißbahn, Reißleine, Schleppgurt und Anker) aus Abb. 161 ersichtlich ist, dient zu Freifahrten für Erforschung der Atmosphäre und für militärische Zwecke (600 cbm Inhalt.)

Der zu militärischen Beobachtungen verwendete **Fesselballon** (Drachenballon von v. Parseval-Siegsfeld, 600 cbm [Abb. 162]) hat einen langgestreckten Hohlkörper mit halbkugeligen Enden. In diesen ist am unteren Ende ein Luftsack, das Ballonett, eingebaut, welches durch einströmenden Wind aufgebläht wird und die langgestreckte Ballonform prall gespannt erhält. Auch dient die Verbindung der Vorderwand des Ballonetts mit dem Ventil zur selbstätigen Regelung des Gasinhalts bei gefahrdrohender Drucksteigerung des Füllgases (durch Erwärmung oder durch Luftdruckabnahme in der Höhe). Ein vom Winde durchströmter Steuersack, die an den Längsseiten angebrachten segelartigen Stoffflächen, sowie die Art der Befestigung am Haltetau sorgen für eine ruhige Stellung des Ballons im Winde.

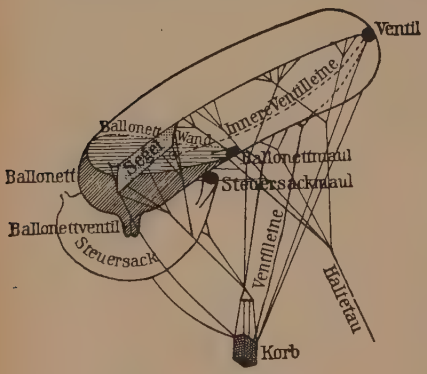


Abb. 162. Drachenballon

Die **Lenkluftschiffe** haben zur Erzielung geringen Luftwiderstandes ebenfalls eine langgestreckte Form und sind mit leistungsfähigen, möglichst leichten Motoren (2—3 kg Gewicht für 1 PS) ausgerüstet, welche Luftschrauben (Propeller) zur Fortbewegung in rasche Drehung versetzen. Die Luftschiffe nach der Bauart von Graf Zeppelin (Abb. 163) und von Schütte-Lanz haben ein aus Aluminium- bzw. Fournierholzstäben gebautes, in Zellen eingeteiltes starres Gerippe (starres System) zur Erhaltung der langgestreckten Form. In den einzelnen Zellen befinden sich mit Wasserstoffgas gefüllte Stoffballons. (So hatte das Z-L. XVI 1913 140 m Länge, 15 m Durchmesser, 19000 cbm Rauminhalt, 18 Gaszellen, 3 Motoren à 200 PS zu je 415 kg Gewicht, 17 m sec^{-1} Geschwindigkeit; das im Oktober 1924 von Dr. Eckener auf 8150 km langer Fahrt nach Amerika übergeführte Z. L. 126 dagegen 200 m Länge, 27,6 m Durchmesser, 70000 cbm Rauminhalt, 46000 kg Gesamt-

gewicht, 5 Motoren mit je 420 PS und 950 kg Gewicht, rund 100 km/h Geschwindigkeit.) Außen am Ballonkörper sind große feste Stoffflächen (Stabilisierungs- oder Schlingerflächen zur Erzielung ruhiger Lage in der Luft), sowie drehbare Stoffflächen (Seiten- und Höhensteuer) zur Ausführung von Schwenkungen und zur Fahrt schrägaufwärts und -abwärts, angebracht (Abb. 163).

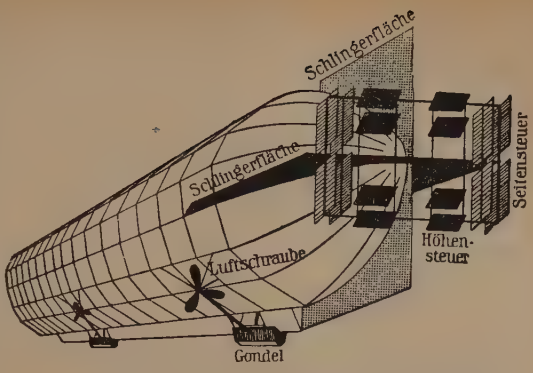


Abb. 163. Lenkluftschiff (Starres System). Bauart Zeppelin 1914

Beim unstarren System (v. Parseval, Abb. 164) sind im vorderen und hinteren Ende des Ballonkörpers sog. Ballonetts (Hohlkörper aus Stoff) eingebaut, welche durch einen Ventilator mit Preßluft aufgebläht oder leergesaugt werden können und den langgestreckten Ballonkörper prall gespannt erhalten. Die Ballonetts dienen zugleich, je nachdem das eine leergesaugt, das andere mit Preßluft gefüllt ist, zur Erzielung einer Schräglage des Ballons, um aufwärts bzw. abwärts zu fahren. Ein Seitensteuer ermöglicht die Ausführung von Schwenkungen. Die Parseval-Luftschiffe haben bis 7000 cbm Gasinhalt, 85 m Länge, 14—15 m Durchmesser, 300 PS Motorleistung und 15 m sec^{-1} Geschwindigkeit.

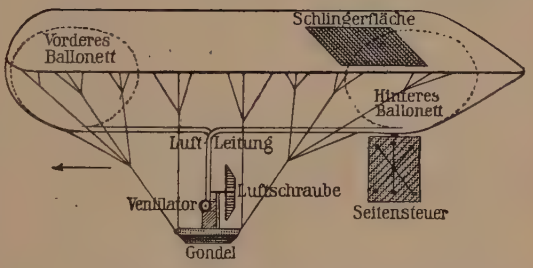


Abb. 164. Lenkluftschiff (Unstarres System). Bauart v. Parseval.

Übungen. a) Mache den in Aufgabe 227 besprochenen Versuch! — b) Ausführung und Reduktion einer Wägung auf den luftleeren Raum. — c) Bestimmung des spezifischen Gewichtes der Luft gemäß § 123 und 145.

Aufgaben. 229. Ein Glaskörper ($\sigma = 3{,}9$) wiegt in Luft von 710 mm Druck 450 g. Welches ist sein wahres Gewicht, wenn bei der Wägung Messinggewichte ($\sigma_0 = 8{,}4$) benützt wurden? [450,08 g].

230. Die Volumina der beiden Kugeln eines Dasymeters sind bzw. 100 ccm und 1 ccm. Welche Gewichtszunahmen erfahren beide Kugeln unter der Luftpumpe bei 20 mm Druck, wenn der Wagbalken des Dasymeters bei 720 mm Barometerstand horizontal steht? [119 mg; 1,19 mg.]

231. Ein Luftballon hat einen Rauminhalt von 500 cbm; Hülle, Gondel und Insassen wiegen 200 kg. Mit welcher Kraft steigt der Ballon, wenn er mit Leuchtgas bzw. Wasserstoffgas (spez. Gew. bezogen auf Luft 0,5 bzw. 0,143) bei 720 mm Barometerstand gefüllt ist? [106,24 kg; 324,88 kg.]

232. Ein Ballon vom Volumen V cbm wird bei b mm Barometerstand mit einem Gas vom spezifischen Gewicht s (bezogen auf Luft) gefüllt. Mit welcher Kraft

steigt der Ballon, wenn Gondel, Hülle und Insassen zusammen P kg wiegen? Bis zu welcher Höhe steigt der Ballon, wenn beim Emporsteigen um je a m eine Abnahme des Luftdrucks um 1 mm stattfindet?

$$\left[\left(V(1-s)\frac{b}{760}\cdot 1{,}293 - P\right)\text{kg};\quad \left(b - \frac{P\cdot 760}{V(1-s)\cdot 1{,}293}\right)a\text{ m.}\right]$$

233. Wozu dient der Ballast und das Auslaßventil bei einer Ballonfahrt, und warum reißt man jetzt durchweg den Ballon kurz vor der Landung auf? [§ 144, 146].

§ 147. **Ausströmungsgeschwindigkeit der Gase.** Läßt man ein Gas aus einem Behälter, in welchem es unter Druck gehalten wird, durch eine enge Öffnung ausströmen, so kann die **Ausströmungsgeschwindigkeit** in einfacher Weise mittels der Energiegleichung (XIX § 100) abgeleitet werden. Es sei nämlich p der das Ausströmen verursachende Überdruck auf die Flächeneinheit, also $p \cdot q$ der Gesamtdruck auf die Ausströmungsöffnung vom Querschnitt q. Bewegt sich infolgedessen eine kleine Gasmasse (spez. Gew. $= \sigma$) um die kleine Strecke x, so ist $p \cdot q \cdot x$ die Arbeit des Überdruckes. Diese erteilt der Gasmasse $m = \frac{q \cdot x \cdot \sigma}{g}$ die Wucht $\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \frac{q \cdot x \cdot \sigma}{g} \cdot v^2$ Auf Grund der Energiegleichung ist dann $p \cdot q \cdot x = \frac{1}{2} \frac{q \cdot x \cdot \sigma}{g} \cdot v^2$, also

$$\textbf{Ausströmungsgeschwindigkeit } v = \sqrt{\frac{2gp}{\sigma}}.$$

Der Überdruck p ist, wenn σ das spezifische Gewicht des ausströmenden Gases bezogen auf Wasser bedeutet, durch die Höhe einer dem Überdruck gleichen Wassersäule auszudrücken.

Aus obiger Gleichung folgt ohne weiteres das von Graham aufgestellte Gesetz, daß bei gleichem Überdruck die Ausströmungsgeschwindigkeiten verschiedener Gase sich umgekehrt wie die Quadratwurzeln aus ihren spezifischen Gewichten verhalten. Denn man hat

$$v : v' = \sqrt{2g \cdot \frac{p}{\sigma}} : \sqrt{2g \cdot \frac{p}{\sigma'}} = \sqrt{\frac{1}{\sigma}} : \sqrt{\frac{1}{\sigma'}} = \sqrt{\sigma'} : \sqrt{\sigma}.$$

Es kann dies für die Bestimmung der spezifischen Gewichte der Gase benützt werden (Bunsen).

§ 148. **Luftwiderstand.** Der Versuch mit der Fallröhre (§ 141 f) ließ erkennen, daß im leeren Raume alle Körper gleich schnell fallen, daß aber im lufterfüllten Raum die fallenden Körper einen Widerstand erfahren, der mit dem Querschnitt des Körpers wächst (Flaumfeder, Papierschnitzel und Bleikügelchen in der Fallröhre). Im allgemeinen nehmen im lufterfüllten Raume fallende Körper (Regentropfen, Ballastsand eines Luftballons, Fallschirm) nach kurzer Zeit eine gleichförmige Bewegung an. Andere Körper, z. B. Geschosse, erleiden infolge des Luftwiderstands eine Geschwindigkeitsabnahme. Bewegt sich nämlich der Körper, dessen zur Bewegungsrichtung senkrechte Stirnfläche f sei, mit der Geschwindigkeit v m.sec^{-1} durch die Luft, so leistet er zur Überwindung des Luft-

widerstandes W auf der (kleinen) Wegstrecke x eine Arbeit $W \cdot x$, deren Äquivalent nach dem Gesetz der Erhaltung der Energie die Wucht der beiseite gedrängten Luft ist. Weicht letztere mit einer mittleren Geschwindigkeit $v \cdot \sqrt{\zeta}$ nach der Seite aus, so ist $f \cdot x$ das beiseite gedrängte Luftvolumen, $\frac{f \cdot x \cdot s}{g}$ die Masse der verdrängten Luft. Also ist nach § 100 $W \cdot x = \frac{1}{2} \frac{f \cdot x \cdot s}{g} (v \cdot \sqrt{\zeta})^2$ und somit der **Luftwiderstand** $\boldsymbol{W = \zeta \cdot s \cdot f \cdot \frac{v^2}{2g}}$. Es ergibt sich also der Luftwiderstand proportional dem Quadrat der Geschwindigkeit v des bewegten Körpers und der Querschnittsfläche f, sowie dem Luftgewicht s in $\frac{\text{kg}}{\text{cbm}}$ ausgedrückt (für normalen Atmosphärendruck und eine Temperatur von 15° C ist z. B. $s = 1{,}234 \frac{\text{kg}}{\text{cbm}}$). Der Koeffizient ζ ist von der Körperform abhängig. Für ebene zur Bewegungsrichtung senkrechte Flächen rechnet man $\zeta = 0{,}56$ bis $0{,}68$.

In der Ballistik setzte man bis vor kurzem für unsere Spitzgeschosse $\zeta = 0{,}014$ bis zu Geschoßgeschwindigkeiten $v = 306\ \text{m/sec}^{-1}$, dagegen $\zeta = 0{,}0394$ für größere Geschoßgeschwindigkeiten, nimmt aber neuerdings das obige, sog. quadratische Luftwiderstandsgesetz als nicht mehr ausreichend an. Für schwach gekrümmte und zur Bewegungsrichtung unter kleinem Winkel geneigte Flächen, wie man sie bei den Tragflächen der Flugzeuge benützt, ist der Luftwiderstand erheblich größer wie für ebene Flächen. Verwickelt werden die Erscheinungen noch dadurch, daß durch Vorbeistreichen der Luft an der Tragfläche auf deren Rückseite eine Saugwirkung (Sog) und ein parallel zur Tragfläche wirkender Reibungswiderstand entsteht. Die durch Reibung verzögerten Luftschichten erzeugen im Zusammenwirken mit der rasch bewegten Luft zunächst an den Kanten Wirbel, die sich insbesondere hinter der Tragfläche sehr weit verfolgen lassen, aber auch die Strömungs- und Druckvorgänge vor der Tragfläche beeinflussen. Durch Abrundung der Kanten der Tragfläche wird diese Wirbelbildung vermindert (vgl. den Vogelflügel). — Bezeichnet man mit W den für die Horizontalgeschwindigkeit v des Flugzeugs sich ergebenden Luftwiderstand, so ist bei einem Neigungswinkel α der Tragfläche gegen die Wagerechte (Abb. 165) die gesamte zur Tragfläche senkrechte Druckwirkung $W' = W \cdot \sin\alpha$. Zerlegt man diese in eine Horizontal- und eine Vertikalkomponente, so hat man zunächst

$$W_x = W' \cdot \sin\alpha = W \cdot \sin^2\alpha \quad \text{und} \quad W_y = W' \cdot \cos\alpha = W \cdot \sin\alpha \cos\alpha,$$

welche Werte für kleine Winkel α wegen $\cos\alpha \sim 1$ zu $W_x = W \cdot \alpha^2$ $W_y = W \cdot \alpha$ und schließlich unter Berücksichtigung des obigen quadratischen Luftwiderstandsgesetzes und unter Einbeziehung des Neigungswinkels in den Luftwiderstandskoeffizienten zu $W_x = \zeta_x \cdot \frac{s}{g} \cdot f \cdot v^2$ und $W_y = \zeta_y \cdot \frac{s}{g} \cdot f \cdot v^2$ gesetzt werden können. Die als Rücktrieb bezeich-

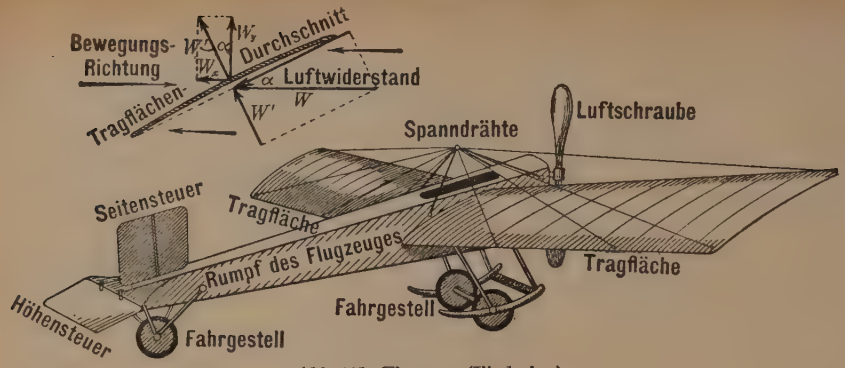


Abb. 165. Flugzeug (Eindecker).

nete Komponente W_x muß durch die Vortriebskraft des Flugzeugs, welche die durch den Motor in rasche Drehung versetzte Luftschraube erzeugt, überwunden werden. Die lotrechte Hubkraft W_y dagegen muß gleich dem Gewichte G des Flugzeugs sein, also $G = \xi_y \cdot \frac{s}{g} \cdot f \cdot v^2$.

Die Luftwiderstandskoeffizienten ξ_x und ξ_y haben für kleine Neigungswinkel α nach neueren Untersuchungen folgende Werte:

α	0^0	2^0	4^0	6^0	8^0	10^0	12^0
ξ_x	0,007	0,010	0,014	0,020	0,029	0,042	0,066
ξ_y	0,015	0,070	0,126	0,184	0,245	0,306	0,355

Hieraus berechnen sich für nachstehende Horizontalgeschwindigkeiten des Flugzeugs für 1 qm der Tragfläche folgende Hubkräfte in $\frac{\text{kg}}{\text{qm}}$:

	α	0^0	2^0	4^0	6^0	8^0	10^0	12^0	
$v = 10$ m sec^{-1}	W_y	0,189	0,880	1,585	2,314	3,082	3,849	4,466	kg/qm
$v = 15$ m sec^{-1}	W_y	0,425	1,981	3,566	5,208	6,934	8,661	10,047	kg/qm
$v = 20$ m sec^{-1}	W_y	0,755	3,522	6,340	9,256	12,328	15,396	17,864	kg/qm

Die für militärische Beobachtung als Waffe und als Verkehrsmittel so wichtig gewordenen Flugzeuge (Abb. 165) werden durch Luftschrauben (Propeller) in der Luft mit 15 m sec^{-1} Geschwindigkeit und mehr vorwärts bewegt, wodurch eine genügende Hubkraft der Luft auf die Tragflächen hervorgerufen wird, um das Flugzeug (4—600 kg Gesamtgewicht) in der Luft schwebend zu erhalten. Die Propeller werden durch leichte, leistungsfähige Motoren (100—200 PS mit 1—2 kg Gewicht für je 1 PS) in rasche Drehung versetzt. Drehbare Flächen (Höhen- und Seitensteuer) dienen zur Ausführung der bei der Fahrt nötigen Richtungsänderungen, die Fahrgestelle mit Laufrädern zur Abfahrt und Landung. Rumpf, sowie Trag- und Steuerflächen werden neuerdings mit Aluminiumblech ver-

kleidet und so widerstandsfähig gebaut, daß eine Verspreizung durch Spanndrähte nicht mehr nötig ist.

Von Magnus wurde gelegentlich einer Untersuchung des Luftwiderstandes an rotierenden Langgeschossen (1853) beobachtet, daß ein Luftstrom, gegen eine rasch gedrehte Zylinderfläche geblasen, auf der einen Seite, wo der Luftstrom und die vom Zylinder durch Reibung mitgenommene und in Drehung versetzte Luft mit entgegengesetzten Bewegungsrichtungen aufeinanderstoßen, eine Stauwirkung, also Druck, auf der Gegenseite einen Sog, also Unterdruck, liefert (Abb. 165a). Aus beiden Wirkungen geht ein zur Richtung des Luftstroms senkrechter Druck auf die rasch sich drehende Zylinderfläche hervor (**Magnuseffekt** M). Diesen Vorgang nützt jetzt Flettner bei seinem **Rotorschiff** aus, bei welchem anstatt der Segel 2 Blechzylinder von 16 m Höhe und 2,8 m Durchmesser durch einen Motor in rasche Drehung gebracht werden. Der Wind liefert einen Magnuseffekt M (Abb. 165b), also eine zur Windrichtung senkrechte Druckkraft, welche mit der Windkraft W sich zu einer Resultante R zusammensetzt, die man bei genügender Drehzahl der Zylinder nahezu in die Kiellinie des Schiffes bringen und zu dessen Fortbewegung anstatt der zahlreiche Bedienungsmannschaft erfordernden Segel verwerten kann.

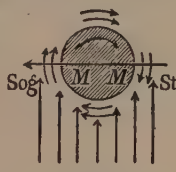


Abb. 165a. Magnuseffekt.

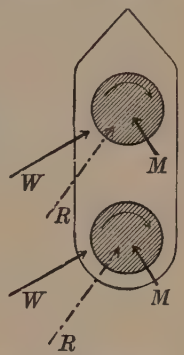


Abb. 165b. Magnuseffekt und Rotorschiff.

Aufgaben. 234. Mit welchen Geschwindigkeiten strömen atmosphärische Luft, Wasserstoff und Kohlensäure von jeweils normalem Atmosphärendruck in den luftleeren Raum aus? [395,9 m sec^{-1}; 1504,98 m sec^{-1}; 321,2 m sec^{-1}.]

235. Mit welcher Geschwindigkeit strömt Luft von 5 Atmosphären Druck in gewöhnliche Luft und in den luftleeren Raum aus? [791,8 m sec^{-1}; 885,2 m sec^{-1}.]

236. Welchen Druck erfährt an der Meeresküste die Wand eines 10 m breiten, 5 m hohen Hauses bei Sturmwind von 20 m sec^{-1} Windgeschwindigkeit? ($s = 1{,}234$, $\zeta = 0{,}6$, $g = 10$ m sec^{-2}.) [740,4 kg.]

237. Welchen Luftwiderstand erfährt eine Granate von 7,7 cm Durchmesser unmittelbar nach Verlassen des Laufes, wenn sie eine Mündungsgeschwindigkeit von 465 m sec^{-1} hat? ($s = 1{,}234$, $a = 10$ m sec^{-2}.) [2,448 kg.]

VII. Die Lehre von der Wärme (Kalorik).

A. Volumenänderung der Körper durch die Wärme und Temperaturmessung.

§ 149. **Erkennung des Wärmezustandes durch die Gefühlsnerven.** Durch die Gefühlsnerven unserer Haut sind wir befähigt, kalt, lau, warm und heiß, also verschiedene **Wärmezustände** oder **Wärmegrade**, zu unterscheiden. Diese Unterscheidung ist jedoch nur eine sehr unvollkommene, da man z. B. einen und denselben Raum als warm oder kalt bezeichnet, je nachdem man sich vorher in einem kälteren bzw. wärmeren Raum aufgehalten hat.

§ 150. **Temperatur. Wärmeaustausch.** „Den Wärmezustand (Wärmegrad) eines Körpers bezeichnet man als **Temperatur**“ (lat. temperatura = Mäßigung, richtiges Maß). Sind verschiedene warme Körper miteinander in Berührung, so lehrt die tägliche Erfahrung, daß stets

der wärmere Körper kälter, der kältere wärmer wird. Es gilt also: *Bei Verschiedenheit der Temperatur findet zwischen benachbarten Körpern oder zwischen einem Körper und seiner Umgebung so lange ein Wärmeaustausch statt, bis Gleichheit der Temperatur eingetreten ist.* Dabei geht die Wärme von selbst stets nur von dem Körper mit höherer Temperatur zu dem Körper mit tieferer Temperatur, nie umgekehrt. Auf diesem Vorgang beruht die Möglichkeit, mit geeigneten Apparaten (Thermometern, § 152) die Temperatur eines Körpers zu messen.

§ 151. **Volumenänderung durch Wärme.** Alle Körper zeigen bei Änderung ihrer Temperatur eine Volumenänderung. Es gilt: *Bei fast allen Körpern tritt bei Erhöhung ihrer Temperatur durch Erwärmen eine Volumenvergrößerung, bei Erniedrigung der Temperatur durch Abkühlen eine Volumenverminderung ein. Die Volumenänderung ist bei festen Körpern am geringsten, beträchtlicher bei Flüssigkeiten, am bedeutendsten bei Gasen.*

Eine Metallkugel, welche durch einen Ring von gleicher Temperatur gerade hindurchgeht, bleibt z. B. im stark erhitzten Zustand wegen der eingetretenen Volumenvergrößerung auf dem Ringe liegen (Abb. 166). — Es werde ferner ein mit Flüssigkeit gefüllter Glasballon mit angesetzter enger Röhre (Abb. 167) durch Eintauchen in warmes Wasser erwärmt.

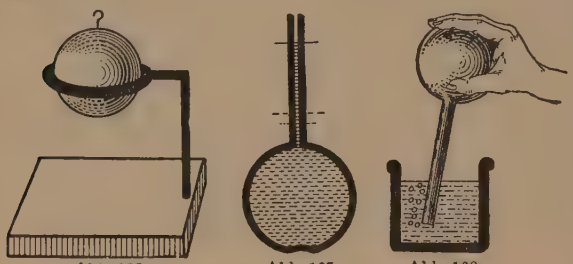


Abb. 166. Abb. 167. Abb. 168.
Ausdehnung fester, flüssiger und gasförmiger Körper.

Es sinkt dann zuerst infolge der Ausdehnung des Gefäßes die Flüssigkeit im engen Rohre, um nachher, wenn auch die Flüssigkeit sich erwärmt, beträchtlich zu steigen (vgl. die Marken in Abb. 167). Bringt man den Ballon wieder in die kältere Umgebung, so tritt die entgegengesetzte Erscheinung auf. — Aus dem engen Ansatzrohr eines mit Luft gefüllten Glasballons (Abb. 168) entweicht durch gelindes Erwärmen mit der Hand oder mit einer Flamme die Luft in Form von Blasen, wenn man das Rohrende in Wasser taucht. Bei nachheriger Abkühlung wird durch den Atmosphärendruck Wasser in den Ballon getrieben.

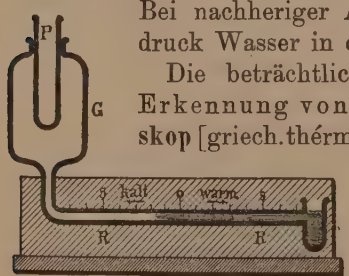


Abb. 169. Thermoskop.

Die beträchtliche Volumenänderung der Luft wird zur Erkennung von Temperaturänderungen beim **Thermoskop** [griech. thérmē = Wärme, skopéō = beobachte] (Abb. 169) benützt. Eine zweckmäßige Form desselben besteht aus einem zylindrischen Glasgefäß G mit engem wagrechten Rohr RR, in welches ein Flüssigkeitsfaden hereinragt. In das Gefäß G ist ein Probierröhrchen P

zur Aufnahme irgendwelcher Körper eingesetzt. Eine geringe Temperaturänderung der eingeschlossenen Luft bewirkt eine deutlich erkennbare Verschiebung des Flüssigkeitsfadens nach der einen oder anderen Richtung. (Änliche Einrichtung hat das Thermoskop von Looser, nur ist das enge Rohr **U**-förmig gebogen und wirkt als offenes Manometer.)

§ 152. **Thermometer.** „Apparate, welche durch die Volumenänderung gewisser Körper die Temperatur zu messen gestatten, nennt man **Thermometer**“ (griech. thérmē = Wärme, métron = Meßwerkzeug).

Die Volumänderung der verschiedenen Körper ist eine sehr verschiedene und vielfach auch bei einem und demselben Körper und gleicher Wärmezufuhr eine ungleichmäßige. Unter den Flüssigkeiten dehnt sich Quecksilber am gleichmäßigsten und ziemlich beträchtlich aus; es wird daher meist als thermometrische Substanz benützt. Die gebräuchlichsten Thermometer sind demgemäß die **Quecksilberthermometer.**

Ein **Quecksilberthermometer** besteht aus einer Kapillarröhre (Thermometerröhre), welche auf durchaus gleichen Querschnitt (Kaliber) ihres Hohlraumes untersucht (kalibriert) sein muß. An die Kapillare ist eine zylindrische oder kugelförmige Erweiterung, das Thermometergefäß, angeblasen (Abb. 170 und 171). Das Thermometergefäß und ein Teil der Kapillare ist mit reinem, völlig luftfreiem (ausgekochtem) Quecksilber gefüllt. Der vom Quecksilber freie Raum der Kapillare ist gewöhnlich vollkommen luftleer. Auf oder hinter der Kapillare befindet sich eine Einteilung (Skala). Behufs Herstellung der Skala nach Celsius und Réaumur bringt man das Thermometer zunächst in schmelzendes Eis, nach Fahrenheit[1]) in eine Mischung von Salmiak und Schnee, und merkt die Stelle an der Kapillare an, wo der Quecksilberfaden stehen bleibt. Die markierte Stelle gibt den **Nullpunkt** des Thermometers. Dann bringt man dasselbe in einem doppelwandigen Siedegefäß (Abb. 170) in den Dampf von siedendem Wasser, welches unter normalem Atmosphären-

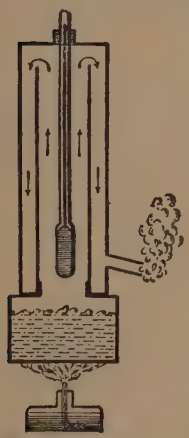


Abb. 170.
Siedegefäß.

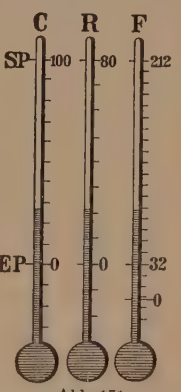


Abb. 171.
Thermometerskalen.

1) Celsius (1701—1744) war Professor der Astronomie zu Upsala, Réaumur, (1683—1757) Mitglied der Pariser Akademie; Fahrenheit (1686—1736), gebürtig aus Danzig, ließ sich als Glasbläser in Holland nieder. Die Temperatur seines Nullpunktes stimmte mit der größten Kälte im Winter 1709 zu Danzig überein. Den Eispunkt hat Hooke (1664), den Siedepunkt Huyghens (1665, Fußnote § 327) als Fundamentalpunkt angegeben.

druck siedet (§ 178). Man erhält durch den Stand des Quecksilberfadens eine 2te Marke, welche man **Siedepunkt** nennt. Nullpunkt und Siedepunkt bezeichnet man auch mit dem gemeinsamen Namen Fixpunkte (Abb. 171).

§ 153. **Thermometerskalen.** Den Zwischenraum zwischen den Fixpunkten teilt man nach Réaumur (R) in **80**, nach Celsius (C) in **100**, nach Fahrenheit (F) in 212 gleiche Teile (Abb. 171); den Zwischenraum zwischen zwei Teilstrichen nennt man einen **Grad** (1°). Die Teilung wird über den Siedepunkt und unterhalb des Nullpunktes fortgesetzt. Die Temperaturgrade bezeichnet man als negativ oder positiv, je nachdem sie unterhalb oder oberhalb des Nullpunktes liegen.

Für wissenschaftlichen Gebrauch wird nur das Celsiusthermometer (100teiliges Thermometer) verwendet, im gewöhnlichen Leben in Frankreich und Deutschland auch vielfach das Réaumursche. Das Fahrenheitsche Thermometer ist nur in England und Amerika gebräuchlich.

Den Nullpunkt des Réaumur- und Celsiusthermometers nennt man auch **Eispunkt** oder **Gefrierpunkt**; beim Fahrenheitschen Thermometer entspricht diesem die Zahl 32, was bei Umrechnung von Fahrenheitschen Graden in andere und umgekehrt zu berücksichtigen ist. Außerdem dient zur Reduktion der verschiedenen Thermometerskalen aufeinander die Beziehung: $80^\circ\,R = 100^\circ\,C = 180^\circ\,F$ oder

$$4^\circ\,R = 5^\circ\,C = 9^\circ\,F.$$

Da Quecksilber bei -39° C gefriert, bei $+357^\circ$ C siedet, so sind Quecksilberthermometer nur zwischen den Temperaturen -30° C und $+300^\circ$ C brauchbar. Für höhere Temperaturen bis 500° werden die Kapillaren mit Stickstoff gefüllt. Beim Vorrücken des Quecksilberfadens übt der zusammengepreßte Stickstoff einen wachsenden Druck aus, welcher das Sieden des Quecksilbers verhindert. Zur Messung tiefer Temperaturen benützt man **Alkoholthermometer** (Weingeistthermometer), welche zwischen $+50^\circ$ C und -70° C, oder **Petroläthertherm ometer**, welche bis -200° C verwendbar sind (§ 164).

Ältere und aus gewöhnlichen Glassorten gefertigte Thermometer zeigen infolge langer Nachdauer der Wärmewirkungen im Glase Nullpunktsänderungen, die durch Nullpunktsbestimmungen vor und nach dem Gebrauch nur notdürftig ausgeglichen werden können. Man fertigt daher jetzt gute Thermometer aus Jenaer Thermometerglas, welches thermische Nachwirkungen nicht zeigt. Solches Glas ist durch einen eingeschmolzenen roten Strich längs der Kapillare oder längs des Umhüllungsrohres der Kapillaren kenntlich gemacht.

Übungen. a) Erhitze in einem Becherglas Wasser und beobachte an einem eingesenkten Thermometer in gleichen Zeitintervallen die Temperatur, desgleichen beim nachherigen Abkühlen und fertige ein Diagramm für Zeit und Temperatur an! — b) Bestimme den Nullpunkt eines Thermometers und wiederhole dies mehrmals, nachdem inzwischen das Thermometer zur Messung einer höheren Temperatur verwendet wurde!

Aufgaben. 238. Wieviel Grad C oder R sind -13° F? [-25° C; -20° R.]
239. Wieviel Grad F oder C sind -16° R? [-4° F; -20° C.]

240. Es sollen t° R, F oder C in Graden der anderen Thermometerskalen ausgedrückt werden. [$\frac{5}{4}$t° C; ($\frac{9}{4}$t + 32)° F; (t — 32) · $\frac{4}{9}$° R; (t — 32) · $\frac{5}{9}$° C; $\frac{4}{5}$t° R; ($\frac{9}{5}$t + 32)° F.]

§ 154. **Maximum- und Minimumthermometer.** Zur Ermittlung der höchsten und tiefsten Temperatur im Laufe eines größeren Zeitraumes dient das **Maximum-** und **Minimumthermometer (Thermometrograph** [griech. thérmē, métron und gráphō = schreibe]). Die von Rutherford[1]) 1794 angegebene Form enthält ein Quecksilber- und ein Alkoholthermometer in wagrechter und entgegengesetzter Lage (Abb. 172a). Ein in die Kapillare des Quecksilberthermometers eingeschlossenes Stahlstäbchen wird durch den vorrückenden Quecksilberfaden bis zur höchsten Temperatur vorgeschoben und bleibt dort liegen. Dagegen wird ein im Weingeistthermometer befindliches Glasstäbchen infolge der Oberflächenspannung der konkaven Flüssigkeitskuppe durch den zurückgehenden Alkoholfaden mitgenommen und bei seinem Vorrücken bei der tiefsten Temperatur liegen gelassen. Durch Neigen beider Thermometer werden die Stäbchen wieder an die Flüssigkeitskuppen zurückgeführt.

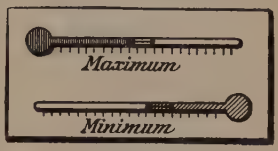


Abb. 172a. Thermometrograph von Rutherford.

Beim **Thermometrograph** von Six[2]) (Abb. 172b) schließt sich an ein Weingeistthermometer W eine **U**-förmige, mit Quecksilber Q gefüllte Kapillare und an diese eine noch etwas Weingeist enthaltende, sonst luftleere Röhre an. Bei Temperaturänderung wird durch das Weingeistthermometer der Quecksilberfaden Q Q und durch diesen jeweils eines von zwei in der Kapillare mit Reibung beweglichen Stahlstäbchen verschoben. Die Stäbchen bleiben bei Umkehr der Temperaturänderung an der erreichten Stelle liegen. — Durch einen von außen genäherten Magneten stellt man die Stäbchen wieder auf die Quecksilberkuppen ein.

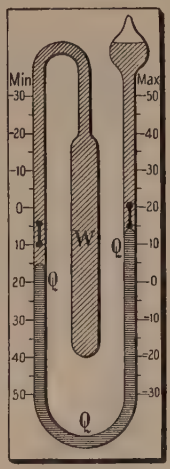


Abb. 172b. Thermometrograph von Six.

Das **Fieberthermometer** ist ein Maximumthermometer, bei welchem durch eine kleine Luftblase und eine Einschnürung der Kapillare ein Stück des Quecksilberfadens abgetrennt ist. Dieses Stück des Fadens bleibt bei Abkühlung an der erreichten Stelle liegen und muß nach der Ablesung durch Schleudern des Thermometers wieder zurückgebracht werden. Die Teilung umfaßt nur wenige Grade, in $\frac{1}{10}$° geteilt, in der Nähe der normalen Körpertemperatur von 37° C.

§ 155. **Metallthermometer.** Zur Herstellung der weniger zuverlässigen **Metallthermometer** verwendet man einen der ganzen Länge nach

1) Rutherford (1749—1819) war praktischer Arzt und Professor der Botanik in Edinburgh.

2) Six († 1793) war Mitglied der Royal Society in London.

verlötete Doppelstreifen (Kompensationsstreifen, Abb. 173) aus zwei Metallen von verschieden starker Ausdehnung, z. B. Zink (‖) und Kupfer (‖) oder Zink (‖) und Stahl (‖). Ein solcher Doppelstreifen ist bei einer bestimmten Temperatur gerade. Bei Änderung der Temperatur krümmt sich derselbe so, daß das stärker ausdehnbare Metall (Zink ‖) bei Temperaturerhöhung auf der konvexen, bei Temperaturerniedrigung auf der konkaven Seite liegt. Ein solcher Doppelstreifen ist bei den Metallthermometern am einen Ende befestigt. Die geringen Bewegungen des freien Endes werden durch eine empfindliche Hebelübersetzung auf einen Zeiger übertragen. Die Einteilung wird durch Vergleichung mit einem Quecksilberthermometer hergestellt. — Metallthermometer werden auch bei solchen Thermometrographen angewendet, welche die Temperatur wie bei den Barographen (§ 132) auf einem durch Uhrwerk getriebenen Papierstreifen fortlaufend aufzeichnen.

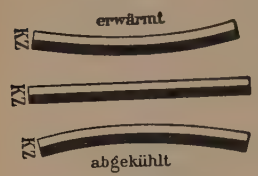


Abb. 173. Kompensationsstreifen.

Bei feinen Taschenuhren wird der Radkranz der Unruhe (§ 98) zum Ausgleich (Kompensation) der Temperaturschwankungen aus einem solchen Doppelstreifen gebildet, jedoch muß der Radkranz an zwei diametralen Stellen durchschnitten sein, wenn die verschiedene Ausdehnung der beiden Metalle wirken soll. Bei Temperaturerhöhung rücken z. B. die befestigten Enden der Kompensationsstreifen von der Drehungsachse der Unruhe weg, während gleichzeitig die freien Enden gegen die Achse hinrücken, so daß das Trägheitsmoment des ganzen Rädchens (§ 100) und damit die Schwingungsdauer ungeändert bleibt (Abb. 174).

Abb. 174. Kompensierte Unruhe der Taschenuhr.

§ 156. **Längenausdehnung fester Körper.** *Die Ausdehnung fester Körper durch Erwärmung ist innerhalb der gewöhnlich vorkommenden Temperaturintervalle eine regelmäßige. Bei höheren Temperaturen nimmt dieselbe in geringem Maße zu.*

Ist der feste Körper stabförmig, so genügt es meistens, nur die Ausdehnung in der Länge (**lineare Ausdehnung**) zu berücksichtigen; die Änderungen der Querdimensionen kann man, weil sehr klein, vernachlässigen. Auch die Längenausdehnung eines Stabes bei Erwärmung ist meist sehr klein; um sie sichtbar zu machen, legt man den Stab SS (Abb. 175) mit einem Ende an ein festes Widerlager, mit dem anderen Ende an den kurzen Arm eines Winkelhebels H an. Der über eine Gradeinteilung laufende lange Arm des Hebels macht dann die Längenänderung des Stabes vergrößert sichtbar und meßbar.

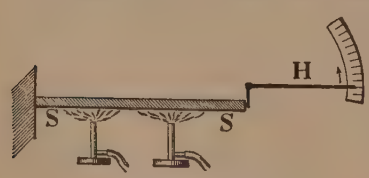


Abb. 175. Längenausdehnung.

„Die Länge α, um welche sich ein stabförmiger fester Körper von 1 m Länge bei einer Temperaturerhöhung von 1° C verlängert, nennt man den **linearen Ausdehnungskoeffizienten** des Körpers." Ein Stab, welcher bei 0° C eine Länge l_0 (in m gemessen) hat, verlängert sich daher bei Temperaturerhöhung um 1° C um $l_0 \cdot \alpha$, bei t^0 Temperaturerhöhung um $l_0 \cdot \alpha \cdot t$. Die Stablänge l bei t^0 ist also $l = l_0 + l_0 \cdot \alpha \cdot t$ oder

$$l = l_0 (1 + \alpha t).$$

Lineare Ausdehnungskoeffizienten zwischen 0° und 100° C für 1° Temperaturerhöhung.

Eisen	0,0000118	Messing	0,0000191
Glas (Röhren)	0,00000883	Neusilber	0,0000184
Gold	0,0000147	Platin	0,00000886
Nickelstahl (Invar, 36% Ni, 64% Stahl)	0,00000087	Silber	0,0000194
Kupfer	0,0000166	Stahl	0,0000108
		Zink	0,0000297

Die Längenausdehnung ist z. B. zu berücksichtigen bei genauen Längenmessungen, beim Legen von Eisenbahnschienen, beim Spannen von Telegraphen- und Fernsprechleitungen, beim Einglasen von Fensterscheiben und Spiegeln. Wertvolle Anwendung findet die mit gewaltiger Kraft vor sich gehende Zusammenziehung durch Abkühlen beim Aufbringen der Reifen auf die Räder und insbesondere bei den Stahlmantelrohren der Kruppschen Geschütze, bei welchen die äußeren Rohrschichten in glühendem Zustand auf die kalten inneren aufgezogen werden, wodurch letztere eine große Widerstandskraft gegen die bedeutenden Gasdrucke im Rohrinneren erhalten.

§ 157. **Volumenausdehnung fester Körper.** Bei einem nach drei Richtungen beträchtlich sich erstreckenden Körper ist zur Ermittelung der räumlichen (**kubischen**) Ausdehnung die Längenzunahme nach jeder Richtung des Raumes zu berücksichtigen. Ein rechteckiger Körper (Abb. 176) habe z. B. bei 0° C die Länge l_0, die Breite b_0, die Höhe h_0, also das Volumen $V_0 = l_0 \cdot b_0 \cdot h_0$. Bei Temperaturerhöhung um t^0 C ändern sich seine linearen Ausmaße in $l_0 \cdot (1 + \alpha t)$, $b_0 \cdot (1 + \alpha t)$, $h_0 \cdot (1 + \alpha t)$, daher ist sein Volumen bei t^0 C zunächst

$$V = l_0 \cdot b_0 \cdot h_0 (1 + \alpha t)^3 = V_0 (1 + \alpha t)^3.$$

Wegen der Kleinheit von α kann man aber die Glieder mit α^2 und α^3 vernachlässigen und setzen:

$$V = V_0 (1 + 3\alpha t).$$

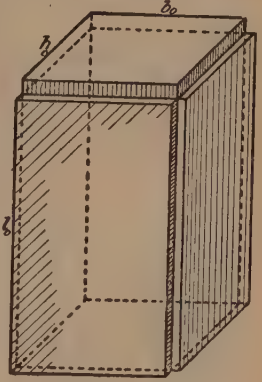


Abb 176.
Räumliche Ausdehnung.

Man berücksichtigt dann, wie Abb. 176 (in stark übertriebener Weise) erkennen läßt, nur die den Seitenflächen aufgelagerten flachen Parallelepipede.

Nennt man 3α den **räumlichen** oder **kubischen Ausdehnungskoeffizienten** des festen Körpers, so ergibt sich also:

Der kubische Ausdehnungskoeffizient eines festen Körpers ist gleich dem dreifachen linearen Ausdehnungskoeffizienten und gleich der Volumenvergrößerung, welche die Volumeneinheit eines Körpers bei Temperaturerhöhung um 1° C erfährt.

Mit der Volumenänderung eines Körpers findet auch gleichzeitig eine **Änderung des spezifischen Gewichtes** statt. Denn ist s_0 bzw. s das spezifische Gewicht des Körpers bei 0° bzw. $t°$, so hat man

$$V_0 \cdot s_0 = V \cdot s = V_0(1 + 3\alpha t) \cdot s, \quad \text{daher} \quad s = \frac{s_0}{1 + 3\alpha t}.$$

Aufgaben. 241. Welche gesamte Längenänderung erfährt eine bei 0° C 5 m lange Eisenbahnschiene, wenn sie einer Temperaturänderung von — 30° bis + 40° C ausgesetzt ist? Was folgt hieraus für die Schienenstöße einer Bahnstrecke? [4,13 mm.]

242. Warum läßt sich nur Platin in Gas luftdicht einschmelzen? Wodurch entstehen Sprünge in einer Lackschicht oder in der Glasur von Steingutwaren? [§ 156, Tab.]

243. Um wieviel vergrößert sich die Fläche einer rechteckigen Eisenblechtafel von 0,5 m und 2 m Kantenlänge bei Erwärmung von 0° auf 50° C? [11,8 qcm.]

244. Warum werden die eisernen Radreifen in stark erhitztem Zustande um die Holzräder gelegt? [§ 156.]

245. Wie beweist man, daß ein Hohlkörper sein Volumen bei Temperaturänderung um ebensoviel ändert wie ein massiver Körper von gleichem Material und Volumen? [§ 157.]

246. Ein Glasballon faßt bei 0° 1,5 l bis zu einer Marke, wieviel bei 100° C? [1,50397 l.]

247. Welche Kraft übt eine gezogene Stahlstange von der Länge $l_0 = 2$ m und 12 qcm Querschnitt bei Erwärmen von 0° auf 100° aus, wenn die Ausdehnung durch Erwärmen mit derselben Kraft erfolgt, wie sie zur Hervorbringung einer elastischen Dehnung von gleichem Betrag notwendig ist? [24364,8 kg.]

248. Wie lang ist ein Zinkstab bei 0°, dessen Länge bei 20° mittels eines Stahlmaßstabes, welcher bei 0° richtig ist, zu 125 cm gemessen wurde? [124,95 cm.]

§ 158. **Ausdehnung flüssiger Körper.** *Die* (nur kubische) *Ausdehnung flüssiger Körper ist meist weniger regelmäßig wie bei festen Körpern und wächst mit zunehmender Temperatur.* Bei einer Flüssigkeit beobachtet man als Volumenänderung stets nur den Überschuß der wahren Volumenzunahme der Flüssigkeit über die Ausdehnung des Gefäßes (Abb. 166). Diese auch bei den Flüssigkeitsthermometern als Temperaturmaß beobachtete Volumenänderung ist also nur die **scheinbare Ausdehnung** der Flüssigkeit. Der **wahre Ausdehnungskoeffizient** β einer Flüssigkeit kann mit Hilfe von zwei kommunizierenden Röhren bestimmt werden (Abb. 177). Bei durchaus gleicher Temperatur (etwa 0°) steht die Flüssigkeit in beiden Röhren gleich hoch, bei Erwärmung der einen Röhre auf $t°$ aber in dieser höher. Man hat dann nach dem Gesetz für kommunizierende Röhren

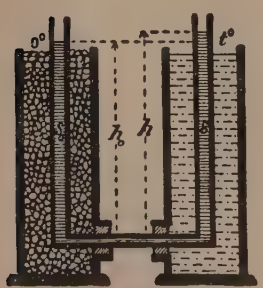


Abb. 177. Wahre Ausdehnung von Flüssigkeiten.

$h_0 \cdot s_0 = h \cdot s$, wenn h_0 und h die Flüssigkeitshöhen, s_0 und s die spezifischen Gewichte bei 0^0 und t^0 bedeuten. Nun ist aber nach § 157 $s = \frac{s_0}{1 + \beta t}$, somit $h_0(1 + \beta t) = h$. Die Messung von h_0 und h ergibt also den wahren Ausdehnungskoeffizienten β der Flüssigkeit.

Mittlere Ausdehnungskoeffizienten flüssiger Körper zwischen 0^0 und 100^0 C für 1^0 Temperaturerhöhung.

Schwefeläther	0,001997	Petroleum	0,001039
Alkohol	0,001041	Quecksilber	0,0001817
Benzol	0,001385	Schwefelkohlenstoff .	0,001385

159. **Unregelmäßige Ausdehnung des Wassers.** *Unter allen Flüssigkeiten dehnt sich das Wasser am unregelmäßigsten aus. Bei 4^0 C nimmt es das kleinste Volumen ein, ist also am dichtesten.* Bei Abkühlung unter 4^0 C und bei Erwärmung über 4^0 C dehnt sich sonach das Wasser aus (s. Tabelle). Auch beim Übergang aus dem flüssigen in den festen Aggregatzustand, beim Gefrieren, vergrößert das Wasser sein Volumen; daher schwimmt Eis von 0^0 auf Wasser von 0^0. Infolge dieses Verhaltens des Wassers wird ein Gefrieren tiefer Seen bis auf den Grund verhindert; in der Tiefe herrscht beständig die Temperatur der größten Dichte, nämlich 4^0 C.

Die Volumenvergrößerung des Wassers beim Gefrieren ist sehr beträchtlich (9%) und erfolgt mit bedeutender Gewalt. Starkwandige Gefäße können durch diese Volumenvergrößerung gesprengt werden. Denn nach Bunsen ist das Volumen

von 1 g Eis bei 0^0 . . . . . 1,09082 ccm,
„ 1 „ Wasser bei 0^0 . . . 1,00012 „ .

Es tritt also beim Gefrieren von 1 g Wasser die sehr beträchtliche Volumenvergrößerung von 0,0907 ccm, also von etwa 9% ein. Kühlt man Eis von 0^0 weiter ab, so verringert es wie alle übrigen Körper sein Volumen ($\alpha = 0{,}000027$), bleibt aber spezifisch leichter wie Wasser von 0^0.

Spezifisches Gewicht und Volumen des Wassers bei verschiedenen Temperaturen.

Temp.	Spez. Gewicht	Volumen	Temp.	Spez. Gewicht	Volumen
0^0	0,999874	1,000127	20^0	0,998252	1,001751
2	0,999970	1,000030	30	0,995705	1,004314
4	1	1	40	0,99233	1,00773
6	0,999970	1,000030	50	0,98813	1,01201
8	0,999881	1,000119	100	0,95863	1,04315
10	0,999736	1,000265			

Übungen. a) Man bestimme den Ausdehnungskoeffizient eines Messingrohres, durch das man kaltes Wasser bzw. Wasserdampf strömen läßt. Die Längenänderung ermittle man durch Auflegen des Rohres auf eine mit Zeiger versehene Strick-

nadel aus der Drehung der Nadel! — b) Ermittle den Barometerstand am Versuchstage! — c) Fertige nach Tabelle § 159 ein Diagramm! — d) Man fülle einen Kolben von gemessenem Volumen mit Wasser, setze eine enge Röhre und ein Thermometer mittels eines Stopfens ein, erwärme bis 50° C und bestimme das Volumen des ausfließenden Wassers!

Aufgaben. 249. Ein Glaskolben mit engem Ansatzrohr ist bei 0° vollständig mit Quecksilber gefüllt. Die Füllung wiegt bei 0° 679,75 g. Wieviel g Quecksilber fließen bei Erwärmung des Ballons auf 100° C aus? [10,362 g.]

250. Welches spezifische Gewicht hat Quecksilber bei 100°, wenn es bei 0° das spezifische Gewicht 13,595 hat? [13,3524.]

251. Ein Quecksilberbarometer zeigt bei 20° C einen Stand von 716 mm. Wie lang ist die Quecksilbersäule bei 0° (Reduktion des Barometerstandes auf 0°), wenn der zur Messung verwendete Glasmaßstab bei 0° richtig ist? [713,525 mm.]

252. Wie erklärt sich die Zertrümmerung von Felsen durch den Frost? [§ 159.]

253. Ein Glaskörper von 350 g Gewicht hat bei 4° C ein spez. Gewicht $s = 3{,}5$. Welchen Auftrieb erleidet derselbe in Wasser von 20° C? [99,8675 g.]

254. [R. G. 1906.] Ein zu einer Spitze ausgezogenes Glaskölbchen wird mit Quecksilber bei 0° C vollständig gefüllt und hierauf samt Füllung auf 100° C erhitzt. a) Welche Gewichtsmenge Quecksilber fließt aus, wenn ursprünglich $G_0 = 1050$ g Quecksilber im Kölbchen waren und der Ausdehnungskoeffizient des Quecksilbers $\gamma = 0{,}000182$, der lineare Ausdehnungskoeffizient des Gases $\alpha = 0{,}0000087$ ist? b) Man stelle für die Ausflußmenge die allgemeine Formel mit G_0, α, γ und t (Temperaturzunahme in Celsiusgraden) auf! c) Wie kann man die Formel benützen, um den Ausdehnungskoeffizienten des Quecksilbers zu finden, wie, um die Temperatur zu finden, wenn in beiden Fällen die Ausflußmenge von G g bekannt ist? [§ 157, § 158; 17,87 g; $G = \frac{(\gamma - 3\alpha)t}{1 + \gamma t} \cdot G_0$.]

255. [R. 1905.] Erkläre die Bedeutung des Satzes: Der kubische Ausdehnungskoeffizient des Quecksilbers ist 0,00018. — Welchen Raum nehmen 2,5 l Quecksilber von 20° C. ein, wenn sie auf 100° C erhitzt werden? Wie groß wird dann das spezifische Gewicht des Quecksilbers, wenn es bei 0° C 13,596 beträgt? Formeln, die etwa angewendet werden, sind zu begründen. [§ 157, 158; 2,5358 l; 13,35.]

§ 160. **Ausdehnung der Gase.** *Alle Gase dehnen sich beim Erwärmen gleich stark aus.* [Gesetz von Gay Lussac[1]) 1802.] *Der Ausdehnungskoeffizient ist also für alle Gase derselbe,* nämlich

$$\gamma = 0{,}003665 = \frac{1}{273}.$$

Eine Gasmenge vom Volumen V_0 bei 0° C. besitzt daher bei t° C. das Volumen

$$V = V_0(1 + \gamma t).$$

Dabei darf während der Volumenänderung der Druck, unter welchem das Gas steht, keine Veränderung erleiden. Das Gay Lussacsche Gesetz gilt also nur bei Ausdehnung des Gases **ohne Druckänderung.**

Eine solche findet z. B. fast vollkommen bei dem in Abb. 168 dargestellten Thermoskop statt.

§ 161. **Gesetz von Gay Lussac-Mariotte.** Ein Gas kann neben einer Erwärmung noch eine Druckänderung erleiden. Dann ist der Zu-

1) Gay Lussac (1778—1850), berühmter Chemiker, zuletzt Professor am Jardin des plantes in Paris (s. auch § 116 d).

stand des Gases außer durch Volumen und Druck auch noch durch die Temperatur bestimmt. Ein **I. Zustand** einer gewissen Gasmenge sei dann durch die Größen V_0, P_0, 0^0 gegeben. Es werde nun diese Gasmenge durch gleichzeitige Änderung von Druck und Temperatur in einen durch V, P, t^0 gekennzeichneten **Endzustand** übergeführt. Um zu dem Gesetz zu gelangen, welches die Zustandsgrößen V_0, P_0, 0^0 und V, P, t^0 miteinander verknüpft, denke man sich einen Zwischenzustand, welcher aus dem ersten durch Änderung der Temperatur von 0^0 auf t^0, jedoch **ohne** Änderung des Druckes P_0, hervorgegangen ist, so daß die Gasmenge ein Volumen V' erhält. Dann gilt aber für

Zustand I: $[V_0, P_0, 0^0]$ } das Gay Lussacsche Gesetz,
Zwischenzustand II: $[V', P_0, t^0]$ } also $V' = V_0(1 + \gamma t)$,
Zwischenzustand II: $[V', P_0, t^0]$ } das Mariottesche Gesetz,
Endzustand III: $[V, P, t^0]$ } also $V' : V = P : P_0$.

Durch Einsetzen von V' erhält man $V_0 \cdot (1 + \gamma t) : V = P : P_0$ oder

$$V \cdot P = V_0 \cdot P_0 \cdot (1 + \gamma t).$$

Dieses Gesetz heißt das **Gay Lussac-Mariottesche Gesetz** (auch Zustandsgleichung der Gase). Es gilt für zwei verschiedene Zustände einer und derselben Gasmenge **bei gleichzeitiger Änderung von Druck und Temperatur.**

Anmerkung. Bei Anwendung des G. L.-M.-Gesetzes in der Form $V \cdot P = V_0 \cdot P_0(1 + \gamma t)$ ist zu beachten, daß V_0 und P_0 die Zustandsgrößen des Gases für die Temperatur 0^0 bedeuten. Sind die Zustandsgrößen für zwei beliebige Temperaturen t_1 und t_2 in Beziehung zu setzen, so benützt man bequemer die allgemeinere Form

$$\frac{V_1 \cdot P_1}{1 + \gamma t_1} = \frac{V_2 \cdot P_2}{1 + \gamma t_2} = \text{Const.}$$

§ 162. **Reduktion eines Gasvolumens auf den Normalzustand.** Jedes bei irgend einer Temperatur t^0 gemessene Gasvolumen V, welches unter dem Druck P steht (Abb. 178), muß, wenn unter verschiedenen Verhältnissen erhaltene Gasmengen miteinander verglichen werden sollen, auf den sogenannten **Normalzustand reduziert** werden. Man muß nämlich das Volumen V_0 des Gases bei 0^0 C. und bei normalem Atmosphärendruck $P_0 = 760$ mm bestimmen. Dies geschieht mit dem Gay Lussac-Mariotteschen Gesetz durch Berechnung von V_0, wobei $P_0 = 760$ mm, $\gamma = 0{,}003665$ und alle übrigen Größen durch die Messung gegeben sind.

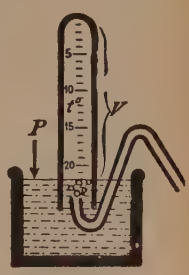


Abb. 178. Pneumatische Wanne.

§ 163. **Lufthermometer.** Die Zustandsgleichung der Gase findet beim **Lufthermometer** [Regnault[1]) 1842] Anwendung. Es besteht aus einem mit trockener Luft, Wasserstoffgas

1) Regnault (1810—1878), Mitglied der Akademie zu Paris, führte zahlreiche exakte Messungen, insbesondere auf dem Gebiete der Wärmelehre aus (§ 167c).

oder Helium gefüllten Thermometergefäß G mit angesetzter Kapillare K, welche in ein etwa 1 cm weites Glasrohr mündet. An dieses Rohr schließt sich ein offenes Quecksilbermanometer $M_1 M_2$ zur Messung des Gasdruckes im Thermometergefäße an (Abb. 179). Bei einer Temperaturmessung bringt man das Thermometergefäß zuerst in schmelzendes Eis und dann auf die zu bestimmende Temperatur. Das Quecksilber im Manometerrohr M_1 wird jedesmal bis zu einer an dessen oberem Ende eingeschmolzenen Glasspitze S geführt. Das abgesperrte Gas hat dann beide Male (nahezu) das gleiche Volumen, so daß man $V = V_0$ setzen und die Temperatur angenähert aus $P = P_0(1 + \gamma t)$ berechnen kann. Bei sehr genauen Messungen ist auf die Volumenänderung des Thermometergefäßes Rücksicht zu nehmen; es muß dann notwendig dessen Ausdehnungskoeffizient bekannt sein.

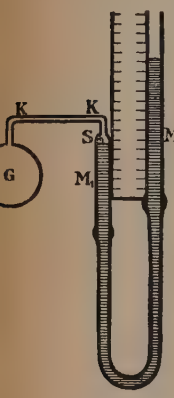


Abb. 179 Luftthermometer.

Das Luftthermometer (besser ist das Wasserstoff- und am besten das Heliumthermometer, § 180) gilt als das genaueste Thermometer. Es werden deshalb mit demselben die Flüssigkeitsthermometer auf ihre Richtigkeit verglichen.

Das Heliumthermometer kann man zur Messung beliebig tiefer Temperaturen verwenden. Besteht ferner das Thermometergefäß aus schwer schmelzbarem Stoff (Porzellan oder Platin), so kann das Luftthermometer auch zur Messung hoher Temperaturen dienen.

§ 164. **Absoluter Nullpunkt der Temperatur.** Man denke sich, was praktisch allerdings nicht ausführbar ist, ein Gas in ein durch Wärme nicht ausdehnbares Gefäß eingeschlossen und erwärmt. Dann ergibt sich aus dem Gay Lussac-Mariotteschen Gesetz, wegen $V = V_0$, für den Gasdruck die Beziehung $\boldsymbol{P = P_0(1 + \gamma t)}$, d. h.

Die Druckänderung eines Gases bei gleichbleibendem Volumen erfolgt nach demselben Gesetz, wie die Volumenänderung bei gleichbleibendem Druck.

Denkt man sich dann das Gas so weit abgekühlt, daß der von ihm ausgeübte Druck $P = 0$ wird, so ergibt sich die zugehörige Abkühlungstemperatur T_0 aus $P = 0 = P_0(1 + \gamma T_0)$ oder, da P_0 einen bestimmten, von Null verschiedenen Druck bedeutet, aus $0 = 1 + \gamma T_0$ zu

$$T_0 = -\frac{1}{\gamma} = -\frac{1}{\frac{1}{273}} = -273^0\ \text{C.}$$

„Die Temperatur — 273° C., bei welcher ein Gas keinen Druk mehr ausübt, nennt man den absoluten Nullpunkt." Nach der kinetischen Gastheorie (§ 121) sind bei dieser Temperatur die Gasmoleküle in Ruhe. Auch alle anderen Körper enthalten bei dieser Temperatur keine Wärme mehr.

„Zählt man die Temperaturen vom absoluten Nullpunkt an, so heißt die so sich ergebende Temperatur die **absolute Temperatur** T des Körpers." Man hat dann, wenn t die Temperatur in Celsiusgraden ist:

$$\textbf{Absolute Temperatur } T = t + 273.$$

Es ist ferner $V \cdot P = V_0 P_0 (1 + \frac{1}{273} t) = \frac{V_0 P_0}{273} (273 + t) = \frac{V_0 P_0}{273} \cdot T = R \cdot T$, so daß das Gay Lussac-Mariottesche Gesetz die einfache Form annimmt:

$$V \cdot P = R \cdot T,$$

d. h. *das Produkt aus Volumen und Druck eines Gases ist seiner absoluten Temperatur proportional.* R ist für jedes Gas eine charakteristische Konstante. Wählt man, wie meist üblich, für V_0 das Volumen von 1 kg des Gases in cbm bei 0°, für P_0 den normalen Atmosphärendruck in kg pro qm, so ist z. B. für Luft $R = 29{,}3$, Wasserstoff $R = 426{,}2$.

Aufgaben. 256. Welches Volumen haben 100 g atmosphärische Luft von 0° und 760 mm Druck bei 20° und 722 mm Druck? [87,374 l.]

257. 10 l Kohlensäure stehen bei 25° unter einem Druck von 730 mm. Welchen Druck übt die Kohlensäure aus, wenn ihr Volumen 12 l und ihre Temperatur 100° ist? [761,5 mm.]

258. Zur Bestimmung der Tiefe eines Sees wird eine einseitig geschlossene Glasröhre von 260 ccm Rauminhalt auf den Grund versenkt. Die Röhre ist an der Oberfläche des Sees vollständig mit Luft von 20° C bei einem Barometerstand 735,294 mm (spez. Gew. des Quecksilbers 13,6) gefüllt. Beim Heraufziehen der Röhre ergibt sich, daß am Grunde (Temperatur 4° C) infolge des bedeutenden Druckes die Luft nur ein Volumen von 9,4536 ccm gehabt hat. Wie tief ist der See? [250 m.]

259. Welche Beziehung läßt sich aus dem Gay Lussac-Mariotteschen Gesetz für die Änderung des spezifischen Gewichtes eines Gases bei gleichzeitiger Temperatur- und Druckänderung ableiten? $\left[s = \frac{P}{P_0} \cdot \frac{s_0}{1 + \gamma t} \cdot \right]$

260. Welches spezifische Gewicht hat atmosphärische Luft bei 15° und 722 mm Barometerstand? [0,001164.]

261. Wieviel wiegt 1 cbm Luft bei 12° und 715 mm Druck? [1,1652 kg.]

262. Eine Menge Wasserstoff übt einen Druck von 700 mm bei 10° C aus. Wie ändert sich der Druck bei Erwärmung auf 100°, wenn dem Gas bei der Erwärmung keine Volumenänderung gestattet wird? [922,74 mm.]

263. Bei einem Luftthermometer steht bei 0° und 715 mm Barometerstand das Quecksilber im offenen Manometer um 7 mm höher als im anderen. Eine Temperaturmessung ergibt dagegen bei 716 mm Barometerstand im offenen Manometerrohr einen um 44 mm höheren Stand des Quecksilbers. Auf welche Temperatur ist das Luftthermometer gebracht worden? [14,36°.]

264. Bei einem Luftthermometer stehen bei 0° und 712 mm Barometerstand die beiden Quecksilberoberflächen im Manometer gleich hoch. Welcher Höhenunterschied der Oberflächen ergibt sich, wenn das Gefäß des Luftthermometers bei 724 mm Barometerstand auf die Temperatur von 500° C gebracht wird? [1292,73 mm.]

265. [R. G. 1904.] Es sollen die wesentlichen Teile eines Luftthermometers beschrieben, ferner soll angegeben werden, auf welche Weise und durch welche Rechnung man mittels desselben Temperaturbestimmungen vornehmen kann. [§ 163.]

266. [R. G. 1909.] Der Glaszylinder einer pneumatischen Wanne hat einen Querschnitt von 20 qcm, eine Höhe von 77,2 cm über dem äußeren Wasserniveau und

ist mit Wasser gefüllt. In den Zylinder wird bei einer Temperatur von 21° C und einem Barometerstand von 740 mm Wasserstoffgas bis 27,2 cm über dem äußeren Niveau eingeleitet. Die Änderung des äußeren Niveaus kommt nicht in Betracht. 1. Welches Gewicht besitzt die aufgefangene Gasmenge? 2. Die Gesetze, welche für Volumen und Spannung eines Gases maßgebend sind, sollen erläutert werden. — Spezifisches Gewicht des Wasserstoffs 0,00009, des Quecksilbers 13,6. [§ 161, 162, 108; 0,07917 g.]

B. Messung von Wärmemengen und Erzeugung von Wärme.

§ 165. **Wärmemenge, Kalorie.** Den Wärmezustand, die Temperatur, eines Körpers mißt man mit dem Thermometer nach Celsius-Graden. Zur Messung der von einer Wärmequelle gelieferten **Wärmemenge** bedarf man einer bestimmten Wärmemenge als **Einheit.** Man hat festgesetzt:

„Als Wärmeeinheit oder Kalorie dient diejenige Wärmenge, welche notwendig ist, um die Temperatur einer Masse von 1 kg *resp.* 1 g *Wasser um* 1° *C* (bei Zimmertemperatur) *zu erhöhen.“* Man nennt diese Wärmeeinheit entsprechend **große** oder **kg-Kalorie** (Zeichen: kcal) bzw. **kleine** oder **g-Kalorie** (= cal). Es ist notwendig 1 kcal = 1000 cal; die Verwendung der einen oder anderen Einheit richtet sich nach dem Betrag der zu messenden Wärmemenge.

Die zur Erwärmung einer Wassermenge W von t^0 C auf T^0 C benötigte Wärmemenge Q berechnet sich daher zu $Q = W \cdot (T - t)$ Kalorien.

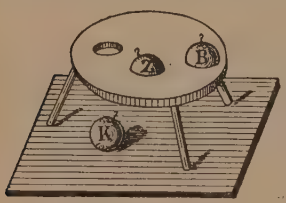


Abb. 180. Verschiedenheit der spezifischen Wärme.

§ 166. **Spezifische Wärme.** Erhitzt man Kugeln von gleicher Masse, z. B. aus Kupfer K, Zinn Z und Blei B (Abb. 180) auf dieselbe Temperatur (etwa durch kochendes Wasser) und bringt sie auf eine dünne Wachsscheibe, so sinken die Kugeln durch Schmelzen von Wachs um so tiefer ein, je größer die in ihnen enthaltene Wärmemenge ist. Am tiefsten sinkt die Kupferkugel, am wenigsten die Bleikugel ein.

Gleiche Massen verschiedener Stoffe bedürfen also der Zufuhr verschieden großer Wärmemengen, um eine gleiche Temperatursteigerung zu erfahren. Entsprechendes gilt für die Abkühlung.

Aus dem Versuch läßt sich also schließen: *Für jeden Stoff ist die Anzahl von Kalorien, welche für* 1 kg *des Stoffes zur Temperaturerhöhung um* 1° *C nötig ist, eine charakteristische Konstante, welche man spezifische Wärme nennt.*

Die zur Erwärmung irgend eines Körpers (Masse M, spez. Wärme c) um 1° C nötige Wärmemenge ($= M \cdot c$) heißt man Wärmekapazität des Körpers. Wird der Körper von t^0 auf Θ^0 erwärmt, so ist hierfür eine Wärmemenge $Q = M \cdot c \cdot (\Theta - t)$ Kalorien erforderlich. — Gemäß der Definition der Kalorie ist notwendig die spezifische Wärme des Wassers

gleich 1; für alle übrigen Stoffe ist dieselbe kleiner als 1. Bei Gasen muß zwischen der spezifischen Wärme bei konstantem Druck und bei konstantem Volumen unterschieden werden; erstere ist notwendig größer, da das Gas bei der Volumenvergrößerung durch Überwindung des äußeren Druckes eine Arbeit leisten muß (vgl. § 169).

Tabelle der spezifischen Wärmen für einige Stoffe:

Alkohol	0,545	Glas	0,190	Platin	0,0326
Benzol	0,419	Kupfer	0,0933	Quecksilber	0,0327
Blei	0,0315	Luft bei konst. Druck	0,2377	Silber	0,0563
Eis	0,505	Luft bei konst. Volumen	0,1686	Zink	0,0937
Eisen	0,113	Messing	0,0926	Zinn	0,0559

§ 167. **Kalorimeter.** „Die zur Messung von Wärmemengen (z. B. Heizwerte [§ 168], mechanisches Wärmeäquivalent [§ 169]), sowie zur Bestimmung von spezifischen Wärmen dienenden Apparate heißen **Kalorimeter.**“ Man unterscheidet **Eiskalorimeter** und **Mischungskalorimeter.**

a) Das **Eiskalorimeter von Lavoisier und Laplace** (1777) wird kaum mehr verwendet. Es besteht aus einem mit kleingestoßenem Eis gefüllten Blechgefäß (Kalorimetergefäß G), welches zur Abhaltung der äußeren Wärme mit einem zweiten, ebenfalls mit Eis gefüllten Schutzgefäß S umgeben ist (Abb. 181). Man bringt einen Körper von der Masse M, der spezifischen Wärme c und der Temperatur Θ in ein Drahtkörbchen im Innern des Kalorimetergefäßes. Durch Abgabe der Wärmemenge $M \cdot c \cdot \Theta$ seitens des Körpers an das Eis entstehen W kg Schmelzwasser. Zum Schmelzen von 1 kg Eis von 0° zu Wasser von 0° sind aber 80 Kalorien (genauer 79,25) notwendig. Daher ergibt sich die spezifische Wärme c des Körpers aus $M \cdot c \cdot \Theta = 80\,W$, da der Körper ebensoviele Kalorien abgibt, wie vom Eis zum Schmelzen aufgenommen werden.

b) Beim **Eiskalorimeter von Bunsen** (1870) ist ein Probegläschen P in ein mit luftfreiem Wasser von 0° gefülltes Glasgefäß G eingeschmolzen.

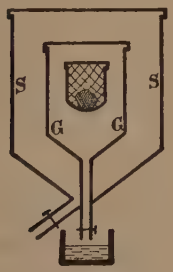


Abb. 181. Eiskalorimeter von Lavoisier und Laplace.

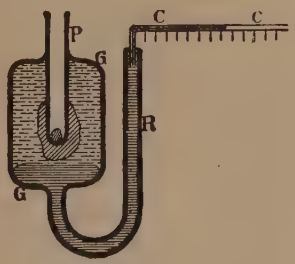


Abb. 182. Eiskalorimeter von Bunsen.

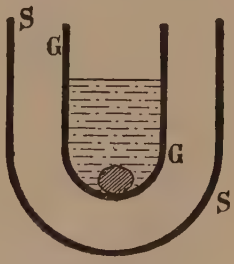


Abb 183. Mischungskalorimeter.

Das Wasser ist durch Quecksilber abgesperrt, welches auch das Rohr R und einen Teil der kalibrierten Kapillare C erfüllt (Abb. 182). Durch starke Abkühlung von innen her kann man das Probegläschen mit einer

dicken Eisschicht umgeben. Letztere wird durch die Wärmeabgabe eines in das Probegläschen eingebrachten erwärmten Körpers teilweise wieder geschmolzen. Da das Schmelzwasser einen kleineren Raum einnimmt als vorher das Eis (§ 159), so geht der Quecksilberfaden in der Kapillare um eine meßbare Strecke zurück, woraus die vom Körper abgegebene Wärmemenge bestimmt werden kann. — Das Bunsensche Eiskalorimeter ist das genaueste Kalorimeter und erfordert nur geringe Stoffmengen.

c) Das **Mischungskalorimeter von Regnault** (1840) besteht aus einem blank polierten metallenen Kalorimetergefäß G, welches zur Verminderung der Wärmeaufnahme von außen in ein größeres Schutzgefäß S eingesetzt ist (Abb. 183). In das Kalorimetergefäß von der Masse G und der spezifischen Wärme γ bringt man Wasser, welches die Masse W und die Temperatur t haben möge. Nach Einwerfen eines auf Θ^0 erwärmten Körpers von der Masse M und der gesuchten spezifischen Wärme c tritt ein Wärmeaustausch bis zu einer gleichmäßigen Endtemperatur ϑ ein. c bestimmt sich dann aus: Wärmeabgabe des Körpers = Wärmeaufnahme des Wassers + Wärmeaufnahme des Kalorimetergefäßes, also $M \cdot c \cdot (\Theta - \vartheta) = W \cdot (\vartheta - t) + G \cdot \gamma \cdot (\vartheta - t)$.

Zur Ermittelung der spezifischen Wärme von Flüssigkeiten verfährt man in gleicher Weise, nur wird das Wasser im Kalorimetergefäß durch die betreffende Flüssigkeit ersetzt. Gase werden unter konstantem Druck langsam durch ein in ein Mischungskalorimeter eingesetztes Schlangenrohr geleitet. Man erhält so die spez. Wärme des Gases bei konstantem Druck (s. § 169).

Aufgaben. 267. Welche Wärmemenge ist nötig, um 5 **kg** Quecksilber von 0° auf 100° zu erwärmen? [16,35 kcal.]

268. 2 **kg** Kupfer von 100° werden in 3 **kg** Wasser von 20° gebracht. Welche Temperatur nimmt die Mischung an, wenn die Erwärmung des Gefäßes außer acht bleibt? [24,68° C.]

269. Eine Eisenkugel von 0,5 **kg** liefert in einem Eiskalorimeter 356,47 **g** Schmelzwasser. Welche Temperatur hatte die Kugel? [500° C.]

270. Zur Bestimmung der Temperatur in einem Schmelzofen wurde eine Platinkugel von 100 **g** in diesen gebracht und dann in ein Mischungskalorimeter mit 800 **g** Wasser von 10° C geworfen. Welche Temperatur hatte der Schmelzofen, wenn die Masse des messingenen Kalorimetergefäßes 250 **g** und die Endtemperatur 14,89° C betrug? [1249,6° C.]

271. Welche Temperatur erhält eine Mischung von 1 **kg** Wasser von 30° C mit 200 **g** Quecksilber von 20° C? [29,93° C.]

272. Welche Endtemperatur erhält man, wenn man p_1 **kg** eines Stoffes von der Temperatur t_1^0 und der spezifischen Wärme c_1 mit p_2 **kg** eines andern Stoffes von t_2^0 und der spezifischen Wärme c_2 mischt? $\left[t = \frac{p_1 \cdot c_1 \cdot t_1 + p_2 \cdot c_2 \cdot t_2}{p_1 c_1 + p_2 c_2}.\right]$

273. Wie lautet die für ein Bunsensches Eiskalorimeter gültige Gleichung, wenn die Volumenverminderung in der Kapillare v ccm beträgt?

$$\left[\S\ 159;\ M \cdot c \cdot \Theta = \frac{v}{0{,}0907} \cdot 79{,}25.\right]$$

274. [R. G. 1903.] Man beschreibe das Mischungskalorimeter und gebe an, wie man mit Hilfe dieses Apparates die spez. Wärme von festen Körpern bestimmt. [§ 166, 167.]

§ 168. **Wärmequellen.** Die Wärmequellen unterscheidet man in kosmische, d. h. dem Weltenraum angehörige (Sonne und Fixsterne) und in irdische Wärmequellen (Holz- und Kohlenfeuer, Gas-, Öl- und Weingeistflammen usw.)

Die der Erde zugestrahlte Sonnenwärme ist die Ursache für alle Witterungserscheinungen, für den Kreislauf des Wassers durch die Luft, für alles organische Leben, überhaupt für alle Vorgänge und Zustände auf der Erde. Die von der Sonne insgesamt in den Weltenraum ausgestrahlte Wärmemenge hat man zu $\mathbf{15 \cdot 10^{25}}$ **g-Kalorien pro sec** bestimmt. Hiervon empfängt die Erde nur $\mathbf{64 \cdot 10^{15}}$ **cal in 1 sec**, also $\mathbf{20 \cdot 10^{23}}$ **cal in 1 Jahr**; eine Fläche von 1 qcm an der Grenze der Erdatmosphäre erhält jedoch nur **0,05 cal in 1 sec**, wovon nur etwa $\frac{2}{3}$ bis zur Erdoberfläche selbst gelangen.

Bei den irdischen Wärmequellen ist fast stets eine lebhafte chemische Verbindung der Brennstoffe mit dem atmosphärischen Sauerstoff (**Oxydations-** oder **Verbrennungsprozeß**) die Ursache der Wärmeerzeugung. Es tritt aber auch bei einer chemischen Verbindung von irgend welchen anderen Stoffen, z. B. Wasserstoff und Chlor, Schwefel und Eisen usw., Wärme auf (Verbindungswärme). Damit eine **Verbrennung** stattfinde, muß der zu verbrennende Körper auf eine gewisse Temperatur, die sog. **Entzündungstemperatur**, gebracht werden. Indem man also den Körper kalt hält oder unter seine Entzündungstemperatur abkühlt, kann man seine Verbrennung verhindern (z. B. Erlöschen von glühenden Kohlen auf einer Metallplatte).

„Die bei einer vollständigen Verbrennung einer Masse von **1 kg** eines Stoffes entwickelte Wärmemenge nennt man seine **Verbrennungswärme** oder seinen **Heizwert**."

Der **Heizwert** einiger Stoffe beträgt:

	kcal		kcal		kcal
Alkohol	7200	Kohlenstoff	7700	Schwefel	2220
Benzol	10000	Leuchtgas	7800—8700	Steinkohle	4700—8800
Eichenholz	3990	Petroleum	11000	Tannenholz	4400
Eisen	1350	Phosphor	5750	Wasserstoff	34200

Aufgaben. 275. Wieviel Wärmeeinheiten entstehen bei Verbrennung von 50 **kg** Steinkohle, deren Heizwert 6000 Kalorien beträgt? [300000 kcal.]

276. Wieviel **kg** Wasser könnten durch 1 **kg** bester Steinkohle von 0° bis 100° C erhitzt werden, wenn kein Wärmeverlust stattfände? [88 **kg**.]

277. Inwiefern läßt sich die Muskelkraft des Menschen auf die Sonnenwärme zurückführen? [§ 166.]

§ 169. **Wärme und Arbeit. Wesen der Wärme.** Außer durch chemische Prozesse tritt auch Wärmeentwickelung auf beim Hämmern, Feilen und Bohren von Metall (Versuch von Graf Rumford, Direktor der Geschützgießerei in München, 1798), beim Aufschlag eines Geschosses auf

ein Ziel, beim Prägen von Münzen. Die Zündhölzer entzünden sich durch Reibung, ungenügend geschmierte Achsen und Achsenlager laufen sich heiß, die Bremsbacken und Räder der Eisenbahnwagen erhitzen sich beim Bremsen usw. Ferner erwärmt sich ein Gas beim Zusammendrücken (Kompressionsfeuerzeug), dagegen kühlt es sich bei Ausdehnung ab, wenn es einen äußeren Druck überwindet und Arbeit leistet. Wärme läßt sich also auch durch eine **mechanische Arbeitsleistung**, durch Schlag, Stoß, Druck, Reibung, erzeugen. *Bei allen diesen Vorgängen verschwindet eine gewisse mechanische Arbeit und verursacht eine dieser Arbeit äquivalente Wärmemenge.* Robert Mayer[1]) stellte zuerst 1842 den Satz von der **Äquivalenz von Arbeit und Wärme** auf (1. Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie). Auch berechnete er die zur Erzeugung einer Kalorie nötige Arbeitsleistung aus dem Unterschied der Wärmemengen, welche man für 1 kg Luft benötigt, wenn sie unter Überwindung des äußeren Druckes, also Arbeit leistend, sich ausdehnen kann, oder wenn sie ohne Ausdehnung erwärmt wird. Denn beim ersten Vorgang muß 1 kg Luft zur Temperatursteigerung um 1^0 C eine Wärmemenge von 0,2377 kcal (spez. Wärme der Luft c_p bei konst. Druck, s. Tab. § 166), beim zweiten nur eine Wärmemenge von 0,1686 kcal (spez. Wärme der Luft c_v bei konst. Volumen) aufnehmen. Somit ist $c_p - c_v$ kcal die Wärmemenge, welche sich bei der unter Überwindung des äußeren Druckes vor sich gehenden Ausdehnung der Luft in mechanische Arbeit umgesetzt hat.

Durch zahlreiche Versuche hat insbesondere Joule[1]) 1843—49 den Arbeitsbetrag festgestellt, welcher zur Erzeugung einer Wärmeeinheit nötig ist. Man fand:

Durch Aufwand einer mechanischen Arbeit von ***427 mkg*** *kann eine Wärmemenge von* **1 kg-*Kalorie*** *erzeugt werden.*

Man nennt die Zahl $E = 427$ mkg das **mechanische Äquivalent der Wärme.**

In cm-g-sec-System (§ 80) hat man

1 cal = 4,2 Joule (genauer $4{,}189 = 0{,}427 \cdot 9{,}81$ Joule)

und umgekehrt **1 Joule = 0,24 cal** (genauer 0,23865 cal).

Joule brachte z. B. in einem engen, mit Wasser oder Quecksilber gefüllten Behälter (Abb. 184) ein Schaufelrad SS durch fallende Gewichte P,

1) Robert Mayer (§ 57) veröffentlichte 1842 und 1845 seine ersten Abhandlungen über die Auffassung der Wärmeerscheinungen, die aber keine Beachtung fanden, bis 1862 der durch sein experimentelles Geschick und seine volkstümliche Darstellung physikalischer Gebiete bekannte englische Physiker Tyndall auf ihre grundlegende Bedeutung aufmerksam machte.

2) Joule (1818—1889), Bierbrauer in Manchester, untersuchte durch zahlreiche exakte Messungen die Beziehungen zwischen Wärme und Arbeit und zwischen Wärme und Elektrizität (§ 299).

P in Drehung. Der Fallarbeit der Gewichte entsprach die durch die Reibung des Schaufelrades in der Flüssigkeit erzeugte Wärme. — Hirn[1]) ließ 1856 aus gemessener Höhe einen pendelartig aufgehängten Eisenzylinder C_1 (Abb. 185) auf ein Bleistück B fallen, das gegen einen zweiten schwereren Eisenzylinder C_2 angelehnt war, und maß die im Blei durch den Stoß erzeugte Wärme.

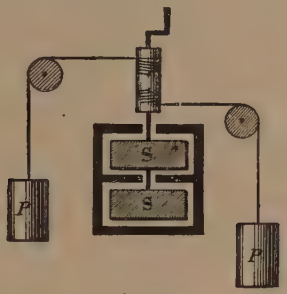


Abb. 184.

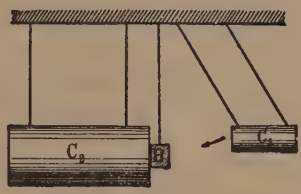


Abb. 185.

Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalents nach Joule und Hirn

Es kann sonach durch mechanische Arbeit, also durch Hemmung einer sichtbaren Bewegung von Körpern, Wärme erzeugt werden. Umgekehrt läßt sich durch Wärme wieder eine entsprechende mechanische Arbeit verrichten, z. B. bei Dampfmaschinen, Gasmotoren. Es liegt aber dann nahe, die Wärme als **unsichtbare, äußerst lebhafte, schwingende Bewegung der Körpermoleküle, als Bewegungsenergie der Moleküle** aufzufassen, wie es die **mechanische Wärmetheorie**[2]) tut.

Man denkt sich, daß die Moleküle eines festen oder flüssigen Körpers um ihre durch die Kohäsion bedingten Gleichgewichtslagen um so rascher hin und her schwingen, je höher die Temperatur des Körpers ist. Ebenso nimmt bei einem Gas die Bewegung der Moleküle und daher der Gasdruck mit der Temperatur zu (§ 121, kinetische Gastheorie). Bei der Temperatur des absoluten Nullpunktes hört in allen Körpern die Molekularbewegung vollständig auf. — Die Wärmeempfindung unserer Gefühlsnerven ist nach der Anschauung der mechanischen Wärmetheorie durch den Stoß der schwingenden Moleküle, ebenso der Wärmeaustausch zwischen ungleich warmen Körpern durch Übertragung von Bewegungsenergie vom wärmeren auf den kälteren Körper infolge des Aufprallens der Moleküle zu erklären.

Isothermische und adiabatische Zustandsänderung eines Gases. Die eingangs dieses Paragraphen erwähnte Verdichtung oder Ausdehnung eines Gases kann so

1) Hirn (1815—1890), Ingenieur in Kolmar i. E., beschäftigte sich auch eingehend mit der Theorie der Dampfmaschinen.

2) Begründer der mechanischen Wärmetheorie war Robert Mayer (§ 57). Diese Theorie wurde dann hauptsächlich von Clausius (1822—1888), zuletzt Professor in Bonn (§ 121), außerdem von Helmholtz und Thomson (§ 57), sowie von Maxwell (§ 228) ausgebaut.

langsam vor sich gehen, daß die auftretenden Temperaturänderungen (Erwärmung bzw. Abkühlung) mit der Umgebung sich ausgleichen können und somit das Gas konstante Temperatur behält. Man heißt dann die Zustandsänderung des Gases **isothermisch** (bei gleichem Wärmegrad stattfindend). Es gilt hierfür das Gay Lussac-Mariottesche Gesetz $V \cdot P = R \cdot T$ (§ 164) mit einem bestimmten Wert von T. — Wenn aber die Zustandsänderung so rasch geschieht, daß das Gas keine Zeit hat, Wärme an die Umgebung abzugeben oder von außen aufzunehmen, wie beim pneumatischen Feuerzeug oder bei den durch Schallwellen (§ 330) hervorgerufenen Verdichtungen und Verdünnungen in der Luft, so heißt die Zustandsänderung **adiabatisch** (ohne Abgabe oder Aufnahme von Wärme erfolgend). Es werden dann die Änderungen der Größen V, P, T viel beträchtlicher als bei isothermischer Zustandsänderung und gehen nach dem (elementar nicht ableitbaren) **Poisson**schen **Gesetz** (1840) $P \cdot V^k = \text{const.}$ oder $T \cdot V^{k-1} = \text{const.}$ vor sich. Dabei ist k das Verhältnis der beiden spezifischen Wärmen eines Gases und für alle 2atomigen Gase wie Sauerstoff, Stickstoff, Wasserstoff, Luft, Kohlenoxyd gleich, nämlich $k = c_p : c_v = 1{,}41$. — Wird z. B. bei einem pneumatischen Feuerzeug Luft von 20° C $\sim 293^\circ$ abs $= T_1$ vom Anfangsvolumen V_1 auf das Endvolumen $V_2 = \frac{1}{15} V_1$ rasch verdichtet, so gilt $T_1 \cdot V_1^{k-1} = T_2 \cdot V_2^{k-1}$ oder $\frac{293}{T_2} = \left(\frac{1}{15}\right)^{0{,}41}$, woraus sich $T_2 = 889{,}34^\circ$ abs $\sim 611^\circ$ C errechnet. Der Gasdruck ergibt sich dabei aus $P \cdot V^k = \text{const}$ zu 48,78 atm. Oder Luft von 15° C $\sim 288^\circ$ abs. und 50 atm. Druck würde sich bei plötzlicher Entspannung auf einen Druck von 1 atm. auf $92{,}33^\circ$ abs. $\sim -180{,}67^\circ$ C abkühlen. — Da die direkte Ermittelung der spezifischen Wärme eines Gases bei konstantem Volumen c_v wegen der Kleinheit der in Betracht kommenden Wärmemengen auf kalorimetrischem Wege nicht möglich ist, haben zuerst Clément und Desormes (1819) durch folgenden Versuch, der zugleich die bei adiabatischen Zustandsänderungen auftretenden Temperaturunterschiede erkenntlich macht, eine Bestimmung von $k = c_p : c_v$ gezeigt. Ein großes Glasgefäß G ist mit einem weiten Hahn H und einem offenen Manometer M versehen (Abb. 185a). Man zieht etwas Luft aus dem Gefäße heraus, schließt den Hahn und erhält, nachdem die Temperatur konstant geworden ist, einen am Manometer angezeigten Unterdruck h_1 gegenüber dem äußeren Atmosphärendruck b. Hierauf dreht man den Hahn rasch um 180°, wobei die Luft im Gefäß eine adiabatische Verdichtung erleidet. Die Luft im Gefäß nimmt den Atmosphärendruck b an (gleichhoher Stand der Flüssigkeitsoberflächen im Manometer) und erfährt zugleich eine am Manometeranstieg erkenntliche Temperatursteigerung. Durch Abkühlung des Luftinhaltes auf die Umgebungstemperatur sinkt das Manometer auf einen Höhenunterschied h_2. Die Zustandsgrößen der Luft im Gefäß sind vor Öffnung des Hahnes I. $P_1 = b - h_1$, V_1, T_1, während der Hahndrehung II. $P_2 = b$, V_2, T_2, nach dem Temperaturausgleich III. $P_3 = b - h_2$, V_2, T_1. Dabei ist die Änderung von I in II adiabatisch, diejenige von I in III wegen der Gleichheit der Temperatur isothermisch, woraus sich (unter Anwendung von abgekürzter Division und Reihenentwicklung beim log nat) $k = \frac{c_p}{c_v} = \frac{h_1}{h_1 - h_2}$ berechnen läßt. Anstatt mit einem anfänglichen Unterdruck im Gefäß kann man auch mit einem Überdruck beginnen. Bei Drehen des Hahnes tritt dann adiabatische Ausdehnung und Abkühlung ein. Das Ergebnis der Rechnung ist das gleiche. — Bei isothermischer oder adiabatischer Kompression verbraucht ein Gas Arbeit, bei Ausdehnung kann es selbst Arbeit leisten.

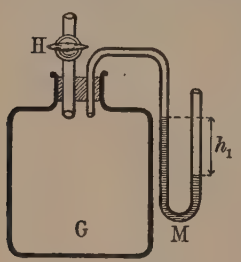


Abb. 185a. Versuch von Clément und Desormes

Aufgaben. 278. Welche Wärmemenge könnte man durch 50 Hammerschläge erzielen, wenn der 4 kg schwere Hammer jeweils 0,5 m hoch gehoben wird und beim Aufschlag dieselbe Arbeit wieder abgibt, welche zu seinem Emporheben nötig war? Wird wirklich die ganze Hubarbeit in Wärme verwandelt? [0,234 kcal.; § 57.]

279. Welcher Arbeitsbetrag entspricht der beim Verbrennen von 100 **kg** bester Steinkohle entstehenden Wärmemenge? [375 760 000 mkg.]

280. Wieviel Arbeit könnte durch Verbrennung von 1 **kg** Wasserstoff (von 0° und 760 mm Druck) geleistet werden, wenn kein Wärmeverlust stattfände? [14 603 400 mkg.]

281. Wie erklärt sich das Leuchten der Meteore, die Funkenbildung unter den Hufen der Pferde und beim Schlagen von Stahl mit Feuerstein? [§ 169.]

282. Wie viele Kalorien lassen sich durch einen Arbeitsaufwand von 1 Joule erzeugen? [0,2387 oder rund 0,24 cal.]

283. Welchen Arbeitsbetrag strahlt die Sonne jährlich der Erde, welchen dem ganzen Weltenraum in Form von Wärme zu? [$854 \cdot 10^{21}$ mkg; $2{,}02 \cdot 10^{33}$ mkg.]

284. [R. G. 1905.] Um 1 **kg** Luft von 0° auf 10° C so zu erwärmen, daß es sich unter Überwindung des konstanten Gegendruckes der Atmosphäre ausdehnt, sind 2,378 kcal nötig, während die gleiche Temperaturerhöhung bei konstantem Volumen nur 1,687 kcal erfordert. Wie groß berechnet sich hieraus das mechanische Äquivalent der kcal, wenn das Gewicht von 1 cbm Luft unter Atmosphärendruck zu 1,293 kg und ihr Ausdehnungskoeffizient zu 0,00367 angenommen wird? (Berechnung des mechanischen Wärmeäquivalents nach Robert Mayer.) [§ 169, 166, 129; 424,4 mkg.]

C. Änderung des Aggregatzustandes.

§ 170. **Schmelz- und Siedetemperatur.** Erwärmt man einen festen oder einen flüssigen Körper durch eine Wärmequelle, so steigt zunächst unter Volumenänderung seine Temperatur so lange, bis der Übergang in den höheren Aggregatzustand, das **Schmelzen** bzw. das **Sieden** oder **Verdampfen** beginnt. *Während des Schmelz- bzw. Verdampfungsvorgangs bleibt die Temperatur trotz fortgesetzter Wärmezufuhr so lange unverändert, bis der feste Körper völlig flüssig, der flüssige völlig gasförmig geworden ist.* „Die während des Schmelz- oder Siedevorganges vorhandene konstante Temperatur nennt man **Schmelz-** bzw. **Siedetemperatur.**“ Die ganze während des Überganges von einem in den anderen Aggregatzustand dem Körper zugeführte Wärme ist in dem Körper scheinbar spurlos, d. h. ohne Wirkung auf das Thermometer, verschwunden. „Man nennt (latente, d. h. verborgene) **Schmelzwärme** bzw. **Verdampfungswärme** diejenige Wärmemenge, welche zur Überführung einer **kg**-Masse irgend eines Stoffes in den nächsthöheren Aggregatzustand bei der Schmelz- bzw. Siedetemperatur nötig ist.“

Nach den Anschauungen der mechanischen Wärmetheorie wird die Schmelzwärme im festen Körper dazu verbraucht, um den Zusammenhang der Moleküle zu lockern, die Verdampfungswärme im flüssigen Körper aber dazu, um die Kohäsion vollständig aufzuheben. In jedem Falle wird also von der Wärme eine **innere Arbeit** im Körper geleistet und daher keine Temperaturerhöhung bewirkt.

Schmelztemperaturen ϑ und Schmelzwärmen W in kcal.

	ϑ	W		ϑ	W
Blei	325° C	5,86 kcal	Phosphor	44,2°	5,03 kcal
Cadmium	320,7°	13,66 „	Platin	1744°	27,1 „
Eis	0°	79,25 „	Quecksilber	—38,85°	2,82 „
Eisen (graues Roheisen)	11—1200°	23 „	Schwefel	115°	9,37 „
Eisen, reines	1600°	33 „	Silber	960°	21,07 „
Glas	1000°	—	Wachs	61,8°	42,3 „
Kupfer	11—1200°	43 „	Wismut	266,8°	12,64 „
Paraffin	52,4°	35,1 „	Zink	420°	28,13 „
			Zinn	228°	13,31 „

Siedetemperaturen Θ (bei 760 mm Druck) und Verdampfungswärmen V in kcal.

	Θ	V		Θ	V
Schwefeläther	34,9° C	90,45 kcal	Schwefel	448,4°	362,0 kcal
Alkohol	78,2°	208,9 „	Sauerstoff, flüssig	—184°	—
Benzol	80°	92,9 „	Stickstoff	—193°	—
Blei	um 1500°	—	Wasser	100°	537 „
Kohlensäure, flüssig	—78°	56,25 „	Zink	950°	—
Quecksilber	357,25°	62,0 „	Zinn	um 1500°	

§ 171. **Gefrieren und Kondensation.** Durch fortgesetztes Abkühlen (Wärmeentziehung) wird ein flüssiger Körper fest, er gefriert oder erstarrt. **Während des Erstarrens bleibt die Temperatur konstant (Gefrier- oder Erstarrungstemperatur),** da dem Körper nur die latente Schmelzwärme entzogen wird.

Die Gefriertemperatur ist mit wenigen Ausnahmen (Fette) dieselbe wie die Schmelztemperatur.

Desgleichen wird bei **Kondensation** eines Dampfes zur Flüssigkeit durch Druck oder Abkühlung die latente Verdampfungswärme wieder frei.

Aufgaben. 285. Welche Arbeitsleistung würde der Wärmemenge entsprechen, welche nötig ist, um 1 kg Wasser von 0° in Dampf von 100° zu verwandeln? [271999 mkg.]

286. Wie dick könnte eine den Erdball umgebende Eisrinde von 0° sein, welche durch die der Erde jährlich zugestrahlte Wärme geschmolzen wird, wenn die Oberfläche der Erde 9261238 Quadratmeilen (1 Meile = 7420 m) beträgt? [54 m.]

287. Wieviel kg beste Kohle wären notwendig, um 10 kg Eis von —15° C in Wasserdampf von 100° zu verwandeln? [0,82 kg.]

288. Welche Endtemperatur erhält man bei Mischung von 2 kg Eis von 0° (W = 80 Kal.) und 3 kg Wasser von 90°? [22° C.]

289. Wieviel kg Blei von 0° können mit derjenigen Wärmemenge geschmolzen werden, welche 1 kg Platin zugeführt werden muß, um es bei einer Anfangstemperatur von 0° zu verflüssigen? [5,215 kg.]

290. [R. 1908.] In Wasser von 0° wird eine auf — 20° C abgekühlte Kugel aus Eisen von 200 g gebracht. Wieviel g Wasser werden durch die kalte Kugel in Eis verwandelt? Spezifische Wärme des Eisens 0,11. [§ 170, 171, 166; 5,5 g.]

291. [R. 1906.] Eine Kugel von 19,62 kg Gewicht verläßt das 2 m lange Geschützrohr in horizontaler Richtung mit 400 m sec^{-1} Geschwindigkeit und bohrt sich in einen Eisblock. Die Temperatur sei durchweg zu 0° C angenommen. Man bestimme: 1. Die Triebkraft der Pulvergase und die Beschleunigung; 2. die Menge Schmelzwasser, die sich auf Kosten der mechanischen Energie bilden kann. [§ 80, 75, 100, 196, 170; 80000 kg; 40000 m sec^{-2}; 4,684 kg.]

§ 172. **Änderung des Schmelzpunktes durch andere Körper.** *Die Schmelztemperatur eines Stoffes kann durch Beimengung anderer Stoffe wesentlich geändert werden.* So zeigen Metallegierungen meistens eine tiefere Schmelztemperatur als selbst das niedrigst schmelzende Metall in der Legierung, z. B. das Schnellot der Spengler (5 Teile Blei, 1 Teil Zinn) 194° C, das Wood-Metall (4 Teile Wismut, 2 Blei, 1 Zinn, 2 Cadmium) 66° C.

§ 173. **Änderung des Schmelzpunktes durch Druck.** *Durch Druck wird die Schmelztemperatur eines Körpers erhöht oder erniedrigt, je nachdem sich der Körper beim Schmelzen ausdehnt* (fast alle Körper) *oder zusammenzieht* (nur bei Eis und Wismut). So wird Eis, welches beim Schmelzen sein Volumen verringert, durch bedeutenden Druck flüssig, nach Aufhören des Druckes wieder fest (Regelation des Eises). Getrennte Eisstücke können daher durch Druck miteinander vereinigt werden (Schneeballen). Für 1 Atm. Druck erniedrigt Eis seine Schmelztemperatur um 0,0075° C, bei 1000 Atm. Druck muß also Eis von 0° flüssig sein, da die Schmelztemperatur für diesen Druck — 7,5° C beträgt. Mousson hat im Jahre 1858 Eis von — 20° C durch genügend starken Druck in eine Flüssigkeit verwandelt.

§ 174. **Kältemischungen.** Bei der Auflösung eines festen Körpers in einem Lösungsmittel geht der feste Körper in den flüssigen Aggregatzustand über. Während der Auflösung muß für je 1 kg des Stoffes eine bestimmte Menge Wärme **(Lösungswärme)** von einer Wärmequelle zugeführt werden, damit die Temperatur sich nicht ändert. Tritt nun aber beim Auflösen eines festen Körpers in einer Flüssigkeit keine Wärmezufuhr von außen und auch keine chemische Bindung durch Aufnahme von Kristallwasser ein, so entnimmt der feste Körper die zu seiner Verflüssigung notwendige Lösungswärme aus dem Lösungsmittel, so daß die Flüssigkeit sich abkühlt. Es ergibt sich demnach: *Durch Auflösung und Mischung geeigneter, insbesondere leichtlöslicher Körper, kann man bedeutende Temperaturerniedrigung erzielen.* So erniedrigt sich die Temperatur bei Mischung von 100 Teilen Wasser mit 75 Teilen Natriumnitrat um 18,5°, von gleichen Gewichtsteilen von Kochsalz und Schnee, welche dabei beide flüssig werden, auf — 21,3°, von 70 Teilen kristallisiertem Chlorcalcium mit 100 Teilen Schnee auf — 55°. Derartige Mischungen nennt man **Kältemischungen.**

Übungen. a) Ermittelung der Schmelztemperaturen von Paraffin und von unterschwefligsaurem Natron und Anfertigung eines Zeit-Temperaturdiagramms. — b) Messung der Schmelzwärme von Eis durch Einbringen eines abgewogenen Eisstückes in ein mit einer gemessenen Wassermenge gefülltes Kalorimeter. — c) Feststellung der Lösungswärme von Salmiak durch Abwiegen von Salmiak und Wasser, sowie durch Ermittelung von Anfangs- und Endtemperatur im Kalorimeter.

§ 175. **Verdunsten.** „Den bei jeder Temperatur und ohne besondere Wärmezufuhr **nur an der Oberfläche** vor sich gehenden Übergang einer Flüssigkeit in den gasförmigen Zustand nennt man **Verdunsten.**“ *Die Verdunstung erfolgt bei jeder Temperatur und zwar um so rascher, je höher die Temperatur der Flüssigkeit ist.* Flüssigkeiten, welche bei gewöhnlicher Temperatur nur wenig von ihrem Siedepunkt entfernt sind, sind daher sehr flüchtig. **Aus einem offenen Gefäß verschwindet infolge Verdunstung die Flüssigkeit schließlich vollständig.**

Es kann nämlich nach der Anschauung der mechanischen Wärmetheorie ein in der Flüssigkeitsoberfläche befindliches Molekül durch günstig zusammenwirkende Stöße der Nachbarmoleküle aus der Flüssigkeitsoberfläche herausgeschleudert werden und nicht mehr zu ihr zurückkehren. Ein solches Teilchen geht dann als Dampfmolekül in die Luft über und nimmt notwendig einen Teil der Bewegungsenergie der Flüssigkeit mit sich fort (§ 179).

§ 176. **Gesättigter und ungesättigter Dampf.** *Bei einer in abgeschlossenem Raume verdunstenden Flüssigkeit hört die Verdunstung auf, wenn der Raum für die jeweilige Temperatur mit Dampf gesättigt ist.* Bei Temperaturerhöhung tritt neuerdings Verdunstung ein, bis der Raum für die neue Temperatur wieder mit Dampf gesättigt ist. Jede Volumeneinheit des Raumes kann also bei einer bestimmten Temperatur nur eine ganz bestimmte, als **Sättigungsmenge** bezeichnete Dampfmenge in sich aufnehmen. Man erklärt sich dieses Verhalten so, daß dann zwischen der Flüssigkeit und dem Dampf ein Gleichgewichtszustand herrscht, wobei in der Zeiteinheit ebensoviele Moleküle aus der Flüssigkeit herausgeschleudert werden als Dampfmoleküle zur Flüssigkeit zurückkehren.

Wird gesättigter Dampf abgekühlt oder komprimiert, so tritt Kondensation zur Flüssigkeit ein, bis der Dampfraum bei der neuen Temperatur oder seinem jetzigen Volumen wieder mit Dampf gesättigt ist.

Nicht gesättigten Dampf nennt man auch **überhitzt.** Überhitzter Dampf folgt bei Druckänderung, aber gleichbleibender Temperatur dem Mariotteschen, bei gleichzeitiger Druck- und Temperaturänderung dem Gay Lussac-Mariotteschen Gesetz, bis er auf seinem Sättigungspunkt angelangt ist.

Zur Ermittelung der in einem bestimmten Raum enthaltenen Menge nicht gesättigten Dampfes muß man das spezifische Gewicht des Dampfes, die sog. Dampfdichte, kennen. „Man versteht unter Dampfdichte (gleichbleibend für jeden Druck und jede Temperatur) die Verhältniszahl zwischen dem Gewicht des

Dampfes zum Gewicht einer volumengleichen Luftmenge von gleichem Druck und gleicher Temperatur, wie sie der Dampf aufweist.“ Ist also p das Gewicht des Dampfes, der das Volumen v, den Druck b und die Temperatur t haben möge, und ist λ das entsprechende Luftgewicht, so ist die Dampfdichte $\delta = \frac{p}{\lambda}$. Nun hat aber nach dem Gay Lussac-Mariotteschen Gesetz (§ 161) eine Luftmenge, welche bei 0° und einem Druck $b_0 = 760$ mm das Volumen v_0 und das spezifische Gewicht $s_0 = 0{,}001293$, also das Gewicht $\lambda = 0{,}001293\, v_0$ hat, bei t^0 und dem Druck b das Volumen $v = \frac{760}{b}\, v_0\, (1 + \gamma t)$. Es ist also das Luftgewicht $\lambda = 0{,}001293\, v_0 = \frac{b}{760} \cdot \frac{v}{1 + \gamma t} \cdot 0{,}001293$. Daher ist die Dampfdichte des überhitzten Dampfes vom Gewichte p gegeben durch

$$\delta = \frac{p}{\lambda} = \frac{p}{v} \cdot \frac{760}{b} \cdot \frac{1 + \gamma t}{0{,}001293}.$$

Demgemäß sind die in der Tabelle § 22 angegebenen spezifischen Gewichte der Gase bezogen auf Luft = 1 zugleich die Dampfdichten dieser Stoffe. Weitere Dampfdichten sind für die Dämpfe von

Alkohol	1,603	Benzol	2,770	Quecksilber	6,976	Schwefelkohlenstoff	2,645
Ammoniak	0,589	Jod	8,716	Schwefeläther	2,565	Wasser	0,622

Ein mit Wasserdampf erfüllter Raum enthält also ein 0,622 mal so großes Gewicht an Wasserdampf, als die in diesem Raume enthaltene Luft bei gleichem Druck und gleicher Temperatur wiegen würde.

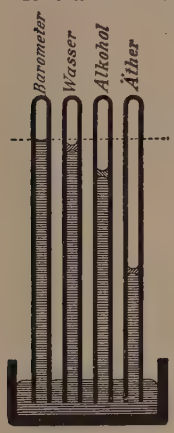


Abb. 186. Spannkraft gesättigten Dampfes.

§ 177. **Maximum der Spannkraft eines Dampfes.** Läßt man in das Torricellische Vakuum mehrerer Barometer (Abb. 186) kleine Mengen verschiedener Flüssigkeiten aufsteigen, so tritt rasch Verdunstung bis zur Sättigung ein. Das Quecksilber steht dann, abgesehen von dem ganz geringen Druck der überschüssigen Flüssigkeit, jeweils um einen bestimmten Betrag niedriger als im gewöhnlichen Barometer. Es ergibt sich also: *Gesättigter Dampf übt bei jeder Temperatur einen ganz bestimmten Druck aus (Sättigungsdruck oder Maximum der Spannkraft).* Derselbe wächst wie die Sättigungsmenge mit steigender Temperatur.

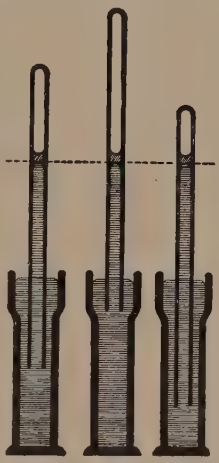


Abb. 187. Verhalten gesättigten Dampfes.

Ändert man für irgend einen gesättigten und mit einer genügenden Flüssigkeitsmenge in Berührung stehenden Dampf bei stets gleichbleibender Temperatur den Rauminhalt, so tritt bei Volumenvergrößerung neue Verdunstung, und zwar wieder bis zur Sättigung, bei Volumenverminderung dagegen Kondensation ein. Das Quecksilber im Barometerrohr behält dabei seine Höhe unverändert bei (Abb. 187);

es gilt also: *Die Spannkraft gesättigten und mit seiner Flüssigkeit in Berührung bleibenden Dampfes ändert sich bei Volumenänderung nicht.*

Spannkraft gesättigter Dämpfe in mm.

°C	Wasser	Alkohol	Schwefeläther	°C	Wasser	Alkohol	Schwefeläther
— 10	2,1	6,5	113	50	92,0	214,9	1270
0	4,6	12,2	185	60	148,8	350,2	1728
10	9,2	24,1	286	70	233,1	541,2	2302
20	17,4	44,0	442,4	80	354,6	811,8	2991
30	31,6	78,4	636	90	525,5	1188,4	3898
40	54,9	133,4	921,2	100	760,0	1692,3	4859

§ 178. **Sieden, Abhängigkeit der Siedetemperatur vom Druck.** Gewöhnlich bringt man eine Flüssigkeit dadurch zum Sieden, daß man sie mit einer Wärmequelle erhitzt. Es ergibt sich: *Die Dampfbildung beim Sieden einer Flüssigkeit erfolgt in der ganzen Masse unter Bildung von Dampfblasen in ihrem Innern und unter aufwallender Bewegung der freien Oberfläche* (Abb. 188). Die über dem Siedegefäß sich bildende Wolke besteht aus Flüssigkeitströpfchen. Denn durch die mögliche Ausdehnung in der Höhe tritt Abkühlung und dadurch Kondensation ein. — Man kann aber auch im luftleeren Raume Wasser, Alkohol, Schwefeläther usw.) bei Zimmertemperatur oder durch Handwärme (Wasserhammer, Pulshammer) zum Sieden bringen. Erwärmtes Wasser in einem verschlossenen Ballon kommt zum lebhaften Sieden (Abb. 189), wenn man durch Aufgießen von kaltem Wasser oder Schwefeläther eine Abkühlung und Kondensation seines Dampfes, also eine Druckverminderung erzielt. Demnach läßt sich sagen:

Abb. 188. Sieden.

Abb. 189. Abhängigkeit des Siedens vom Druck.

1. *Eine Flüssigkeit siedet stets dann, wenn der von ihrem gesättigten Dampf ausgeübte Druck (Spannkraft des Dampfes) gleich dem auf der Flüssigkeitsoberfläche lastenden Druck ist.*

2. *Die Siedetemperatur einer Flüssigkeit ist von dem auf ihrer Oberfläche lastenden Druck abhängig und ändert sich im gleichen Sinne wie der Druck.*

Die in Tabellen angegebenen Siedetemperaturen von Flüssigkeiten (§ 170) beziehen sich stets, wenn nichts anderes bemerkt ist, auf einen Druck von einer normalen Atmosphäre (760 mm).

Die Abhängigkeit der Siedetemperatur des Wassers vom Atmosphären-

druck muß bei Bestimmung des Siedepunktes von Quecksilberthermometern beachtet werden und ist daher durch genaue Versuche festgestellt worden.

So hat man bei

einem Barometerstand von	700	710	720	730	740	750	**760**	770	780 mm
eine Siedetemperatur von	97,714	98,106	98,494	98,877	99,256	99,630	**100,00**	100,366	100,728° C

In vollständig abgeschlossenen Gefäßen (Dampfkochtopf, Dampfkessel) siedet das Wasser infolge der Druckvermehrung durch die Dampfbildung bei bedeutend höheren Temperaturen.

So hat man bei

einem Druck von . . .	1	2	3	4	5	10 Atmosphären
eine Siedetemperatur von	100	120,6	133,9	144,0	152,2	180,3° C.

Übungen. a) Ermittle durch Anwendung eines Wasserbades die Siedetemperatur von Alkohol und Schwefeläther! — b) Ermittle die Siedetemperatur am Versuchstage und vergleiche dieselbe mit den Temperaturen, welche sich an verschiedenen Stellen innerhalb des siedenden Wassers selbst ergeben!

§ 179. **Verdunstungskälte.** Befeuchtet man das Gefäß eines Thermometers mit Schwefeläther, so zeigt das Thermometer infolge der lebhaften Verdunstung des Schwefeläthers eine beträchtliche Temperaturabnahme. — Sorgt man ferner durch eine Luftpumpe dafür, daß der aus einer Flüssigkeit gebildete Dampf rasch abgesaugt wird, so tritt infolge der beständigen Verdunstung eine bedeutende Abkühlung ein. Saugt man z. B. die Dämpfe von Schwefeläther, welcher in einem Probierröhrchen P (Abb. 190) enthalten ist, mit einer Wasserluftpumpe rasch ab, so kann man das in einem äußeren Gefäß G befindliche Wasser zum Gefrieren bringen. Es ergibt sich daher:

Abb. 190. Eiserzeugung durch Verdunstungskälte.

Eine ohne Wärmezufuhr verdunstende Flüssigkeit kühlt sich ab, sie erzeugt Verdunstungskälte.

Nach der Vorstellung der mechanischen Wärmetheorie nehmen die von einer verdunstenden Flüssigkeit wegfliegenden Moleküle einen Teil der Bewegungsenergie der Flüssigkeit mit fort, so daß die zurückbleibleibende Flüssigkeit einen geringeren Wärmeinhalt, also niedrigere Temperatur bekommt. — Zur Erzeugung von Verdunstungskälte wird bei den **Eismaschinen** (Abb. 191) flüssiges Ammoniak (nach Linde)[1]) oder

1) Karl v. Linde (geb. 1842) ist Professor an der Technischen Hochschule in München (§ 180.)

eine Mischung von flüssiger schwefliger Säure und Kohlensäure (nach Pictet) durch Luftpumpen zur raschen Verdunstung und dadurch auf etwa — 8° C gebracht. Die abgesaugten Dämpfe werden behufs Wiederverwendung durch die zugleich als Kompressoren wirkenden Luftpumpen wieder zur Flüssigkeit verdichtet. Zur Verflüssigung und zur Wegnahme der Kompressionswärme reicht Wasserkühlung aus. Durch die entstehende Verdunstungskälte wird zunächst eine in beständiger Zirkulation erhaltene Salzlösung auf — 8° C abgekühlt. In diese stellt man dann in besonderen Gefrierbehältern mit Wasser gefüllte Blechgefäße zur Eiserzeugung ein. Da die Salzlösung in den Gefrierbehältern durch die Wärmeabgabe des Wassers sich erwärmt, muß sie durch Verdunstungskälte immer wieder auf — 8° C gebracht werden. (Verwendung von Eismaschinen in Brauereien, Kühlanlagen, Schlachthäusern.)

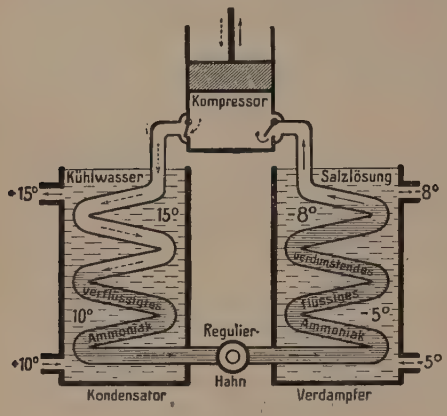


Abb. 191. Eismaschine.

§ 180. **Verflüssigung der Gase.** Schon 1823 gelang es Faraday und Davy (§ 186 und 216), eine Reihe von Gasen wie Chlor, Schwefeldioxyd, Kohlensäure, Cyan, Stickoxydul, Ammoniak zu verflüssigen. Das Verfahren bestand darin, die Gase in einer winklig gebogenen, beiderseits zugeschmolzenen Glasröhre zu entwickeln und durch ihren eigenen Druck unter Abkühlung des einen Rohrendes mit einer Kältemischung zu verdichten. Später (1845) benützte Faraday die unter Anwendung einer Luftpumpe mit einem Gemisch von fester Kohlensäure und Schwefeläther erzeugte Verdunstungskälte von — 110° zur Gasverflüssigung. Den Grund, warum Luft, Sauerstoff, Stickstoff, Wasserstoff nicht verdichtet werden konnten, erkannte Andrews (1869), der durch Untersuchungen an der Kohlensäure das nachher auch für andere Dämpfe bestätigte Gesetz fand: *Für jedes Gas gibt es eine bestimmte Temperatur (kritische Temperatur), oberhalb deren es durch keinen noch so starken Druck zur Flüssigkeit verdichtet werden kann.* So ist für

	Kohlendioxyd	Luft	Sauerstoff	Stickstoff	Wasserstoff	Helium
die kritische Temperatur	+ 31	— 142	— 119	— 146	— 240	— 268° C
der kritische Druck . .	73	38	51	35	12,8	2,3 Atm.

Je tiefer man aber ein Gas unter die kritische Temperatur abkühlt, durch desto geringeren Druck kann es kondensiert werden. Die als Gase

bezeichneten Körper sind also nichts weiteres als **Dämpfe**, welche bei gewöhnlicher Temperatur weit von ihrem Sättigungszustande oder weit von ihrer kritischen Temperatur entfernt sind. Man kann daher jeden gasförmigen Körper oberhalb der kritischen Temperatur als Gas, unterhalb derselben als Dampf bezeichnen.

Unter Berücksichtigung dieses Verhaltens haben Pictet in Genf und Cailletet in Paris 1877 fast gleichzeitig durch **stufenweise Benützung immer bedeutenderer Verdunstungskälte** (— 110° durch Verdampfen von flüssigem Äthylen), sowie durch gleichzeitig wirkendes plötzliches Nachlassen der hohen Drucke (3—600 Atm.), unter denen die Gase standen, also **durch plötzliche Entspannung** (s. § 169) zuerst die früher als permanent bezeichneten Gase, Sauerstoff und Stickstoff und angeblich auch Wasserstoff verflüssigt.

Durch rasches Verdunsten von festem Stickstoff hat 1895 Olszewski die Temperatur von — 225° C erzielt. Durch Siedenlassen von flüssigem Wasserstoff unter Atmosphärendruck hat derselbe dann die Temperatur von — 243° C, und 1896 bei Helium nach Abkühlung auf — 214° und durch rasche Entspannung von 140 auf 1 Atmosphäre die Temperatur von — 264° C erreicht. Auch 1905 gelang es demselben nicht, durch Abkühlung des Heliums auf — 259° C mit bei 50 mm Druck erstarrtem Wasserstoff und unter Anwendung einer Entspannung von 180 auf 1 Atmosphäre eine Verflüssigung dieses Gases zu erhalten. Helium ist also das permanenteste Gas; es ist jedoch 1909 durch Kammerlingh-Onnes in Leiden bei — 268,5° C zur Flüssigkeit verdichtet worden. Durch rasches Verdampfen von flüssigem Helium bei nur 1,2 mm Druck erzielte dieser 1911 die tiefste bis jetzt künstlich erzeugte Temperatur von — 271,5° C.

Das von Linde 1895 (und etwas später auch von Hampson in England) angegebene Verfahren zur Gasverflüssigung benützt die von W. Thomson beobachtete Erscheinung, daß ein auf hohen Druck gebrachtes Gas, welches durch ein enges Metallrohr in einen Raum mit beträchtlich niedrigerem Druck ausströmt, infolge einer inneren Arbeitsleistung sich abkühlt (Thomsoneffekt). Das entspannte Gas von niedriger Temperatur wird nach Linde im sog. **Gegenstromapparat** (drei ineinander steckende Kupferrohre von 100 m Länge) dem zuströmenden Gas von hohem Druck entgegengeführt und zu dessen Abkühlung benützt. Sodann wird dasselbe durch einen Kompressor wieder auf hohen Druck gebracht, neuerdings dem inneren Rohr des Gegenstromapparates zugeführt und entspannt usw. Durch diesen ständigen Kreislauf im Gegenstromapparat kühlt sich schließlich das Gas selbsttätig bis zur Verflüssigungstemperatur ab und geht teilweise in den flüssigen Zustand über.

Das Verfahren wird praktisch zur Verflüssigung atmosphärischer Luft verwertet, indem die von außen angesaugte Luft in einem zweistufigen Kompressor (Abb. 192) zuerst auf 16, dann auf 200 Atm. komprimiert und nach Vorkühlung in einem mit

Kältemischung gefüllten Behälter VV dem innersten Rohr des Gegenstromapparates zugeführt wird. Nach Durchlaufen dieses Rohres strömt die Luft durch den Regulierhahn R_1 in das mittlere Rohr des Gegenstromapparates, entspannt sich dabei von 200 auf 16 Atm. und geht, durch die Entspannung beträchtlich abgekühlt,

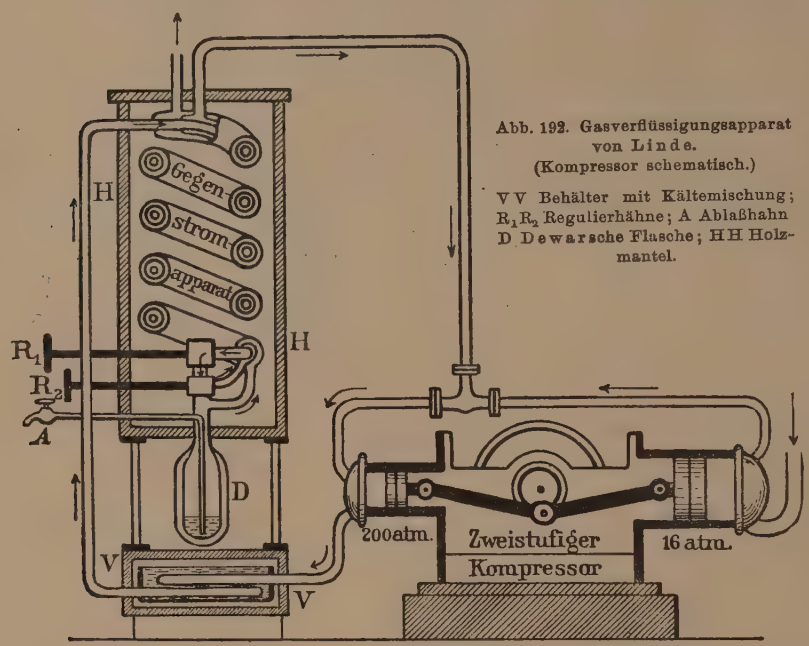


Abb. 192. Gasverflüssigungsapparat von Linde. (Kompressor schematisch.)

VV Behälter mit Kältemischung; R_1R_2 Regulierhähne; A Ablaßhahn D Dewarsche Flasche; HH Holzmantel.

in entgegengesetzter Richtung wie im innersten Rohr wieder zum Kompressor, wo sie wieder auf 200 Atm. verdichtet wird. Ist man so nach etwa $1^1/_2$—2 h unter die kritische Temperatur der Luft (— 140° C) heruntergekommen, was durch Thermoelemente (§ 304) festgestellt wird, so wird der Regulierhahn R_2 geöffnet, wodurch die Luft von 16 Atm. auf 1 Atm. entspannt, auf — 191° C abgekühlt und bei Atmosphärendruck zum Teil verflüssigt wird, zum Teil durch das äußere Rohr des Gegenstromapparates entweicht. Die verflüssigte Luft sammelt sich in der doppelwandigen Dewarschen Flasche D an, aus welcher sie durch den Ablaßhahn A entfernt werden kann. Die Dewarsche Flasche ist im Hohlraum zwischen den beiden Glaswänden möglichst vollkommen luftleer und schützt durch diese Luftleere den Inhalt der Flasche so vollständig gegen Wärmezufuhr von außen, daß sie frei sichtbar angebracht werden kann. Der ganze Gegenstromapparat ist mit einem mit roher Schafwolle gefüllten Holzmantel HH zum Schutz gegen Wärmeaufnahme umgeben. (Verwendung der flüssigen Luft für Sauerstoffgewinnung zum Löten und Schweißen und für medizinische Zwecke.)

Aufgaben. 292. In einem durch einen Kolben abgeschlossenen Zylinder befindet sich ungesättigter Wasserdampf. Wie kann man eine Kondensation des Dampfes erzielen? Wie verhält sich derselbe bei Änderung von Volumen und Temperatur? [§ 176, 177, 160, 161.]

293. Was bewirkt die von einer Flamme gelieferte Wärme beim Erhitzen von Eis bis zur eintretenden Verdampfung? [§ 170, 175, 178.]

294. Kann mit einem genauen Thermometer durch Siedenlassen von Wasser eine Luftdruckbestimmung ausgeführt werden? [§ 178.]

295. Aus welchem Grunde fühlt man beim Begießen der Hand mit Alkohol oder Schwefeläther eine starke Abkühlung? Warum verdunsten Alkohol, Schwefelkohlenstoff, Schwefeläther bei gewöhnlicher Temperatur rascher als Wasser? [§ 175, 179.]

296. Wie unterscheidet sich das Verhalten einer Flüssigkeit, wenn sie in freier Luft oder in abgeschlossenem Raume verdunstet? [§ 175, 176, 177, 179.]

297. Warum kommt Wasser in einem zugedeckten Topfe eher zum Sieden als in einem offenen? [§ 175, 177, 179.]

298. Warum wirkt im Hochsommer Zugluft trotz ihrer hohen Temperatur erfrischend und abkühlend auf die schweißbedeckte Haut? [§ 175, 179.]

299. Warum kühlt sich ein heißes Getränk durch Daraufblasen ab? Warum ist ferner die bei weitgeöffnetem Munde ausgehauchte Luft warm, die aus enger Mundöffnung ausgeblasene dagegen kühl? [§ 175, 179, 169.]

D. Verwendung der Wärme zur Arbeitsleistung.

§ 181. **Dampfmaschine.** Der bedeutende Druck des in abgeschlossenen Gefäßen **(Dampfkessel)** entwickelten Wasserdampfes dient bei der **Dampfmaschine**[1]) (Watt 1765) als bewegende Kraft.

Der Dampf wird in einem starkwandigen **Dampfkessel** K (Abb. 193) erzeugt. Dieser ist zur Sicherung des Betriebes mit einem nach dem Prinzip der kommunizierenden Röhren wirkenden Wasserstandszeiger W, einem Manometer M und einem Sicherheitsventil S versehen. Eine dampfdicht verschlossene Öffnung, das Mannloch L, dient zum Reinigen des Kessels von Kesselstein, da dessen Absatz aus kalkhaltigem Wasser eine schlechte Ausnützung des Feuerungsmaterials, sowie infolge Glühendwerdens der Kesselwände Explosionsgefahr verursacht. Eine Speisepumpe (eine von der Maschine selbst in Tätigkeit gesetzte Druckpumpe) besorgt die Erneuerung des verbrauchten Kesselwassers. Die Feuerung umspült entweder den ganzen Kessel (Walzenkessel), oder sie ist nur einerseits angebracht und die heißen Feuergase streichen durch Röhren, welche in den Kessel eingesetzt und von Wasser umgeben sind (Flammrohrkessel). Endlich können auch mit dem Wasserraum des Kessels kommunizierende Röhren direkt in den Feuerraum eingelagert sein (Siederohrkessel).

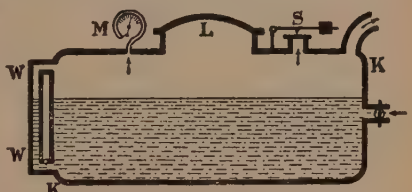


Abb. 193. Dampfkessel.

Der Dampf bewegt bei der **Dampfmaschine** (Abb. 194) durch seinen Druck den im Zylinder C verschiebbaren Kolben K, dessen Kolbenstange S mittels eines Gelenkes (Scharnier) G die Pleuelstange P faßt. Letztere bewirkt, an der Kurbel angreifend, die Drehung der Achse des Schwungrades R. Um den Dampf abwechselnd von der einen und

1) Die erste Dampfmaschine mit nur einseitiger Wirkung des Dampfes baute Papin, Professor in Marburg, zu Ende des 17. Jahrhunderts und verwendete sie bei einem Dampfboot; gleichfalls einseitig wirkende Dampfmaschinen führten 1705 Savery und Newcomen in England aus. James Watt (1736—1819) ist der Erfinder der doppelt wirkenden Dampfmaschine.

anderen Seite her auf den Kolben wirken zu lassen, befindet sich am Zylinder der Schieberkasten SK mit dem Verteilungsschieber V. Letzterer erhält durch die Schieberstange und den auf der Achse des Schwungrades sitzenden Exzenter E eine geradlinige, hin und her gehende Bewegung. Ein Zentrifugalregulator (Abb. 195) erzielt im Verein mit dem Schwungrad einen gleichförmigen Gang der Maschine. Die an Gelenkstangen angebrachten schweren Kugeln K′

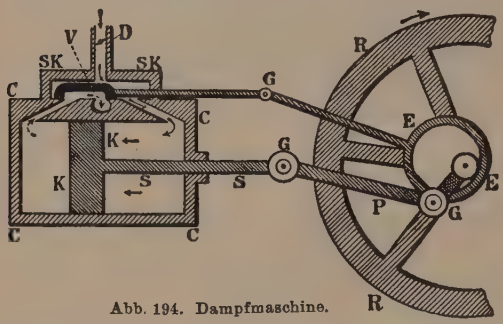


Abb. 194. Dampfmaschine.

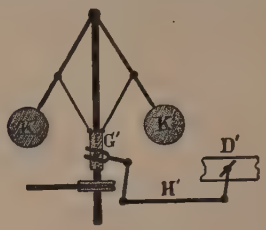


Abb. 195. Zentrifugalregulator.

des Regulators entfernen sich nämlich bei zunehmender Umlaufsgeschwindigkeit mehr und mehr von ihrer Drehungsachse. Hierdurch wird ein Gleitstück G′ gehoben und ein Ventil, das Drosselventil D′ (s. auch D Abb. 194) zugedreht. Dieses ist mit den Gelenkstangen des Regulators durch einen Hebel H′ verbunden und in das zum Zylinder führende Dampfzuleitungsrohr eingesetzt.

§ 182. **Verschiedene Arten der Dampfmaschinen.** Die Dampfmaschinen arbeiten entweder mit **Volldruck** (nur mehr bei Maschinen kleiner Leistung in Anwendung) oder mit **Expansion.** Im ersteren Falle ist der Dampfdruck während der ganzen Kolbenbewegung der gleiche. Im zweiten Falle wird der Dampf abgesperrt, nachdem der Kolben einen Teil seines Weges bei gleichbleibendem Druck zurückgelegt hat. Von da an arbeitet der Dampf mit abnehmendem Druck durch Expansion weiter. — Nach dem Betrage der Dampfspannung unterscheidet man **Hochdruck-, Niederdruck-** und **Compound-** oder **Verbund-Dampfmaschinen.** Bei der Hochdruckmaschine entweicht der Dampf, nach Ausführung seiner Arbeit durch Bewegung des Kolbens, vom Verteilungsschieber aus in die äußere Atmosphäre. Bei der Niederdruckmaschine wird der Dampf in einen großen Kaltwasserbehälter, den **Kondensator**, geleitet und dort kondensiert. Bei der Verbundmaschine endlich geht der Dampf aus einem Hochdruckzylinder von kleinem Querschnitt in einen Niederdruckzylinder von großem Querschnitt über und arbeitet in letzterem noch durch Expansion und mit Kondensation. — Hochdruckdampfmaschinen erfordern wegen des hohen Dampfdruckes von 8—12 Atmosphären Kolben von nur geringem Querschnitt und daher den kleinsten Raum. Die mit 2—3 Atmosphären Druck arbeitenden Niederdruckmaschinen beanspruchen dagegen wegen des Kondensators großen Raum.

Die Verbundmaschinen werden zur Zeit trotz ihres großen Raumbedarfs infolge ihrer günstigen Ausnützung der Dampfkraft und damit des Heizmaterials bei größeren Anlagen ausschließlich verwendet.

§ 183. **Lokomotive. Tote Punkte der Dampfmaschine. Dampfturbine.** Die **Lokomotiven** (Stephenson 1814) sind Hochdruck- oder auch Verbundmaschinen. Bei ihrer Steuerung (Abb. 196) steht der Verteilungsschieber V mit zwei um 180° gegeneinander verstellten Exzentern E_1E_2 in Verbindung. Man kann dann durch die Stephensonsche Kulisse C die Bewegung des Schiebers dem einen oder andern Exzenter übertragen und dadurch eine Vor- oder Rückwärtsbewegung der Maschine bewirken. — Wenn Kurbel, Pleuel- und Kolbenstange in einer Geraden liegen, bewirkt der stärkste Dampfdruck keine Achsendrehung (§ 61). Daher sind zur Überwindung dieser **toten Punkte** bei allen zweizylindrigen Maschinen (Verbund- und Lokomotivmaschinen) die zwei Kurbeln um einen Winkel gegeneinander verstellt. Bei Einzylindermaschinen muß das Schwungrad die Maschine über die toten Punkte hinausbewegen.

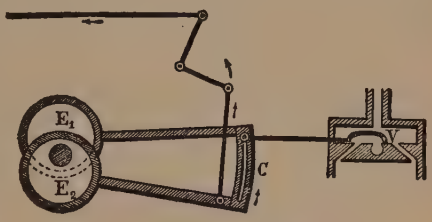


Abb. 196. Lokomotivsteuerung.

Die **Kolbendampfmaschine** wird als ortsfester Motor in Fabriken und in Elektrizitätswerken, ferner außer bei den Lokomotiven für große Handels- und Kriegsschiffe verwendet, wird aber für Antrieb von dynamoelektrischen Maschinen und Schiffen in neuerer Zeit vielfach durch die **Dampfturbine** (Parsons 1886, de Laval 1887) verdrängt. Man läßt hochgespannten Dampf gegen die halbzylindrisch gekrümmten Schaufeln von Turbinenrädern, welche in großer Zahl hintereinander auf derselben Achse befestigt sind, strömen und die Geschwindigkeit des Dampfes auf diese übertragen. Zwischen die Turbinen- oder Laufräder greifen im Gehäuse feststehende Leiträder zur Umkehrung der Strömungsrichtung des Dampfes fast bis zur Achse hinein, so daß der Dampf der Reihe nach durch die Turbinen- und Leitschaufeln strömen muß (Abb. 197). Das Durchschnittsbild Abb. 198 zeigt die Form der Turbinen- und Leitschaufeln, sowie die Bewegungsrichtung des Dampfes beim Durchtritt durch die

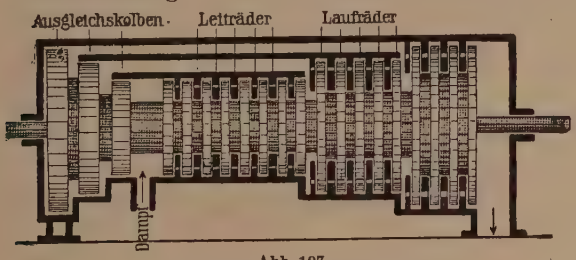


Abb. 197.
Dampfturbine von Parsons.

Abb. 198. Dampfweg in den Turbinen- und Leiträdern.

Turbinen- und Leiträder. Die in Abb. 197 als Ausgleichskolben bezeichneten Vollscheiben haben gleiche Durchmesser wie die aufeinanderfolgenden Laufrädersätze und verhindern die einseitige Verschiebung der Turbinenachse in Richtung des Dampfstromes. Der Vorteil der Dampfturbine gegenüber der Kolbendampfmaschine liegt in dem geringen Raumbedarf, in der einfachen Bauart (nur rotierende Teile), in Ersparnis an Schmiermaterial und Wartung. Die Leistung kommt derjenigen der besten Verbunddampfmaschinen gleich.

§ 184. **Gasmotor.** Bei **Gasmotoren**[1]) (Abb. 199) wird ein Gemisch aus Leuchtgas und Luft durch Vorwärtsbewegen des Kolbens K unter Vermittlung eines gesteuerten Verteilungsschiebers V aus den Rohren G und L in den Zylinder C gesaugt. Nach Kompression des angesaugten Gemenges durch Rückwärtsbewegung des Kolbens bewirkt eine Zündflamme Z (bei feststehenden Motoren) oder ein glühendes Porzellan- oder Platinrohr (Glührohrzündung von Daimler 1883) oder ein elektrischer Funken (elektrische Zündung, jetzt fast allgemein angewendet) die Explosion des Gasgemisches. Dadurch wird der Kolben K vorgeworfen und das Schwungrad S in Bewegung gesetzt. Infolge der länger anhaltenden Bewegung (Trägheit) des Schwungrades stößt dann der zurückgehende Kolben zunächst das explodierte Gasgemisch durch den mit Ventil versehenen Auspuff A aus. Nachdem sodann neuerdings Luft und Gas angesaugt und komprimiert ist, tritt erst wieder Explosion und dadurch ein neuer Antrieb für das Schwungrad ein (daher der Name Viertaktmotor). Der sich mehr und mehr erhitzende Zylinder muß durch Wasser W gekühlt werden. Bei den ähnlich wirkenden **Benzin-, Petroleum-** und **Spiritusmotoren** verwendet man statt Leuchtgas Benzin-, Petroleum- oder Alkoholdampf, der in besonderen Vergasungsapparaten (Karburatoren) erzeugt und mit Luft zu einem explosiblen Gemenge gemischt wird. Benzinmotoren werden für Kraftwagen, für Flugzeuge und Lenkluftschiffe wegen ihres geringen Gewichts bei großer Leistung verwendet (ein 140 pferdiger Flugzeug-Gnôme-Motor wiegt z. B. 140 kg).

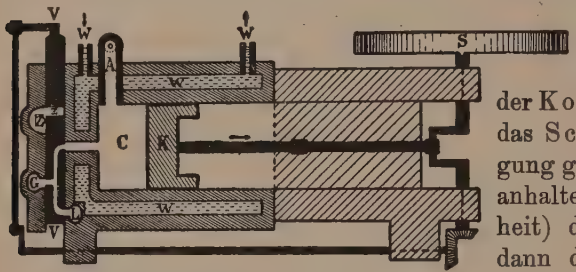


Abb. 199. Gasmotor (Horizontalschnitt).

Die Ausnützung des Brennstoffs zur Arbeitsleistung ist bei der Dampfmaschine unter allen Wärmemotoren am ungünstigsten, im besten Falle 16%, wird aber für manche Zwecke durch die Möglichkeit eines ununterbrochenen Betriebs aufgewogen. Der bessere Nutzeffekt der Explosions-

1) Als Erfinder des heutigen Gasmotors ist Otto (1832—1891), zuerst Kaufmann in Köln, im Verein mit dem Kölner Ingenieur Langen zu nennen, welche die erste Gasmotorenfabrik in Deutz bauten.

motoren mit 20—30% ist hauptsächlich bedingt durch die höhere Anfangstemperatur (etwa 1500°) gegenüber der Dampfmaschine (nur 200° C bei 15 atm Dampfdruck). Weitaus den günstigsten Wirkungsgrad (bis 35%) weisen die ähnlich wie Explosionsmotoren arbeitenden **Dieselmotoren** (Rohöl- oder Verbrennungsmotoren, Diesel 1893) auf. Die zur Verbrennung nötige Luft wird im Zylinder adiabatisch (§ 169) auf etwa 32 atm Druck verdichtet und dabei eine Temperatur von 600—800° C erzielt, so daß der in den Zylinder in feiner Verteilung eingespritzte Brennstoff (Rohöl, Paraffinöl, Teeröl, Teer) sofort entzündet und verbrannt wird (1500° C u. mehr). Wegen der Anwendbarkeit billiger Brennstoffe und der hohen Wirtschaftlichkeit wird der Dieselmotor immer häufiger für Schiffe (auch U-Boote), Schlepper, Lokomotiven und als ortsfester Motor benützt.

§ 185. **Verwandlung von Wärme in Arbeit.** Wie der durch die hohe Temperatur gesteigerte Dampfdruck bei der Dampfmaschine und der Dampfturbine bildet beim Explosionsmotor der durch die Verbrennung erhöhte Druck des explosiblen Gasgemisches die treibende Kraft der Maschine; in beiden Fällen hat man es also mit einer **Verwandlung von Wärme in mechanische Arbeit** zu tun. Während aber stets bei Umwandlung von mechanischer Arbeit in Wärme für je 427 mkg Arbeit eine Wärmemenge von 1 Kalorie erhalten wird, gewinnt man bei Verwendung einer Wärmemenge Q zur Arbeitsleistung nicht den Arbeitsbetrag 427 Q mkg wieder. Es wird vielmehr, da die absolute Temperatur der arbeitenden Substanz (Dampf, explodiertes Gasgemisch) infolge der Arbeitsleistung von einem Anfangswert T_1 nur auf einen Endwert T_2 und nicht auf die Temperatur des absoluten Nullpunktes sinkt, im günstigsten Falle die Wärmemenge $Q \cdot \frac{T_1 - T_2}{T_1}$ in Arbeit verwandelt. Die Wärmemenge $Q \cdot \frac{T_2}{T_1}$ geht, ohne Arbeit zu verrichten, an einen kälteren Körper (Kondensator, Kühlwasser, Umgebung) über. Außerdem finden noch unvermeidliche Wärmeverluste durch Leitung und Strahlung statt.

Es ergibt sich somit: *Bei jeder Verwandlung von Wärme in Arbeit geht ein nicht in Arbeit umsetzbarer Teil der Wärme von selbst zu einem kälteren Körper über* (2. Hauptsatz der mech. Wärmetheorie).

Aufgaben. 300. Welche theoretische Leistung besitzt eine Hochdruckdampfmaschine, welche mit einem Kesseldruck von 9 Atmosphären à 1 kg pro qcm arbeitet, wenn ihr Zylinderquerschnitt 4 qdm, der Kolbenweg 3 dm und die Tourenzahl 120 pro Minute beträgt? Welches ist aber die Leistung derselben Dampfmaschine, wenn die Reibungswiderstände 15% betragen? [51,2 PS; 43,52 PS.]

301. Welches wäre die Leistung derselben Dampfmaschine, wenn sie mit Kondensator arbeitet, in welchem ¼ Atmosphärendruck herrscht? [56 PS; 47,6 PS.]

302. Welche Leistung liefert eine Hochdruckmaschine, bei welcher der Kesseldruck 7 Atmosphären, der Zylinderquerschnitt 5 qdm, der Kolbenweg 3 dm und die Tourenzahl 60 pro Minute beträgt, wenn der Dampf nach ⅛ Kolbenweg mit Expansion arbeitet? [17⅞ PS].

303. Welche Leistung liefert die Dampfmaschine der vorhergehenden Aufgabe, wenn sie ohne Expansion arbeitet? [24 PS.]

304. Eine gute Dampfmaschine verbraucht pro Stunde und Pferdekraft 1 kg, eine Verbundmaschine neuester Konstruktion sogar nur 0,65 kg Kohle (Heizwert

7300 kcal). Ein guter Explosionsmotor benötigt dagegen für dieselbe Arbeitsleistung 0,4 **kg** Petroleum (10 700 kcal.), bzw. 0,32 **kg** Benzin (10 200 kcal.), 0,42 **kg** Spiritus (7200 kcal.) oder 0,5 **cbm** Leuchtgas (4900 kcal.). Wieviel Prozent der dem Heizwert des Brennmaterials entsprechenden Arbeitsfähigkeit liefern demnach die genannten Maschinen und was ergibt sich hieraus für ihre Wirtschaftlichkeit? [8,66 %; 13,33 %; 14,77 %; 19,37 %; 20,91 %; 25,81 %.]

305. Durch welche Anordnungen wird bei der Dampfmaschine eine Ersparnis an Dampf und an Heizmaterial erzielt? [§ 181, 182.]

306. Welche Vorteile und Nachteile hat der Gasmotor gegenüber der Dampfmaschine? [§ 181—184.]

307. [R. G. 1902.] Es sollen an Hand einer Zeichnung die wesentlichen Teile einer Dampfmaschine beschrieben werden. Was versteht man unter Hochdruck-, Niederdruck- und Expansionsmaschine? Wie berechnet man die Leistung von Maschinen ohne Expansion? [§ 181, 184, 58.]

308. [R. 1902.] Es sollen an der Hand einer Zeichnung die wesentlichen Teile eines Dampfkessels beschrieben und dabei die bei den einzelnen Einrichtungen in Betracht kommenden physikalischen Gesetze angegeben werden. [§ 181, 178, 110, 135.]

E. Ausbreitung der Wärme.

§ 186. **Wärmeleitung.** Die Ausbreitung der Wärme von einem warmen Körper aus nach seiner kälteren Umgebung erfolgt entweder durch **Leitung**, in Flüssigkeiten und Gasen auch durch **Konvektion**, oder durch **Strahlung** (z. B. Wärmeausbreitung von einem geheizten Ofen aus).

„Die **Fortpflanzung der Wärme** erfolgt durch **Leitung**, wenn die Erwärmung von Schicht zu Schicht von der erhitzten Stelle aus fortschreitet." Die Ausbreitung geschieht rascher oder langsamer, je nachdem der Körper ein **guter** oder **schlechter Wärmeleiter** ist. Die besten Wärmeleiter sind die Metalle und zwar Silber, Kupfer, Gold, Zink, Eisen, Platin, Quecksilber in abnehmender Güte. Schlechte Wärmeleiter sind Glas, Porzellan, Holz, Bein, Wolle, Stroh, Kork, Pelzwerk, Federn, Schnee, Flüssigkeiten und Gase, möglichst luftleere Hohlräume (Dewarsche und Thermosflasche). Körper, welche man gegen Wärmeabgabe oder -aufnahme schützen will, umgibt man mit schlechten Wärmeleitern (Glas- und Porzellangriffe an Ofentüren, Umhüllen der Bäume mit Stroh, wollene Kleidung im Winter, leinene im Sommer, Doppelfenster usw.).

Die unterschiedliche Wärmeleitungsfähigkeit der Körper läßt sich zeigen, indem man verschiedene Stäbe von gleicher Länge und gleichem Querschnitt an einem Ende auf die gleiche Temperatur erhitzt (Abb. 200).

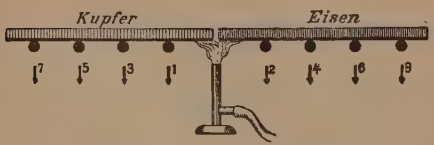


Abb. 200. Wärmeleitung von Metallen.

Mit etwas Wachs an allen Stäben angeklebte Glasperlen oder Schrote fallen um so eher ab, je besser das Material die Wärme leitet. — Infolge der guten Wärmeleitungsfähigkeit der Metalle kann man eine Flamme durch ein darein gehaltenes Drahtnetz gleichsam abschneiden (Abb. 201 a). Auch brennt eine Leuchtgasflamme nur über dem Drahtnetz (Abb. 201 b), ohne nach dem darunter befindlichen Brenner durchzuschlagen (Davysche

Sicherheitslampe[1]) für explosionsgefährliche Räume). — In einem Probeglas läßt sich ferner eine Flüssigkeit leicht am oberen Teile bis zum Sieden erhitzen (Abb. 202), ohne daß unten eine merkliche Temperatursteigerung eintritt. Ein mit einem Metallstück beschwertes Stückchen Eis oder Wachs am Boden kommt nicht zum Schmelzen. — Flüssigkeiten und Gase erwärmen sich dagegen rasch bei Erhitzung von unten her. Die zunächst erwärmten unteren Schichten werden nämlich spezifisch leichter und verbreiten durch ihr Emporsteigen rasch die Wärme in dem ganzen Körper (Luftbewegung in einem durch einen Ofen geheizten Zimmer, Luft- und Warmwasserheizung). „Die Wärmeverbreitung infolge von Strömungen nennt man **Konvektion der Wärme.**“ Ein großartiges Beispiel der Konvektion der Wärme bietet der Golfstrom, der das bis zu 30° warme Wasser des mexikanischen Golfs über den Atlantischen Ozean und an der Westküste Europas entlang führt und infolge seines bedeutenden Wärmegehaltes das Klima noch in 68° Nordbreite zum Getreidebau geeignet macht.

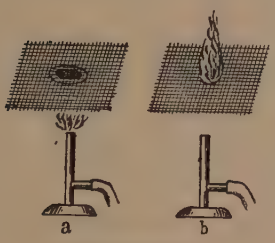


Abb. 201. Wärmeableitung durch ein Drahtnetz.

Abb. 202. Geringe Wärmeleitung durch Flüssigkeiten.

§ 187. **Wärmestrahlung.** *Die Ausbreitung der Wärme durch Strahlung geschieht vom warmen Körper aus geradlinig nach allen Richtungen im Raume.* Die Schwingungsbewegung der Moleküle eines warmen Körpers teilt sich nämlich nach den Anschauungen der mechanischen Wärmetheorie dem **Lichtäther** (§ 16) mit, welcher die erhaltene Bewegungsenergie in Form einer Wellenbewegung nach allen Richtungen (auch durch den leeren Weltenraum) überträgt. Infolge dieser Abgabe von Bewegungsenergie an den Äther kühlt sich der Wärme ausstrahlende Körper notwendig ab. Das Verhalten der Wärmestrahlen stimmt mit demjenigen der ebenfalls durch den Äther fortgepflanzten Lichtstrahlen vollkommen überein (§ 353 ff.).

§ 188. **Absorption und Reflexion der Wärmestrahlen.** Wenn Wärmestrahlen auf einen materiellen Körper auftreffen, sind je nach dessen Beschaffenheit dreierlei Wirkungen möglich, nämlich:

1. *Die Wärmestrahlen werden an der Oberfläche des Körpers zurückgeworfen (reflektiert), ohne daß der Körper selbst sich erwärmt.* (Ofenschirme, Körper mit heller und polierter Oberfläche);

2. *die Wärmestrahlen dringen in den Körper ein und werden verschluckt (absorbiert) unter gleichzeitiger Erwärmung des Körpers* (Körper mit

1) Davy (1778—1829) war Professor der Chemie an der Royal Institution in London, zuletzt Privatmann.

rauher und dunkler Oberfläche). Stellt man z. B. zwei gleiche Thermometer, von welchen das Gefäß des einen berußt ist, in gleichem Abstand von einer Flamme auf, so zeigt nach kurzer Zeit das berußte Thermometer einen höheren Stand;

3. *Die Wärmestrahlen gehen ohne merkliche Schwächung* und ohne eine Temperatursteigerung hervorzurufen *durch den Körper hindurch.*

Am vollkommensten läßt kristallisiertes Steinsalz die Wärmestrahlen hindurch, weniger und zwar in abnehmendem Betrage Glas, Schwefelkohlenstoff, Wasser, Eis, Alaun, obwohl alle diese Körper das Licht ohne merkliche Schwächung hindurchlassen.

Die am besten absorbierenden Körper strahlen auch umgekehrt am besten die Wärme aus. Körper mit dunkler rauher Oberfläche kühlen sich also rascher ab, als solche mit heller und polierter Oberfläche. Von zwei gleichen auf dieselbe Temperatur gebrachten Thermometern, deren eines berußt ist, zeigt daß berußte, welches lebhafter ausstrahlt, bald eine tiefere Temperatur.

Übungen. a) Untersuche an Stäben gleicher Form nach Abb. 200 die Wärmeleitungsfähigkeit! — b) Bringe in ein Becherglas Wasser und Sägespäne, menge gut durcheinander und untersuche die beim Erhitzen auftretenden Vorgänge! — c) Man bestimme die Abkühlungskurve für ein blankpoliertes und ein berußtes mit heißem Wasser gefülltes Metallgefäß.

Aufgaben. 309. Warum darf man, um die geringe Wärmeleitungsfähigkeit einer Flüssigkeit zu zeigen, die Flüssigkeit nicht von unten erhitzen? [§ 186.]

310. Wenn man um einen Zylinder, welcher halb aus Holz, halb aus Metall besteht, ein Stück Papier dicht herumwickelt, so verkohlt das Papier, in die Flamme gehalten, an denjenigen Stellen am raschesten, wo es auf Holz aufliegt. Wie erklärt sich diese Erscheinung?

311. Warum springen dickwandige Gläser beim Eingießen einer heißen Flüssigkeit viel leichter als dünnwandige? Warum springen Gläser auf einer heißen Metallplatte leichter als auf einer heißen Steinplatte? [§ 156, 186.]

312. Auf welche Weise erwärmt sich die Luft in einem mittels Ofen geheizten Zimmer? [§ 186, 187.].

313. Warum ist dem Landwirt eine dicke Schneedecke für seine zur Überwinterung bestimmten Saaten erwünscht? [§ 186—188.]

314. Warum tritt im Winter bei Aufklaren des Himmels nach vorhergegangenem Schneefall stets strenge Kälte ein, bei bedecktem Himmel aber nicht? [§ 185—188.]

315. Auf welche Umstände ist die in Aufgabe 304 erläuterte geringe Nutzleistung der Wärmemotoren zurückzuführen? [§ 185—188.]

F. Wärmeerscheinungen in der Atmosphäre.

§ 189. **Luftfeuchtigkeit.** Von besonderer Wichtigkeit für die Vorausbestimmung der Witterung ist es, den Wasserdampfgehalt **(Feuchtigkeitsgehalt)** der atmosphärischen Luft zu kennen. Es genügt hiefür jedoch nicht, für einen gegebenen Augenblick den wahren Dampfgehalt der Luft, die sog. absolute Feuchtigkeit, zu wissen, vielmehr muß auch die relative Feuchtigkeit bekannt sein, d. h. welchen Bruchteil der möglichen Sättigungsmenge der vorhandene Dampfgehalt ausmacht. Denn eine mit

Wasserdampf nahezu oder vollständig gesättigte Luft bedarf nur geringer Temperaturerniedrigung, um einen Teil ihres Dampfgehaltes in flüssiger oder fester Form, als Regen und Tau oder als Reif und Schnee auszuscheiden; für eine weit vom Sättigungszustande entfernte Luft sind solche Ausscheidungen unwahrscheinlich.

„Unter **absoluter Feuchtigkeit** versteht man die in 1 cbm atmosphärischer Luft vorhandene Wasserdampfmenge (m) in g. Als **relative Feuchtigkeit** bezeichnet man dagegen das in Prozenten angegebene Verhältnis der wirklichen Dampfmenge m zu der für die gegebene Temperatur möglichen Sättigungsmenge M, also $\frac{m}{M} \cdot 100$." Anstatt der Dampfmengen m und M setzt man auch häufig den wirklich vorhandenen Dampfdruck bzw. den Sättigungsdruck (Spannkraftsmaximum).

Die Sättigungsmengen M in g für 1 cbm Luft und die Sättigungsdrucke (Maximum der Spannkraft) D in mm für verschiedene Temperaturen ϑ gibt nachstehende Tabelle:

ϑ	M	D	ϑ	M	D
—10° C	2,36 g/m³	2,15 mm	20° C	17,14 g/m³	17,39 mm
— 5	3,41	3,16	25	22,83	23,55
0	4,87	4,60	30	30,08	31,55
5	6,79	6,53	35	39,58	41,83
10	9,35	9,16	40	50,67	54,91
15	12,74	12,70			

Eine bei 15° mit Wasserdampf gesättigte Luft würde z. B. 12,74 g pro cbm enthalten; bei nur 7,644 g Dampfgehalt ist eben 7,644 ihre absolute Feuchtigkeit, daher $\frac{7{,}644}{12{,}44} \cdot 100 = 60\,\%$ ihre relative Feuchtigkeit.

Aufgaben. 316. Wieviel g Wasserdampf enthält ein Zimmer von 5 m Länge, 4 m Breite und 3 m Höhe bei 15° C und einer relativen Feuchtigkeit von 80 %? [611,52 g.]

317. Wieviel g Wasser wird pro cbm atmosphärischer Luft in flüssiger Form ausgeschieden, wenn eine Mischung gleicher, mit Wasserdampf gesättigter Luftmengen von 25° C und 15° C eintritt? [0,645 g/m³.]

318. Warum und wann bildet sich unter dem Rezipienten einer Luftpumpe bei den ersten Kolbenzügen eine Wolke? [§ 169, 171, 176, 177, 189.]

319. Wie erklärt sich die starke Nebelbildung über Gewässern im Herbste? [§ 166, 175, 189.]

320. Wie entsteht Tau, wie Reif und warum entsteht solcher nicht unter Bäumen und Dächern? [§ 187—189.]

321. Wie erklärt sich die Nebelbildung über Gewässern nach einem Gewitter im Hochsommer und die Nebelbildung über Kanalöffnungen im Winter? [§ 189.]

322. Warum beschlägt sich eine Brille oder ein mit frischem Wasser gefülltes Glas in einem warmen Zimmer? Wann betauen die Fenster von innen, wann von außen? [§ 189.]

§ 190. **Hygrometer.** „Die zur Ermittelung des Feuchtigkeitsgehaltes der atmosphärischen Luft dienenden Instrumente nennt man **Hygrometer** (Feuchtigkeitsmesser)."

Diejenigen Hygrometer (griech. hygrós = feucht, métron = Meßgerät), welche nur die relative Feuchtigkeit und diese nur angenähert angeben, beruhen auf der Eigenschaft gewisser Körper, begierig Feuchtigkeit in sich aufzunehmen **(hygroskopische Körper)** und dabei ihre Form zu verändern, z. B. Getreide- und Geraniengrannen, Darmsaiten (bei Wetterhäuschen), Haare, Fischbein, Baumrinden.

Abb. 203. Haarhygrometer.

Beim **Saussure**schen **Haarhygrometer** ist ein langes, einerseits befestigtes Haar um eine mit Zeiger versehene Rolle geschlungen und durch ein Gewichtchen straff gespannt (Abb. 203). Der Zeiger wird gedreht, wenn das hygroskopische Haar durch Feuchtigkeitsaufnahme sich verlängert oder durch Feuchtigkeitsabgabe sich verkürzt. Durch Einbringen des Instrumentes in künstlich (mit konzentrierter Schwefelsäure, Chlorcalcium, Phosphorsäure) getrocknete Luft und in einen mit Wasserdampf gesättigten Raum erhält man die mit 0 und 100 bezeichneten Endstellungen des Zeigers.

§ 191. **Bestimmung der absoluten Feuchtigkeit.** Eine genaue Bestimmung der **absoluten Feuchtigkeit** erfolgt durch Hindurchsaugen einer gemessenen Luftmenge durch hygroskopische Substanzen (konzentrierte Schwefelsäure, Chlorcalcium, wasserfreie Phosphorsäure). Diese absorbieren den in der Luft enthaltenen Wasserdampf und zeigen daher eine Gewichtszunahme, welche direkt die absolute Feuchtigkeit der betreffenden Luftmenge angibt.

§ 192. **Hygrometer von Daniell.** Mittels des **Kondensationshygrometers** von Daniell[1]) bestimmt man diejenige Temperatur, bei welcher die atmosphärische Luft gerade mit Wasserdampf gesättigt ist **(Taupunktstemperatur)**. Das Hygrometer besteht aus einem **U**-förmig gebogenen Glasrohr mit angeblasenen Kugeln. Die tieferstehende Kugel ist mit einem Goldreif belegt und enthält im Innern ein Thermometer (Abb. 204). Das Hygrometer ist luftleer gemacht und enthält nur Schwefeläther dampf und in der tieferstehenden Kugel eine kleine Menge flüssigen Schwefeläthers. Ein äußeres Thermometer läßt die **Lufttemperatur** und somit aus Tabellen (§ 189) die zugehörige Sätttigungsmenge M bestimmen.

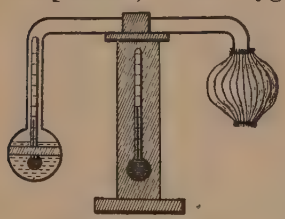


Abb. 204. Kondensationshygrometer.

Durch Befeuchten eines die obere Kugel umgebenden Musselinläppchens mit Schwefeläther entsteht Verdunstungskälte und dadurch Kondensation von Ätherdampf im Innern der Röhre. Infolge der Druckverminderung durch die Kondensation verdunstet auch der Schwefeläther in der tieferen Kugel und kühlt sich ab. Es erfolgt dann ein Betauen des Goldreifens, wenn

1) Daniell (1790—1845) war Mitglied und Sekretär der Royal Society in London (auch § 265).

die ihn umgebende Luft gerade bis zu ihrem Sättigungspunkt abgekühlt ist. Aus der in diesem Zeitpunkt vom inneren Thermometer angegebenen Taupunktstemperatur erhält man dann die absolute Feuchtigkeit m mit Hilfe einer Tabelle der Sättigungsmengen (§ 189) und daher die relative Feuchtigkeit $x = \frac{m}{M} \cdot 100\%$.

Abb. 205. Psychrometer.

§ 193. **Psychrometer von August.** Das **Psychrometer** (griech. psychrós = kühl, naßkalt) von August besteht aus zwei nebeneinander aufgehängten empfindlichen Thermometern (Abb. 205). Das Gefäß des einen, des sogen. nassen Thermometers N, ist mit einem in Wasser tauchenden Musselinläppchen umgeben, so daß es beständig feucht ist. Die Verdunstung am nassen Thermometer ist lebhaft oder gering, je nachdem die umgebende Luft wenig oder viel Wasserdampf enthält. Aus der infolge Verdunstungskälte eintretenden Temperaturdifferenz des trockenen und nassen Thermometers (T und N, Abb. 205) kann man den Feuchtigkeitsgehalt der Luft mit besonderen Tabellen (Psychrometertabellen) ermitteln.

Übungen. a) Ermittelung der Taupunktstemperatur des Arbeitsraumes durch Erzeugung von Verdunstungskälte in einem blanken Metallgefäß mit eingesetztem Thermometer. — b) Vergleichen der Temperaturangaben eines nassen und eines trockenen Thermometers. — c) Bestimmung der Temperaturerniedrigungen von nassen Thermometern nach Abb. 205, wenn die zur Feuchthaltung verwendeten Flüssigkeiten Wasser, Alkohol, Schwefeläther sind!

Aufgaben. 323. Ein Daniellsches Hygrometer zeigt eine Lufttemperatur von 25° C und eine Taupunktstemperatur von 15° C. Wie groß ist die absolute und wie groß ist die relative Feuchtigkeit der Luft? [12,74 g, 55,8%.]

324. Welche Erscheinungen muß ein Daniellsches Hygrometer oder ein Psychrometer in vollkommen trockener und in vollständig mit Wasserdampf gesättigter Luft zeigen? [§ 189, 192, 193.]

§ 194. **Ursachen der Feuchtigkeit.** Die absolute Feuchtigkeit ist über ausgedehnten Wassermassen (Seen, Flußläufe) und über bewachsenem Boden naturgemäß größer als über unbewachsenem Boden (Sandwüsten, Steppen). Desgleichen ist dieselbe im Winter wegen der herrschenden tiefen Temperatur meist gering, im Sommer bedeutend. In Mitteleuropa endlich sind die vom kalten Norden und die von Osten aus dem europäisch-asiatischen Festlande wehenden Winde trocken. Die Süd- und Westwinde aber sind, weil sie vom Mittelmeer und dem Atlantischen Ozean kommen, reich an Wasserdampf. Letztere Winde pflegen also atmosphärische Niederschläge im Gefolge zu haben. Es ergibt sich also:

Der die atmosphärischen Niederschläge verursachende Wasserdampfgehalt der Luft hängt, außer von örtlichen Verhältnissen und von der jeweiligen Temperatur, in hohem Maße von der Windrichtung ab.

§ 195. **Ursachen und Wirkungen der Winde.** Die **Winde** selbst sind wieder bedingt durch Ungleichheiten im Luftdruck infolge der ungleichen Erwärmung größerer Luftmassen durch die Sonnenstrahlen. So

ist z. B. der an Meeresküsten bei Tage vom Meere aus landeinwärts wehende Seewind durch die starke Erwärmung, der nachts einsetzende Landwind durch die starke Abkühlung des Erdbodens verursacht. *Die Luft strömt als Wind stets von einer Stelle höchsten Luftdrucks (barometrisches Maximum) zu einer Stelle niedrigsten Luftdrucks (barometrisches Minimum, Depression), jedoch nicht in geraden, sondern infolge der Erddrehung in gekrümmten Bahnen.* Die nach einem barometrischen Minimum (Abb. 206) spiralig zuströmenden Winde bilden einen ausgedehnten **Luftwirbel (Zyklon),** welcher über die Erdoberfläche fortschreitend den Witterungswechsel an den verschiedenen Orten bedingt.

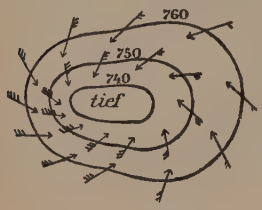


Abb. 206. Zyklon.

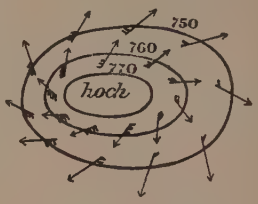


Abb 207. Antizyklon.

In analoger Weise bilden die von einem barometrischen Maximum (Abb. 207) spiralig nach auswärts wehenden Winde eine Luftbewegung, welche als **Antizyklon** bezeichnet wird.

Im Zentrum der Luftwirbel herrscht Windstille, da dort, nach der gegenwärtig meist vertretenen Anschauung, die Luft vertikal aufsteigt (im Zyklon) oder vertikal absteigt (im Antizyklon). Die dem Zentrum des Zyklons zugeführte wasserdampfreiche Luft ruft infolge der beim Aufsteigen eintretenden Ausdehnung und Abkühlung bedeutende Wolkenbildungen und Niederschläge hervor. Dagegen hat die im Zentrum eines Antizyklons aus großer Höhe nach unten strömende trockene Luft ein Aufklaren und schönes Wetter im Gefolge. — Im Sommer bilden sich auch bei schönem Wetter durch die erwärmende Wirkung der Sonnenstrahlen über örtlich begrenzten Stellen meist bald nach Mittag lotrecht aufsteigende, wasserdampfreiche Luftströme, deren Gipfel durch eine scharf begrenzte Wolke, die Cumulus oder Haufenwolke genannt wird, in meist 1400–2000 m Höhe gekennzeichnet ist. Tritt die Bildung von Haufenwolken an vielen benachbarten Stellen auf, so fließen die Cumuli häufig zu einer ausgedehnten Gewitterwolke, Cumulo-Nimbus, in 1400—3000 m Höhe zusammen.

§ 196. **Isobaren, Wetterkarten.** Die Kenntnis der gleichzeitigen (auf Meeresniveau umgerechneten) Barometerstände auf einem großen Gebiet ermöglicht zunächst auf sogen. **Wetterkarten** diejenigen Orte miteinander durch Linien zu verbinden, an welchen der gleiche Barometerstand herrscht. Diese, **Isobaren** genannten Linien (Abb. 206 und 207) lassen dann die voraussichtlich eintretenden Luftströmungen und somit die zu erwartenden Witterungserscheinungen bestimmen. Der Abstand der Isobaren läßt ferner auf die Windstärken schließen. Bei dichtgedrängten Isobaren ist nämlich der Luftdruckunterschied, das barometrische Gefälle oder der barometrische Gradient, für die Längeneinheit (111 km = 1 Äqua-

torgrad) bedeutend, die Windgeschwindigkeit also groß. Bei beträchtlichem Abstand der Isobaren fallen dagegen die Luftströmungen schwach aus. Die Wetterkarten lassen die Windstärken durch die stärkere oder geringere Befiederung der eingezeichneten Pfeile, welche stets mit dem Winde fliegen, erkennen (Abb. 206 und 207). — Die Herstellung der Wetterkarten und ihre Deutung ist eine der wichtigsten Aufgaben unserer heutigen Wetterprognose. Dieselbe ist aber infolge der gegenwärtig noch nicht völlig genauen Kenntnis von dem Fortschreiten der Zyklonen und Antizyklonen zuweilen noch unsicher. Die Hauptzugstraßen der Minima sind nach Beobachtungen von van Bebber in den Jahren 1876—1889 aus Abb. 208 zu ersehen. Die am (westlichen) Anfang jeder Zugstraße angeschriebene Zahl gibt die auf das Jahr treffende Anzahl von Depressionen an. Es wird demnach Straße Va am seltensten, Straße I weitaus am häufigsten, II, IV, Vb ungefähr gleich oft von den Zyklonen beschritten. Die Verteilung dieser Gesamtzahlen auf die einzelnen Jahreszeiten (F, S, H, W) geben die längs der Bahn eingeschriebenen Zahlen an. Man erkennt z. B., daß auf Zugstraße III und Va im Sommer äußerst selten eine Depression verläuft. Ferner liegen Nord- und insbesondere Mitteleuropa auf der rechten Seite der meisten Depressionsbahnen, deren Zugrichtung im allgemeinen nach Osten geht. Daher haben unsere Gegenden fast stets Rechtsdrehen des Windes, Westwind tritt besonders häufig auf. Das Herannahen einer Depression kündigt sich nach schönem Wetter durch Auftreten von Federwolken (= Cirrus) an, die im voraneilenden Gipfel der Depression sich bilden und wegen ihrer großen Höhe von 9—12 km aus feinen Eisnadeln bestehen. Bald folgt der untere Teil der Depression nach. Dabei bedeckt sich der Himmel allmählich nach vorübergehender Bildung von Schäfchenwolken (= Cirro-Cumulus) in

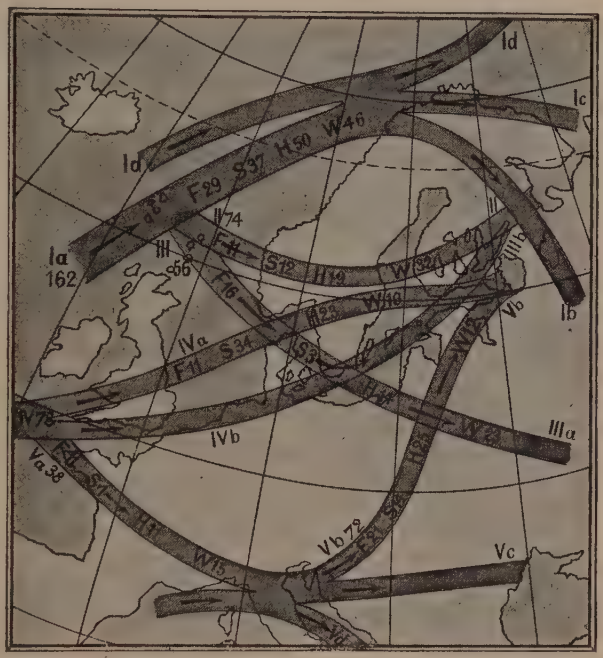


Abb. 208. Zugstraßen der Depressionen nach van Bebber. 1876—1889.

7—8 km Höhe mit einem immer dichter werdenden Wolkenschleier, der schließlich in die formlose, tief herabreichende Regenwolke (= Nimbus) übergeht. Während dieses ganzen Vorgangs nimmt der Barometerstand ständig ab, bis der Kern der Depression mit seinen ausgiebigen Niederschlägen bis zum Beobachtungsort vorgerückt ist.

Aufgaben. 325. Welche Veränderungen in der Feuchtigkeit, im Barometerstand und in den Windrichtungen treten ein, wenn ein Zyklon mit seiner Wirbelmitte in westöstlicher Richtung über einen Ort hinzieht? [§ 189, 194—196.]

326. Wie ändert sich in unseren Gegenden der Witterungscharakter, wenn ein westöstlich ziehender Zyklon mit seiner Nord- oder Südseite über einen Ort hinwegzieht? [§ 195.]

327. Welche Erscheinungen hat ein Antizyklon zur Folge, welcher über einen Ort in westöstlicher Richtung fortschreitet? [§ 195.]

328. Welchen Einfluß übt ein Gebirgszug auf die jährliche Regenmenge in Orten aus, welche auf der einen und anderen Seite des Gebirges liegen? [§ 176, 189, 194, 195.]

VIII. Magnetismus und Elektrizität.

A. Magnetismus.

§ 197. **Natürlicher Magnet.** Ein als **Magneteisenstein** bezeichnetes Eisenerz (Eisenoxyduloxyd) hat die Eigenschaft, kleine Eisenstücke (Eisenfeilspäne) anzuziehen und festzuhalten. Dieses Verhalten zeigt sich an zwei Stellen, welche **Pole** genannt werden, besonders stark.

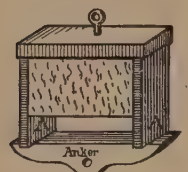


Abb. 209. Natürlicher Magnet.

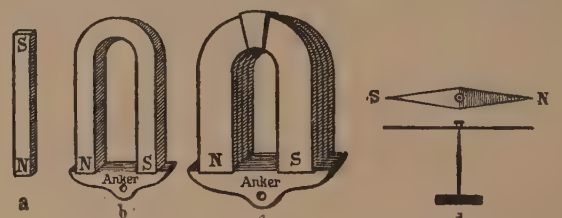


Abb. 210. a—d Formen der künstlichen Magnete.

Zwischen diesen liegt eine fast wirkungslose **neutrale** oder **indifferente Zone.** Man nennt diese Eigenschaft des Magneteisensteins **Magnetismus,** das Erz selbst einen **natürlichen Magneten**[1]). — Natürliche Magnete versieht man meist an den Polen mit Eisenplatten (Armatur AA, Abb. 209), um die Wirkung der Pole zu konzentrieren. Zur Erhaltung der magnetischen Kraft legt man an die Pole ein Stück Eisen (Anker) an.

§ 198. **Künstlicher Magnet.** Durch Anlegen eines **Stahlstabes** an einen Pol, besser aber durch mehrmaliges Bestreichen der Hälften eines

1) Die Bezeichnung wird auf die Stadt Magnesia in Kleinasien, dem Hauptfundorte magnetischer Eisenerze im Altertum, zurückgeführt. — Die Anziehungskraft des Magneten soll schon dem Philosophen Thales von Milet (640—550 v. Chr.) bekannt gewesen sein. Die Haupteigenschalten der Magnete beschrieb erst Gilbert (1540—1603), Leibarzt der Königin Elisabeth von England.

Stahlstabes mit je einem Pole eines natürlichen Magneten läßt sich ein **künstlicher Magnet** herstellen. Ein solcher besitzt ebenfalls zwei Pole, und zwar liegen diese nahe an den Enden des Stabes. Es ergibt sich also: *Magnetismus läßt sich dauernd auf Stahl übertragen.*

Die **Stahlmagnete** unterscheidet man je nach der Form in Stabmagnete (Abb. 210a), Hufeisenmagnete (Abb. 210b), magnetische Magazine (Abb. 210c), welche der besseren Durchmagnetisierung wegen aus mehreren dünnen Stahllamellen zusammengesetzt sind, und in Magnetnadeln (Abb. 210d), welche auf einer Spitze oder um eine Achse drehbar angeordnet werden.

§ 199. **Art der Pole.** *Jeder in horizontaler Ebene drehbare Magnet* (Stab oder Nadel) *stellt sich mit der Verbindungslinie seiner Pole, der magnetischen Achse, annähernd von Norden nach Süden.* Die Ursache hierfür ist eine vom Erdkörper ausgehende und als **Erdmagnetismus** bezeichnete Wirkung (§ 207 bis 212). Man unterscheidet daher die nach den entsprechenden Himmelsrichtungen zeigenden Pole als **Nord-** und **Südpol.**

§ 200. **Wechselwirkung magnetischer Pole.** Nähert man den Polen eines beweglichen Magneten die Pole eines anderen, so tritt **Abstoßung** (Abb. 211) oder **Anziehung** (Abb. 212) ein, je nachdem die einander genäherten Pole **gleichnamig** (d. h. beide Nord- oder beide Südpole) oder **ungleichnamig** sind (d. h. der eine Nord- und der andere ein Südpol).

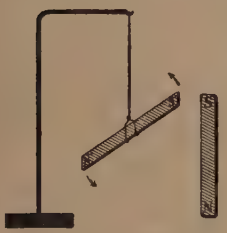


Abb. 211. Magnetische Abstoßung.

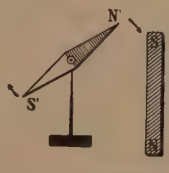


Abb. 212. Magnetische Anziehung.

Das Gesetz der Wechselwirkung lautet also: *Gleichnamige Magnetpole stoßen einander ab, ungleichnamige Magnetpole ziehen sich an.* Da somit ein Magnet andere Magnete anziehen oder abstoßen kann, muß man ihm eine Arbeitsfähigkeit (**magnetische Energie**) zuschreiben.

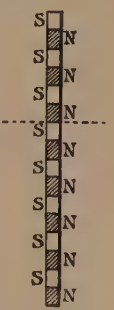


Abb. 213. Molekularmagnete.

§ 201. **Molekularmagnete.** Bricht man ein magnetisiertes Stahlstäbchen (Stricknadel) entzwei und untersucht die Bruchstücke mit Hilfe einer Magnetnadel, so ergibt sich: *Jedes Bruchstück eines Magneten ist wieder ein vollständiger Magnet mit Nord- und Südpol.* — Da die fortgesetzte Teilung eines Körpers schließlich zu den Molekülen desselben führt, so muß man annehmen, daß jeder Magnet aus **magnetischen Molekülen (Molekularmagneten)** besteht. Diese Annahme erklärt obiges Verhalten ohne weiteres, da ein Bruch nur zwischen zwei Molekülschichten erfolgen kann. Die Molekularmagnete denkt man sich in einem Magneten so gelagert, daß alle ihre Nordpole nach dem nordpolaren, alle ihre Südpole nach dem südpolaren Ende des Magneten zeigen (Abb. 213). Man sagt auch, daß alle Molekularmagnete geordnet oder mit ihren mag-

netischen Achsen gleichgerichtet sind. Nord- und Südpol können daher nie einzeln, sondern nur paarweise vorkommen.

§ 202. **Magnetische Influenz (Magnetische Induktion).** Nähert man einem Magnetpol auf geringen Abstand oder bis zur Berührung ein Stück weichen, gut ausgeglühten Schmiedeeisens, so wird dieses ebenfalls ein Magnet. Das Eisenstück kann somit ein zweites kleineres, dieses wieder ein drittes usw. tragen. Man nennt diese Erscheinung **magnetische Influenz** oder **magnetische Induktion.** Die Untersuchung der Polarität ergibt: *Bei magnetischer Influenz wird das dem influenzierenden Magnetpol nähere Ende des influenzierten Eisenstückes stets ungleichnamig, das entferntere Ende gleichnamig polar* (Abb. 214a). Nach Entfernung des Poles verliert das Eisenstück seine magnetischen Eigenschaften wieder, es bleibt also nur so lange ein Magnet, als die Influenzwirkung dauert (Abb. 214b).

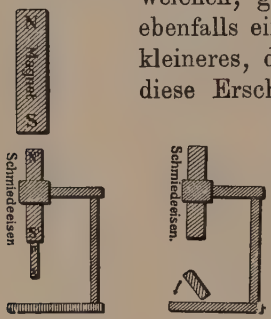


Abb. 214a. Abb. 214b. Magnetische Influenz.

§ 203. **Magnetisierbare Metalle; remanenter Magnetismus.** *Außer Schmiedeeisen werden nur noch Stahl und Gußeisen, dann Nickel und Kobalt stark und leicht nachweisbar magnetisch influenziert,* alle übrigen Stoffe nur in äußerst geringem Grade (§ 218). Daher werden auch **nur diese Metalle** von einem Magneten angezogen und festgehalten und als magnetisierbar bezeichnet. Nach Aufhören der Influenzwirkung bleibt bei diesen Metallen noch ein Rest von Magnetismus, sogen. **remanenter Magnetismus**, zurück, und zwar am meisten bei **Stahl**. *Gut ausgeglühtes (weiches) Schmiedeeisen zeigt keinen remanenten Magnetismus;* dieses wird also nur vorübergehend (temporär) magnetisch.

§ 204. **Erweiterung der Theorie der Molekularmagnete.** Alle magnetisierbaren Metalle denkt man sich aus Molekularmagneten zusammengesetzt. Die magnetische Influenz bewirkt Gleichrichtung der Molekularmagnete (Abb. 215). Nach Aufhören der Influenz kehren diese ganz oder zum größten Teil in ihre früheren ungeordneten Lagen zurück (Abb. 216). Beim Stahl verhindert eine als **Koërzitivkraft** bezeichnete Kraft das Zurückkehren in den unmagnetischen Zustand. Die Koërzitivkraft wirkt auch beim Magnetisieren des Stahles einer Drehung der Molekularmagnete entgegen; Stahl ist daher schwerer als Eisen in den magnetischen Zustand zu versetzen. Für Gußeisen, Nickel und Kobalt, welche remanenten Magnetismus nach vorhergegangener Influenzierung zeigen, muß ebenfalls eine, wenn auch schwächere Koërzitivkraft als bei Stahl angenommen werden. Auch bei Schmiedeeisen äußert sich eine Koërzitivkraft insofern, als dieses Zeit braucht,

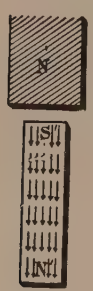


Abb. 215. Ordnung der Molekularmagnete durch Influenz.

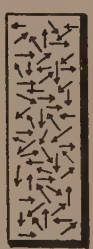


Abb. 216. Unmagnetischer Zustand.

um magnetisch zu werden. Bei Einwirkung einer wachsenden magnetisierenden Kraft bleibt daher die Magnetisierung des Eisens etwas unter, bei abnehmender Kraft etwas über dem Betrage, welcher bei dauernder gleichbleibender Wirkung der magnetisierenden Kraft vorhanden wäre. Diese Erscheinung nennt man magnetische Hysterēsis (Zurückbleiben).

§ 205. **Magnetische Sättigung.** Mit der Hypothese über die Zusammensetzung magnetischer Körper aus Molekularmagneten stehen nachfolgende Tatsachen im Einklang:

a) Die Magnetisierung erreicht eine Grenze, auch wenn die magnetisierenden Kräfte beliebig gesteigert werden. Diese **Sättigung** mit Magnetismus ist notwendig dann eingetreten, wenn eine vollkommene Ordnung der Molekularmagnete stattgefunden hat;

b) alle die Beweglichkeit der Moleküle fördernden Vorgänge (wie Erwärmen, Erschüttern durch Schlag) bewirken auch eine raschere Magnetisierung durch Influenz, schwächen aber bei einem schon vorhandenen Magnet den Magnetismus.

§ 206. **Wechselseitige Influenz.** Die magnetische Influenzwirkung ist stets eine wechselseitige. Ein influenziertes Eisenstück wirkt also auch umgekehrt influenzierend auf den die Influenz hervorrufenden Pol, indem es durch bessere Ordnung der Molekularmagnete seinen Magnetismus verstärkt (Abb. 217). Man pflegt daher, wenigstens an Hufeisenmagnete, weiche Eisenstücke, sog. Anker, zur Verstärkung und Erhaltung der magnetischen Kraft während des Nichtgebrauchs anzulegen. Es bleibt dadurch die gleichartige Lagerung der Molekularmagnete erhalten.

Abb. 217. Hufeisenmagnet mit Anker.

Aufgaben. 329. Wie untersucht man einen Magnet nach Lage und Art seiner Pole? [§ 199, 200.]

330. Warum wird durch Bestreichen der Hälften eines Stahlstabes mit beiden Polen eines Magneten eine bessere Durchmagnetisierung des Stahlstabes erzielt als durch einfaches Anlegen des Stabes an einen Pol? [§ 201, 202, 204.]

331. Dem einen Ende eines in ein Stativ geklemmten Eisenstabes werden gleichzeitig die entgegengesetzten Pole zweier gleichstarken Magnetstäbe oder beide Pole eines Hufeisenmagneten auf gleichen Abstand genähert. Läßt sich an das andere Ende des Eisenstabes ein zweites Eisenstück anhängen? [§ 202.]

332. Ein Eisenstäbchen ist nach Art einer Magnetnadel auf einer Spitze drehbar. Wie unterscheidet sich das Verhalten des Eisenstäbchens von demjenigen einer Magnetnadel? [§ 197—202.]

Übungen. a) Man nähere dem einen und anderen Pol einer Magnetnadel die Pole eines Magnetstabes und bringe zwischen Pol uud Nadel eine große Glas-, Hartkautschuk-, Holzplatte, ein Zink-, Messing- oder Eisenblech! — b) Man magnetisiere nach den Angaben von § 198 eine Stricknadel und untersuche die Art und Lage ihrer Pole! — c) Man tariere eine magnetisierte Stricknadel an einer Wage und bestimme für verschiedene Entfernungen die Kraftwirkung eines Poles eines Magnetstabes! — d) Löse die Aufgaben 329, 331, 332 durch den Versuch!

§ 207. **Deklination.** *Die magnetische Achse eines in horizontaler Ebene beweglichen Magneten stellt sich in eine nordsüdliche Richtung, den sogen. magnetischen Meridian, ein.* Diese Richtung fällt im allgemeinen nicht genau mit dem astronomischen Meridian, d. h. mit der geographischen Nord-Südrichtung (Abb. 218) zusammen. „Den Winkel, welchen der astronomische und magnetische Meridian eines Ortes miteinander bilden, nennt man **Deklination** oder Abweichung der Magnetnadel.“ Die Deklination nennt man **westlich** oder **östlich,** je nachdem der **Nordpol** einer in horizontaler Ebene drehbaren Magnetnadel **(Deklinationsnadel)** auf der **West-** oder **Ostseite** des astronomischen Meridians liegt. — In Mitteleuropa ist die Deklination westlich und beträgt 5—15°, in München z. Zt. 8,2°, in Berlin 7,1°.

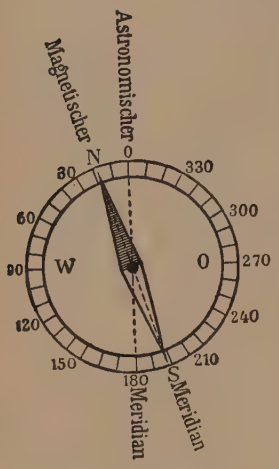


Abb. 218. Deklination.

§ 208. **Deklinatorium, Kompaß.** Die Deklination wird mit Hilfe eines **Deklinatoriums** gemessen. Es besteht im einfachsten Falle aus einer Deklinationsnadel, einer darunter angebrachten horizontalen Kreisteilung und einer Visiervorrichtung. Mit letzterer kann man einen bestimmten Durchmesser der Kreisteilung in den astronomischen Meridian (Abb. 218) einvisieren.

Der **Kompaß (Bussole)** enthält eine Deklinationsnadel mit darunter befindlicher Kreisteilung, welche durch die auf ihr verzeichneten Grade und Windrichtungen (Windrose) an beliebigem Orte die Bestimmung der Himmelsgegenden ermöglicht.

§ 209. **Isogonen.** Zur Orientierung mit dem Kompaß ist notwendig, daß man die im allgemeinen von Ort zu Ort verschiedene Deklination auf der Erdoberfläche kennt. Verbindet man auf einer Erdkarte alle Orte mit gleicher Deklination, so entsteht ein System von krummen, ungefähr nordsüdlich verlaufenden Linien. Diese nennt man **Linien gleicher Deklination** oder **Isogonen** (Abb. 219 zeigt die Isogonen für das Jahr 1905). Eine solche Isogonenkarte ist insbesondere den Seefahrern ein unentbehrliches Hilfsmittel für das Einhalten der Fahrtrichtung.

§ 210. **Inklination.** Eine nach Abb. 220 aufgehängte, also nach allen Richtungen frei bewegliche Magnetnadel zeigt wie die horizontal drehbare Magnetnadel eine Einstellung in eine bestimmte Richtung. Es ergibt sich: *Eine um ihren Schwerpunkt vollkommen frei drehbare Magnetnadel stellt sich auf der nördlichen Halbkugel der Erde mit ihrem Nordpol, auf der südlichen Halbkugel mit ihrem Südpol abwärts geneigt ein, wobei zugleich ihre magnetische Achse in der Vertikalebene des magnetischen Meridians liegt.* Diese Erscheinung heißt **Inklination.** Dieselbe wird gemessen durch den Inklinationswinkel i, welchen die magnetische Achse der

Abb. 219. Isogonen und Isoklinen für 1905. (Nach der Karte des Reichs-Marine-Amtes)
——— Isogonen, —·—·—·— Isoklinen, ═══ magnetischer Äquator.
Die hellen Gebiete haben westliche, die dunklen östliche Deklination.

Inklinationsnadel mit der Horizontalen (Abb. 220) ihres Aufstellungsortes bildet (für München z. Zt. 63°, Berlin 66°).

Zur genauen Bestimmung der Inklination dient das **Inklinatorium** (Abb. 221). Es besteht aus einer Inklinationsnadel, welche parallel zu einem vertikalen, in die Ebene des magnetischen Meridians einzustellenden Teilkreis drehbar ist.

„Die ungefähr in Richtung der Breitenkreise verlaufenden Verbindungslinien der Orte mit gleicher Inklination auf der Erdoberfläche heißen **Isoklinen**." Die Orte mit der Inklination 0° bilden den **magnetischen Äquator** der Erde (Abb. 219).

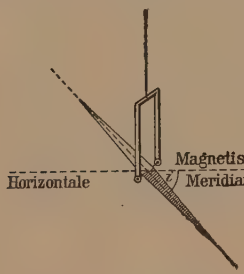


Abb. 220. Inklination.

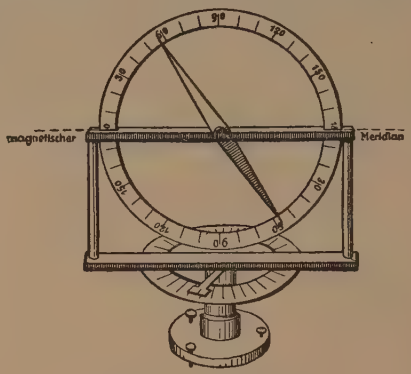


Abb. 221. Inklinatorium.

§ 211. **Magnetische Variationen und Störungen.** Deklination und Inklination bleiben für einen und denselben Ort nicht stets gleich, sondern sind sowohl täglichen, als im Laufe der Jahre eintretenden **langsamen Veränderungen (Variationen)** unterworfen. Der Verlauf der Isogonen und Isoklinen ändert sich also mit der Zeit. Die Deklination nimmt in Mitteleuropa gegenwärtig jährlich um 6′, die Inklination um 1′ ab. Plötzliche Änderungen der Deklination und Inklination, sog. **Störungen**, treten häufig bei Erdbeben, stets aber gleichzeitig mit Nordlichtern auf. Die Ursache aller dieser Änderungen ist noch nicht endgültig aufgeklärt.

§ 212. **Erdmagnetismus**[1]). Die Einstellung der Magnetnadel in die Inklinations- und Deklinationsrichtung weist darauf hin, daß die Erde magnetische Kräfte ausübt. Diese wirken an den Polen einer Magnetnadel mit entgegengesetzt gleicher Stärke, bilden also ein **Kräftepaar** (§ 52). In der Nordhälfte der Erde muß auf Grund des Verhaltens der Magnetnadel Südmagnetismus, in der südlichen Halbkugel Nordmagnetismus vorhanden sein. „Diejenigen Stellen an der Erdoberfläche, an welchen die Inklinationsnadel lotrecht steht und die Deklinationsnadel jede

1) Die wichtigsten theoretischen und messenden Untersuchungen über den Erdmagnetismus rühren von Gauß (1777—1855), Professor der Mathematik in Göttingen, her. Er ist der Begründer des absoluten Maßsystems, das er auf die Messung magnetischer Größen angewendet hat.

beliebige Lage behält, bezeichnet man als die **magnetischen Pole der Erde.**" Diese fallen jedoch nicht mit den geographischen Polen zusammen (Karte, Abb. 219). Der magnetische Nordpol der Erde liegt ungefähr in 70,5° n. Br. und 97,5° w. L. von Greenwich auf der Halbinsel Boothia-Felix im arktischen Nordamerika. Er wurde 1831 von Kapitän Roß entdeckt. Den magnetischen Südpol fand 1909 die britische antarktische Expedition unter Leutnant Shackleton in 72° 25′ s. Br. 145° ö. L. im Süden von Australien in der Südpolarregion gelegen auf.

Die gesamte erdmagnetische Kraft (Totalkraft T) hat die Richtung der Inklinationsnadel (Abb. 222). Die Deklinationsnadel wird dagegen nur durch die **Horizontalkomponente** *H* dieser erdmagnetischen Totalkraft in den magnetischen Meridian eingestellt. Die Totalkraft, sowie ihre Horizontal- und **Vertikalkomponente** *V* sind im allgemeinen von Ort zu Ort auf der Erdoberfläche verschieden.

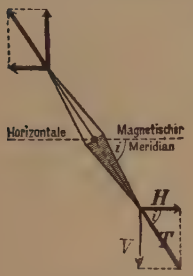


Abb. 222. Erdmagnetische Totalkraft.

Abb. 223. Influenzierung durch den Erdmagnetismus.

Der Erdmagnetismus influenziert alle Eisenmassen. Hält man also einen Eisenstab in der Richtung der Inklinationsnadel (Abb. 223), so bekommt er auf der nördlichen Halbkugel am unteren Ende einen Nordpol, oben einen Südpol. Erschüttern des Stabes durch Hammerschläge bewirkt dabei nach § 205b eine raschere Magnetisierung. — Wenn ferner die Erde sich wie ein Magnet verhält, so muß man ihre Wirkung auf die Magnetnadel durch einen angenäherten Magnet aufheben können. Eine Deklinationsnadel nimmt in der Tat durch passende Annäherung eines parallel zu ihr gehaltenen Magnetstabes schließlich eine beliebige Lage an (Abb. 224), sie wird **astatisch** (ohne bestimmte Einstellung). — „Zwei möglichst gleichstarke Magnetnadeln, welche in entgegengesetzter Lage durch ein Querstäbchen fest verbunden sind, bilden ein **astatisches Nadelpaar**" (Abb. 225). Ein solches wird im magnetischen Meridian nur mehr durch eine geringe erdmagnetische Kraft gehalten und daher durch andere magnetische Kräfte stärker beeinflußt als eine einfache Magnetnadel.

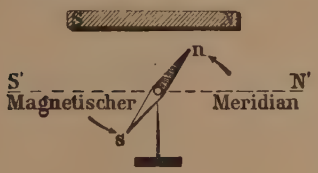


Abb. 224. Astasierung.

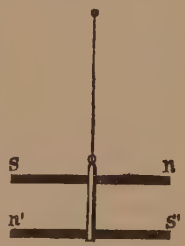


Abb. 225. Astatische Nadeln.

Aufgaben. 333. Wie läßt sich ein mit Visiereinrichtung versehener Kompaß zu geodätischen Winkelmessungen verwenden? [§ 207, 208.]

334. Zeigt eine Deklinations- oder Inklinationsnadel in der Nähe größerer Eisenmassen magnetischen Meridian und Inklination richtig an? [§ 197, 207, 210.]

335. Welches Verhalten zeigen lotrechte eiserne Gas- und Wasserleitungsröhren und die eisernen Stangenriegel eines Fensters? [§ 212, 202.]

336. Wie groß ist die Horizontalkomponente des Erdmagnetismus an den magnetischen Polen der Erde und am magnetischen Äquator im Vergleich mit der erdmagnetischen Totalkraft? [§ 212.]

337. Wie stellt sich eine Magnetnadel, welche um eine wagrechte, im magnetischen Meridian liegende Achse drehbar ist? Wie kann man das Ergebnis experimentell bestätigen? [§ 212, 210.]

338. Wie muß ein Eisenstab gehalten werden, damit die erdmagnetische Totalkraft oder jede ihrer Komponenten oder gar keine erdmagnetische Kraft auf ihn einwirkt? [§ 212.]

339. Wie bewegt sich ein Magnetstab, welcher wagrecht auf ein in Wasser schwimmendes Korkstück aufgelegt ist? Was geschieht, wenn auf das Korkstück zwei gleichstarke Magnetstäbe in derselben Geraden und mit gleichnamigen Polen einander gegenüber aufgelegt werden? [§ 212.]

340. Ein auf einer Wage tarierter Stahlstab zeigt nach erfolgter Magnetisierung keine Gewichtsveränderung. Wie ist dies zu erklären? [§ 212, 204.]

Übungen. a) Es sind die Aufgaben 333, 335, 337, 339, 340 durch den Versuch zu lösen! — b) Man bestimme den astronomischen und magnetischen Meridian am Arbeitsplatz und hieraus dann den Deklinationswinkel! — c) Man bringe über einer Magnetnadel einen parallel und gleichgerichteten Magnetstab (Mitte über Mitte) zunächst in großer Entfernung an, senke dann allmählich den Magnetstab und beobachte und erkläre das Verhalten der Magnetnadel!

§ 213. **Gesetz vom Coulomb.** Man schreibt jedem magnetischen Pole eine bestimmte **Magnetismusmenge** oder **Polstärke** zu, wobei man sich zugleich die ganze magnetische Wirkung nach außen in einem Punkte, eben dem Pole, vereinigt denkt. Man findet die Lage dieses Punktes, indem man eine kleine Kompaßnadel um das Ende des Magneten herumführt und ermittelt, wohin dabei die Magnetnadel beständig gerichtet ist. Es ergibt sich auf Grund der Versuche von Coulomb (1789):

Die abstoßende oder anziehende Kraft (F) zwischen zwei Magnetpolen ist proportional ihren Polstärken (m_1, m_2) und umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung (r) beider Pole (Coulombsches Gesetz).

Es ist also $$F = \pm \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

je nachdem Abstoßung oder Anziehung stattfindet. Nordpole bezeichnet man dabei als positiv, Südpole als negativ. Die Kraft F wird stets in absoluten Krafteinheiten, in **Dyn** (§ 20 und 80) gemessen.

§ 214. **Einheit der Polstärke.** Zur Messung und zahlenmäßigen Angabe der Polstärken eines Magneten bedarf man einer Einheit. Auf Grund des Coulombschen Gesetzes hat man daher festgesetzt: *„Ein Magnetpol besitzt die Polstärkeeinheit, wenn er auf einen gleichstarken Pol (Einheitspol) im Abstande von 1 cm mit einer Kraft von 1 Dyn wirkt.“* Eine (ungefähre) Polstärkebestimmung läßt sich hiernach zunächst für zwei gleichstarke (lange) Magnetstäbe mit der sog. Polwage ausführen, indem man den einen Magnetstab ns als Wagbalken verwendet (Abb. 226). Dann nähert man den zweiten Stab n′s′ auf eine mittels

des Maßstabes MM bestimmbare Entfernung [r cm] und stellt durch Auflegen von Reitergewichten RR, die am besten in Dyn geeicht sind, wieder Gleichgewicht her. Sind hierzu p Dyn erforderlich, so ist $F = p$ Dyn $= \frac{m \cdot m}{r^2}$, also $m = r\sqrt{p}$ Einheitspolstärken. Hat man so mittels eines gleichstarken Magnetstabes die Polstärke m des als Wagbalken benützten Magnetstabes ns ermittelt, so läßt sich in gleicher Weise wie vorher die Polstärke eines beliebigen, an Stelle von n′s′ gebrachten Magnetstabes finden.

Anmerkung. Um die Wirkung des ablenkenden Pols auf den zweiten entfernteren Pol des drehbaren Magneten klein und vernachlässigbar zu machen, müssen bei Versuchen nach Abb. 226 und 228 die Magnetstäbe und Nadeln im Vergleich zur Entfernung der sich abstoßenden Pole sehr lang gewählt werden (Stricknadeln). Man ordnet besser zur Vermeidung dieses störenden Einflusses nach Grimsehl den zweiten Pol des beweglichen Magneten im Drehpunkt an, wobei Wagbalken und Magnetnadel zur Hälfte aus unmagnetischem Material bestehen.

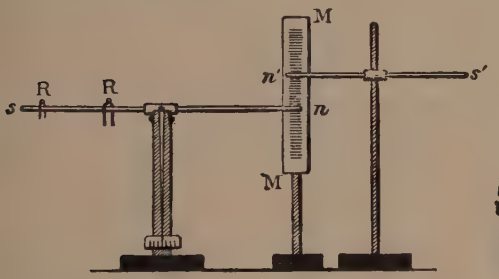


Abb. 226.
Magnetische Wage zur Messung von Polstärken.

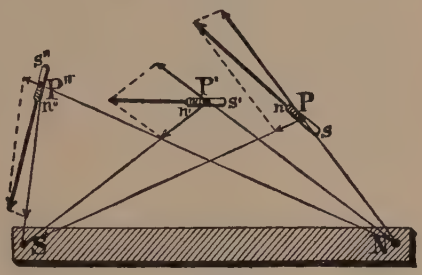


Abb. 227.
Bestimmung der Feldintensität.

§ 215. **Magnetisches Feld, Feldintensität.** Jeder Magnet übt in seiner ganzen Umgebung Kraftwirkungen aus (§ 200, 202, 212). Daher nimmt eine kleine, frei bewegliche Magnetnadel ns, n′s′, n″s″ (Abb. 227) eine bestimmte, die Kraftrichtung angebende und von ihrem Aufstellungsort P, P′, P″ abhängige Lage an. Diese ergibt sich auch durch Konstruktion der Resultante der nach dem Coulombschen Gesetz bestimmten Kräfte, welche seitens der Magnetpole auf die Nadelpole ausgeübt werden. (Der Deutlichkeit halber sind in Abb. 227 die Magnetnadeln viel zu groß und die wirkenden Kräfte nur für einen Pol gezeichnet.) „Den ganzen Raum, in welchem ein Magnet Wirkungen ausübt, nennt man **magnetisches Feld**.“ Zur Vergleichung und Messung der an einer Stelle eines Magnetfeldes vorhandenen magnetischen Kraftwirkung hat man festgesetzt: *Unter Feldintensität (magnetische Feldstärke) $\mathfrak{H}$ an irgend einer Stelle des Feldes versteht man diejenige Kraft, welche auf einen an dieser Stelle gedachten Einheitspol wirkt.* Auf einen an derselben Stelle befindlichen Pol von der Stärke m wirkt dann eine Kraft $F = \mathfrak{H} \cdot m$. Dieser Beziehung entsprechend wirkt also in einem Feldpunkt dann ein Feld von der Stärke Eins, wenn daselbst die

Kraft von 1 Dyn auf den Einheitspol ausgeübt wird. Man nennt die **Feldstärkeeinheit** $= 1 \frac{\text{Dyn}}{\text{Einheitspolstärke}} = 1$ **Gauß** zum ehrenden Andenken an den Mathematiker gleichen Namens (§ 212 Anm.). In Deutschland ist z. B. die Horizontalintensität des Erdmagnetismus (§ 112) rund $H = 0{,}2$ Gauß.

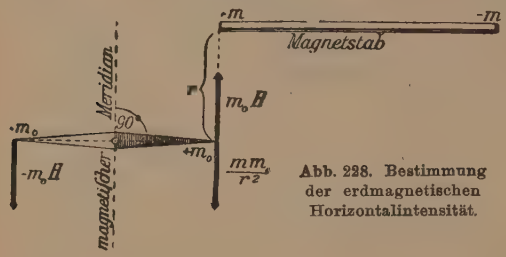


Abb. 228. Bestimmung der erdmagnetischen Horizontalintensität.

Hat man mit Hilfe der Polwage die Polstärke m eines Magnetstabes bestimmt, so läßt sich mit diesem auch die Horizontalintensität H des Erdmagnetismus ermitteln. Man lenkt nämlich eine Magnetnadel (Polstärke m_0) durch einen Pol m des Stabes aus der Entfernung r um 90^0 aus dem magnetischen Meridian ab (Abb. 228). Es ist nun einerseits die Kraft, welche von seiten des Erdmagnetismus die Magnetnadel in die Ruhelage, den magnetischen Meridian, zurückzuführen sucht, $F = m_0 \cdot H$, andrerseits ist diese Kraft nach dem Coulombschen Gesetz $F = \frac{m_0 \cdot m}{r^2}$. Wegen $m_0 \cdot H = \frac{m_0 \cdot m}{r^2}$ ist dann die erdmagnetische Horizontalintensität $H = \frac{m}{r^2}$ Gauß.

§ 216. **Magnetkraftlinien.** Deckt man auf einen Magnetstab ein Blatt Papier und streut unter leichtem Erschüttern Eisenfeilspäne darauf, so ordnen sich die magnetisch influenzierten Eisenteilchen in Kurven an, welche man nach Faraday **Magnetkraftlinien** nennt (Abb. 229). Die Tangente in irgend einem Punkt einer Kraftlinie gibt die Richtung der Feldintensität an dieser Stelle an. Daher stellt sich eine kleine, frei bewegliche Magnetnadel mit ihrer magnetischen Achse stets tangential zur Kraftlinie ein. Auch läßt sich beobachten, daß eine solche Magnetnadel um so kürzer dauernde Schwingungen um ihre Einstellungsrichtung vollführt, je größer die Feldintensität ist. Nach der Anschauung von Fara-

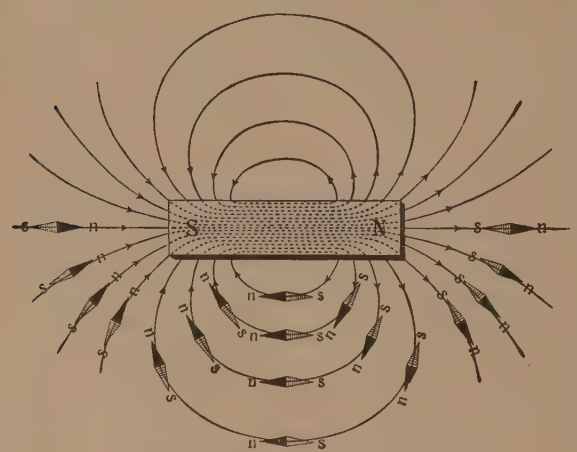


Abb. 229. Kraftlinien eines Magnetstabes.

day[1]) ist das ganze Magnetfeld von solchen Magnetkraftlinien durchzogen. Durch Vergleichung des Kraftlinienverlaufs mit den durch Versuche oder Berechnung ermittelten Werten der Feldintensität ergibt sich:

Die Magnetkraftlinien konvergieren nach solchen Stellen, wo die Feldintensität zunimmt, divergieren aber nach solchen Richtungen, wo die magnetische Feldstärke abnimmt. Man kann daher zur Angabe einer Feldstärke auch festsetzen: Ein Maß für die Feldstärke an einer Stelle eines Magnetfeldes ist die Anzahl der Kraftlinien, welche eine daselbst befindliche Fläche von 1 qcm senkrecht durchsetzen. Von einem einzelnen punktförmigen Magnetpol würden nämlich in Wirklichkeit ∞ viele Kraftlinien radial nach allen Richtungen ausstrahlen. Man ist aber übereingekommen, einem Pol von der Stärke m insgesamt $4\pi m$ Kraftlinien in gleichmäßiger räumlicher Verteilung zuzuweisen (Abb. 230). Dann treffen auf 1 qcm einer um den Pol m konstruierten Kugelfläche vom Radius r die Anzahl $N = \frac{4\pi m}{4r^2\pi} = \frac{m}{r^2}$ Kraftlinien. Ist dann $\mathfrak{H}$ die Feldintensität an der betreffenden Stelle der Kugeloberfläche, also die Kraft, welche auf einen dort befindlichen Einheitspol wirkt, so hat man für diese nach dem Coulombschen Gesetz $\mathfrak{H} = \frac{m \cdot 1}{r^2} = \frac{m}{r^2}$. Durch eine solche Festsetzung ergibt sich aber dann $N = \mathfrak{H}$ oder:

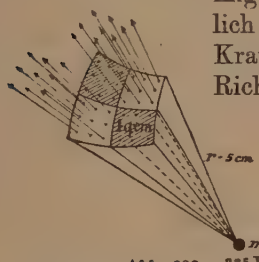


Abb. 230. Kraftlinienzahl und Feldstärke.

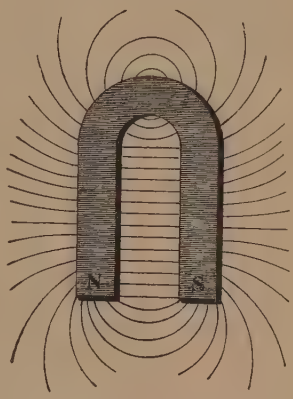


Abb. 231. Homogenes Magnetfeld.

Die Kraftlinienzahl für 1 qcm Fläche an irgendeiner Stelle des Magnetfeldes ist gleich der dort herrschenden Feldstärke.

An Stellen, wo die Magnetkraftlinien **in gleichem Abstand** und **einander parallel** verlaufen, ist **keine Änderung der Feldintensität** vorhanden. Das Magnetfeld wird dann **homogen** genannt. So ist z. B. das Magnetfeld zwischen den Polen eines kräftigen Hufeisenmagneten (Abb. 231) oder das erdmagnetische Feld an irgendeiner Stelle der Erdoberfläche homogen. Die Kraftlinien des totalen erdmagnetischen Feldes verlaufen parallel der Inklinationsnadel, die Kraftlinien des horizontalen Erdfeldes parallel dem magnetischen Meridian.

1) Faraday (1791—1867), zunächst Buchbinderlehrling, dann Assistent bei dem Chemiker Davy, schließlich Direktor der Royal Institution in London, ist der bedeutendste Experimentator des 19. Jahrhunderts. Er ist der Begründer unserer heutigen Anschauung über Magnetismus und Elektrizität.

Die Magnetkraftlinien geben also ein anschauliches Bild der Kraftverteilung im magnetischen Felde. Bezüglich der Richtung der Kraftlinien hat Faraday festgesetzt: „Die Magnetkraftlinien gehen stets von **nordpolaren Stellen** aus und münden in **südmagnetische Stellen ein.**“ Eine frei bewegliche (kleine) Magnetnadel stellt sich daher an irgend einem Punkte des Feldes so ein, daß die durch diesen Punkt gehende Kraftlinie beim Südpol der Nadel ein-, beim Nordpol austritt (Abb. 229).

§ 217. **Eisen im magnetischen Feld.** Bringt man in ein magnetisches Feld ein Stück weichen Eisens, so werden dadurch die Magnetkraftlinien aus ihrem normalen Verlauf abgelenkt und konzentriert. In Abb. 232 zeigen die in den Pol S einmündenden Kraftlinien den normalen, die vom Nordpol N ausstrahlenden Linien den durch das Eisen veranlaßten veränderten Verlauf. Dem weichen Eisen (auch allen übrigen magnetisierbaren Substanzen) schreibt man wegen der konzentrierenden Wirkung, die es auf Kraftlinien ausübt, eine **größere magnetische Durchlässigkeit (Leitfähigkeit, Permeabilität)** zu als der Luft. Man kann also sagen: *Ein Weicheisenstück an beliebiger Stelle eines Magnetfeldes konzentriert die daselbst verlaufenden Kraftlinien und vermehrt die Feldstärke.* Die Kraftlinien bewirken zugleich die Ordnung der Molekularmagnete des Eisens. Es wird also bei S′, wo die Kraftlinien in das Eisenstück eintreten, Südmagnetismus, bei N′, wo sie wieder austreten, Nordmagnetismus induziert. Gleichzeitig läßt der gedrängtere Kraftlinienverlauf beim Nordpol N auch eine Verstärkung des Magnetpols selbst erkennen, welcher die magnetische Influenz im Eisenstück hervorruft. Die in einem Stoffe auftretende magnetische Induktion (Influenz) $\mathfrak{B}$ (gesamte Kraftlinienzahl für 1 qcm) ist der Feldstärke $\mathfrak{H}$ und der magnetischen Leitfähigkeit μ des Stoffes proportional, also $\mathfrak{B} = \mu \cdot \mathfrak{H}$. Für Schmiedeeisen und Stahl kann μ den Wert 2500, für Gußeisen 170 erreichen, für Luft und die meisten anderen Stoffe ist $\mu = 1$.

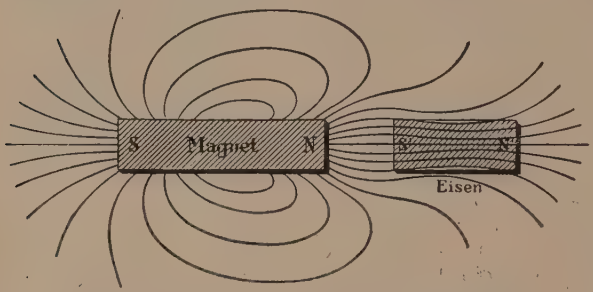


Abb 232. Konzentration der Kraftlinien durch Eisen.

Stoffe, wie die Eisensorten, Nickel und Kobalt, für welche die magnetische Leitfähigkeit beträchtliche Werte hat, heißt man auch ferromagnetisch (lat. ferrum = Eisen). Da diese Körper die Magnetkraftlinien in sich konzentrieren, so daß für sie $\mu \geq 1$ ist, so nannte sie Faraday (1845) auch paramagnetisch (griech. parà = herbei). Stoffe aber, wie Wismut, Antimon, Zink, Blei, Silber, Kupfer, Gold, Schwefel, welche die Magnetkraftlinien zerstreuen und eine magnetische Leitfähigkeit $\mu < 1$ haben, bezeichnete er als diamagnetisch (griech. dia = auseinander). In sehr starken Magnetfeldern (von Elektromagneten s. § 286) stellen sich die para-

magnetischen Körper in Richtung der Kraftlinien oder achsial, die diamagnetischen quer zu den Feldlinien oder äquatorial.

§ 218. **Zwangszustand im Magnetfeld.** Liegen zwei Magnete mit ungleichnamigen Polen einander gegenüber, so mündet ein Teil der vom N-Pol des einen Magneten ausgehenden Kraftlinien in den S-Pol des anderen ein (Abb. 233). Es ist also eine Verschmelzung eines Teiles der Kraftlinien beider Pole eingetreten. Dagegen stoßen sich die von zwei gleichnamigen Polen ausgehenden Kraftlinien gegenseitig ab (Abb. 234). — Dieses Verhalten wird verständlich, wenn man die Kraftlinien durch Eisenfeilspäne sichtbar gemacht hat. Es liegen dann nämlich längs einer Kraftlinie stets die ungleichnamigen Pole der magnetisch

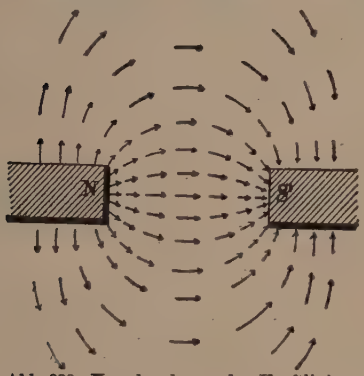


Abb. 233. Verschmelzung der Kraftlinien.

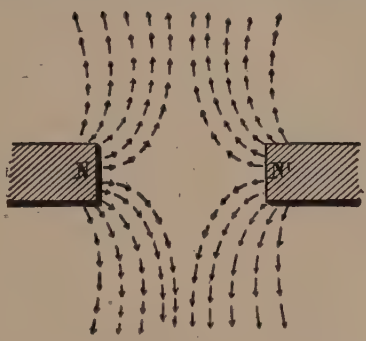


Abb. 234. Abstoßung der Kraftlinien.

influenzierten Eisenteilchen einander gegenüber und ziehen sich an. Infolgedessen läßt sich sagen: *Die Kraftlinien haben das Bestreben, in ihrer Längsrichtung sich zu verkürzen.* Sie verhalten sich also wie elastische Fäden, welche zwischen den ungleichnamigen Magnetpolen ausgespannt sind und deren Anziehung bewirken. In einer Richtung quer zu den Kraftlinien liegen aber stets die gleichnamigen Pole der magnetisch gewordenen Eisenteilchen nebeneinander. Man hat somit: *Zwei benachbarte Kraftlinien drängen sich gegenseitig voneinander ab.* Letzteres findet für die zu zwei gleichnamigen Polen gehörigen Kraftlinien statt; daher stoßen sich gleichnamige Pole ab.

Nun sind aber die Kraftlinien auch ohne Anwendung von Eisenfeilspänen zwischen den beiden Polen vorhanden. In jedem von Kraftlinien durchsetzten Medium muß man daher einen **Zustand magnetischer Polarisierung** annehmen (§ 203), der eine **Spannung längs der Kraftlinien** und einen **Querdruck senkrecht zu denselben** verursacht. Dieser **Zwangszustand** im Zwischenmedium vermittelt nach Faraday alle magnetischen Erscheinungen und bedingt das Vorhandensein von magnetischer Energie im Magnetfelde.

Aufgaben. 341. Zwei lange, dünne Magnetstäbe, deren Polstärke 5 bzw. 4905 Polstärkeeinheiten beträgt, stoßen sich an einer Polwage mit gleichnamigen Polen

ab. Welches Gewicht in g wäre erforderlich, um die Pole im Abstande von 1 cm bzw. 5 cm zu erhalten? [25 g; 1 g.]

342. Die Pole zweier gleichstarken Magnete ziehen sich in einem Abstande von 4 cm mit einer Kraft von 9 Dyn an. Mit welcher Kraft wirken sie in 1 cm Abstand, und wie viele Einheiten beträgt ihre Polstärke? [144 Dyn; 12 E. P. S.]

343. Mit welcher Kraft wirken die Pole zweier sehr langen Magnetstäbe aufeinander, wenn die Polstärken 120 und 160 Einheiten betragen und beide Pole einen Abstand von 8 cm haben? [300 Dyn.]

344. Ein Magnetstab hat die Polstärke m und den Polabstand l. Es ist die Feldstärke nach Größe und Richtung für einen Punkt zu ermitteln, welcher entweder im höchsten Punkt des über der Verbindungslinie der Pole geschlagenen Halbkreises oder in der Verlängerung des Magnetstabes im Abstande L von der Mitte desselben liegt. $\left[\frac{2m}{l^2}\sqrt{2};\ \pm\frac{2lL\cdot M}{\left(L^2-\frac{l^2}{4}\right)^2}\right]$

345. Welche Kraftlinienzahl durchsetzt eine quadratische Fläche von 2 cm Kantenlänge, welche 25 cm von einem Pol mit 2500 Polstärkeeinheiten entfernt ist? [16.]

346. Die Kraftlinien zweier homogenen Magnetfelder schneiden sich unter rechten Winkeln. Es ist das resultierende Magnetfeld zu bestimmen, wenn sich die ursprünglichen Feldstärken wie 1 : 2 verhalten. [§ 215, 216.]

347. Zwischen den Schenkeln eines kräftigen Hufeisenmagneten liegt ein dicker zylindrischer Eisenring. Wir verlaufen die Magnetkraftlinien in der Schenkelebene des Magneten und was ergibt sich für den Hohlraum des Ringes? [§ 216, 217.]

348. Wie verlaufen die Kraftlinien eines Magnetstabes, wenn man ihn mit einer dicken Kugel aus weichem Eisen umgibt? Was ergibt sich für den Außenraum der Kugel? [§ 216, 217.]

349. Wie erklärt sich nach dem Verhalten der Magnetkraftlinien die Wirkung von Eisenmassen auf eine in der Nähe aufgestellte Deklinationsnadel? [§ 216, 217.]

Übungen. a) Man messe mit einer Polwage die Polstärke des an der Polwage befindlichen Magnetstabes (Stricknadel) und die Polstärke eines anderen Magneten! — b) Man erzeuge die Kraftlinienbilder für einen Magnetstab, sowie für zwei mit gleichnamigen und ungleichnamigen Polen hintereinander und nebeneinander gelegte Magnetstäbe! — c) Man magnetisiere eine Stricknadel durch Anlegen an einen Magnetpol und durch Streichen und vergleiche die damit erhaltenen Kraftlinienbilder! — d) Man lege zwischen oder nahe an die Pole eines Hufeisenmagneten ein Weicheisenstück oder eine Nickelmünze oder einen Eisenring und erzeuge die Kraftlinienbilder! — e) Man erzeuge das Kraftlinienbild für einen Magnetstab oder Hufeisenmagnet, wenn Stab oder Hufeisen senkrecht zum Papierblatt angeordnet sind!

B. Reibungselektrizität (statische Elektrizität).

§ 219. **Erzeugung von Elektrizität durch Reibung.** Gewisse Körper, insbesondere Harze (Bernstein[1]) [griech. élektron], Schellack, Siegellack, Hartkautschuk oder Ebonit), dann Glas, Schwefel, Paraffin, Kollodium, Celluloid, trockenes Papier, werden durch Reiben mit Wolle, Seide, Pelzwerk in einen besonderen Zustand versetzt, in welchem sie leichte Körper, wie Holundermarkkügelchen, Papierschnitzel, Federn usw., an-

1) Die Eigenschaft des Bernsteins soll schon dem griechischen Philosophen Thales von Milet (640—550 v. Chr.) bekannt gewesen sein. Das elektrische Verhalten der übrigen Körper lehrte zuerst William Gilbert 1600 (§ 197 Anmerkung).

ziehen, auf kurze Zeit festhalten und dann abstoßen. Die ihrem Wesen nach noch unbekannte Ursache dieses Zustandes nennt man **Elektrizität** (§ 228). Es ergibt sich somit: *Elektrizität kann durch Reibung gewisser Körper miteinander erzeugt werden.* Der in den elektrischen Zustand versetzte, geriebene Körper heißt **elektrisch, elektrisiert** oder **elektrisch geladen**. Man kann außerdem zeigen: *Ein ungeladener Körper kann durch Berührung mit einem elektrischen Körper selbst geladen werden.* Dabei verliert der elektrische Körper an Wirkung. Daher kann man ihm eine gewisse Ladungs- oder Elektrizitätsmenge zuschreiben.

§ 220. **Elektroskope.** „Die zur Erkennung des elektrischen Zustandes dienenden Apparate heißen **Elektroskope** (griech. élektron und skopéō = beobachte). Als solche werden verwendet:

a) **leichte Körper**, wie Holundermarkkügelchen, Korkstückchen, Papierschnitzel, Federn usw.;

b) das **elektrische Pendel** (Abb. 235), d. i. ein an einem Seidenfaden aufgehängtes Holundermarkkügelchen, welches bei Annäherung eines elektrisch geladenen Körpers seine Ruhelage verläßt;

c) **das Blättchenelektroskop**[1]) (Abb. 236). Es besteht aus einem Metallstäbchen, das oben einen Metallknopf, am unteren Ende zwei schmale Streifen aus Blattgold oder Blattaluminium trägt. Das Stäbchen ist zum

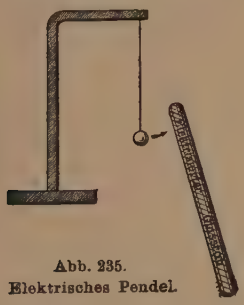
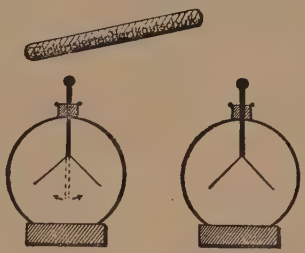


Abb. 235. Elektrisches Pendel.

Abb. 236. Blättchenelektroskop.



a b

Abb. 237. Geladenes Elektroskop.

Schutze der Blättchen gegen Beschädigung und gegen Luftströmungen in den Hals eines Glasballons oder eines weiten, mit Glasplatten verschlossenen Metallrohres mittels eines Pfropfens aus Bernstein, Hartkautschuk, Siegellack oder Schellack eingesetzt. Bei zunehmender Annäherung eines elektrisch geladenen Körpers bilden die Blättchen einen mehr und mehr wachsenden Winkel miteinander, sie divergieren (Abb. 237a). Bei Entfernung des elektrischen Kör-

1) Volta (1745—1827), Professor der Physik an der Universität Pavia (s. auch § 248, Anm.), erfand 1781 das Strohhalmelektroskop, mit welchem er seine grundlegenden Versuche über Kontaktelektrizität (§ 254 u. f.) ausführte. Bennet 1750 bis 1799), Pfarrer zu Bentley in England, gab 1787 das Goldblattelektroskop an. Schon im Jahre 1753 hatte Canton (1718—1772), Vorsteher einer Privatlehranstalt und Mitglied der Royal Society in London, das elektrische Doppelpendel konstruiert.

pers verschwindet das Spreizen der Blättchen wieder. Bei Berührung mit dem elektrischen Körper wird das Elektroskop geladen und zeigt diese Ladung durch dauerndes Spreizen der Blättchen an (Abb. 237b). — Das Blättchenelektroskop ist das empfindlichste der vorgenannten Elektroskope.

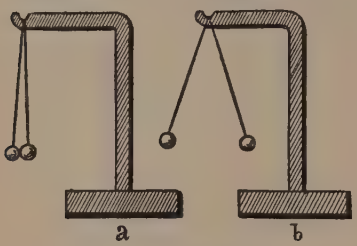


Abb. 238. Doppelpendel.

d) Weniger empfindlich, jedoch mit dem Blättchenelektroskop im Verhalten gleich ist das **elektrische Doppelpendel.** Es besteht aus zwei Holundermarkkügelchen, die mit kurzen Leinenfäden an einem gebogenen Glas- oder Hartkautschukstäbchen aufgehängt sind. (Abb. 238a unelektrisches, Abb. 238b geladenes Doppelpendel.)

§ 221. **Leiter und Nichtleiter.** Bei einem Hartkautschuk- oder Glasstab, welchem man an irgend einer eng begrenzten Stelle durch Reiben oder Berührung eine Ladung erteilt hat, läßt sich nur an der betreffenden Stelle der elektrische Zustand nachweisen. Abb. 239a zeigt das Verhalten eines Blättchenelektroskops an verschiedenen Stellen des Stabes. Ein in der gleichen Weise behandelter Metallstab, welchen man mittels eines

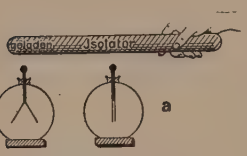


Abb. 239a. Nichtleiter.

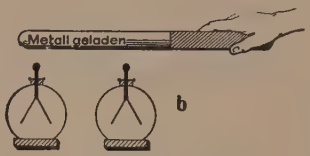


Abb. 239b. Leiter.

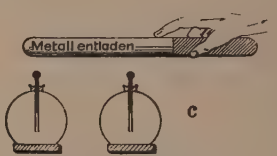


Abb. 239c. Der menschliche Körper als Leiter.

Griffes aus Ebonit, Glas usw. in der Hand hält, zeigt sich aber seiner ganzen Ausdehnung nach geladen (Abb. 239b). Es ergibt sich also: *Auf Metallen breitet sich der elektrische Zustand aus, sie sind Leiter der Elektrizität oder Konduktoren. Harze, Glas, Schwefel usw. leiten die Elektrizität nicht fort, sie sind Nichtleiter oder Isolatoren*[1]).

Auf einem direkt in der Hand gehaltenen Metallstab läßt sich weder durch Reiben noch durch Berühren mit einem elektrischen Körper eine Ladung erzielen (Abb. 239c). Jede Ladung geht sofort durch den menschlichen Körper zum Erdboden. Letztere sind also ebenfalls Leiter der Elektrizität.

Das unterschiedliche Verhalten der Leiter und Nichtleiter läßt sich auch zeigen, wenn man auf einen an Seidenfäden aufgehängten dünnen Metallstab und auf einen Glas- oder Hartkautschukstab mehrere in der Mitte zusammengefaltete schmale Stanniolstreifen hängt, die sich wie die Blättchen eines Elektroskops verhalten. Berührt man die Stäbe am einen Ende mit einem elektrischen Körper, so spreizen sich am Metallstab sofort sämtliche Blättchen gleich stark, am Glas- oder Hartkautschukstab dagegen nicht.

1) Gray (1670—1736), Mitglied der Royal Society in London, entdeckte 1729 den Unterschied von Leitern und Nichtleitern.

Leiter der Elektrizität sind in abnehmender Güte: die Metalle und Flammen, der Erdboden, insbesondere im feuchten Zustande, die Kohle, Salzlösungen, in Wasser gelöste Säuren und Basen, gewöhnliches Wasser, der menschliche Körper.

Gute Isolatoren sind alle Harze (insbesondere Bernstein), Schwefel, Paraffin, Glimmer, Celluloid, Glas, Porzellan, Seide, Wolle, fette Öle (Petroleum, Maschinenöl usw.), Benzin, Schwefelkohlenstoff, Alkohol, alle Gase. Schlechte Isolatoren (Halbleiter) sind Holz, Leinwand, Papier, ferner alle mit einer Feuchtigkeitsschicht überzogenen festen Körper, welche in vollkommen trockenem Zustande gute Isolatoren sind.

§ 222. **Isolierung eines Leiters.** Ein Leiter behält eine elektrische Ladung nur dann längere Zeit hindurch, wenn er durch einen Nichtleiter vom Erdboden getrennt oder **isoliert** ist. Ein geladener Konduktor wird dagegen entladen, wenn man ihn durch einen Leiter (Draht, Kette, menschlicher Körper) mit dem Erdboden verbindet oder, wie man sagt, **zur Erde ableitet.**

§ 223. **Existenz zweier Elektrizitäten. Wechselwirkung derselben.** Nähert man einem elektrischen Pendel einen mit amalgamiertem Leder geriebenen **Glasstab** und einem anderen Pendel einen mit Pelzwerk geriebenen **Hartkautschukstab** auf geringen Abstand, so tritt in jedem Falle Anziehung der Pendelkugel bis zur Berührung, also auch Ladung, und nach kurzer Zeit dauernde Abstoßung ein. Die von dem geladenen Glasstab abgestoßene Pendelkugel wird aber von dem elektrisierten Hartkautschukstab angezogen und umgekehrt (Abb. 240). Daraus folgt:

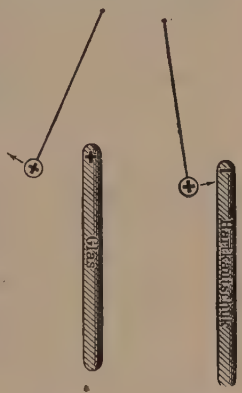


Abb. 240. Nachweis zweier Elektrizitätsarten.

a) **Es gibt zwei Elektrizitätsarten**[1]. Man nennt die durch Reiben von Glas mit amalgamiertem Leder hervorgerufene Elektrizität **positiv** (+), die auf Hartkautschuk durch Reiben mit Pelzwerk erzeugte **negativ** (−).

b) *Gleichnamig elektrisch geladene Körper* (also zwei + oder zwei − elektrische Körper) *stoßen sich ab, ungleichnamig geladene Körper* (ein + und ein − elektrischer) *ziehen einander an.*

c) **Jede elektrische Ladung besitzt ein Arbeitsvermögen (Energie),** denn sie kann eine andere Ladung anziehen oder abstoßen, also Arbeit verrichten. Der Betrag dieses Arbeitsvermögens läßt sich durch die als **Potential** oder **Spannung** bezeichnete Eigenschaft einer elektrischen Ladung beurteilen. (Genaueres s. § 245.) — Die Spreizung bei einem Blättchenelektroskop oder einem elektrischen Doppelpendel

1) Dufay (1698—1739), Mitglied der Pariser Akademie, entdeckte die Existenz zweier Elektrizitätsarten.

liefert ein Maß für die elektrische Spannung. Denn die Blättchen oder Pendel werden entgegen der Wirkung der Schwerkraft infolge der Arbeit der elektrischen Kräfte gespreizt erhalten. Stärkeres Spreizen entspricht also einer höheren, verminderten Spreizen einer geringeren Spannung. Versieht man ein Blättchenelektroskop mit einer Gradskala, so läßt sich durch den Winkel der Blättchen die Spannung messen und das Instrument als Elektrometer (§ 257, 1) verwenden.

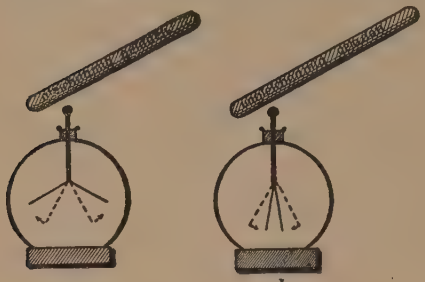


Abb. 241. Verhalten eines geladenen Blättchenelektroskops.

§ 224. **Verhalten eines Blättchenelektroskops.** Ein geladenes Blättchenelektroskop zeigt bei Annäherung eines gleichnamig geladenen Körpers eine Vergrößerung der Spreizung und damit der Spannung (Abb. 241a) Bei Annäherung eines ungleichnamig elektrischen Körpers aber tritt eine Verminderung des Winkels seiner Blättchen also auch eine Abnahme der Spannung ein (Abb. 241b). Denn im ersten Falle wird die Ladung des Elektroskops abgestoßen und in die Blättchen getrieben, im zweiten Falle aber aus den Blättchen in den Knopf heraufgezogen. — Gleiches Verhalten zeigt ein geladenes Doppelpendel.

§ 225. **Auftreten beider Elektrizitätsarten.** Wenn man einem geladenen Blättchenelektroskop zuerst einen beliebigen durch Reiben elektrisierten Körper und darauf den zum Reiben benützten Körper (das Reibzeug) nähert, so findet man: *Bei jeder Erzeugung von Elektrizität durch Reibung entstehen stets beide Elektrizitätsarten.* Dabei besitzt der geriebene Körper immer die eine, der reibende Körper (das Reibzeug) stets die andere Elektrizitätsart.

§ 226. **Gesetz von Coulomb. Einheit der Elektrizitätsmenge und Spannung.** Für die anziehende oder abstoßende Kraft F zwischen elektrischen Ladungen von der Größe $\pm Q_1$ und $\pm Q_2$ im Abstande r gilt, wie für die Wechselwirkung magnetischer Pole, das Coulombsche Gesetz: *Die zwischen zwei elektrischen Ladungen wirksame* (abstoßende oder anziehende) *Kraft ist proportional den Ladungsmengen und umgekehrt proportional dem Quadrat ihres Abstandes.* Die in Dyn (§ 20 und 80) gemessene Kraft beträgt

$$F = \pm \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2},$$

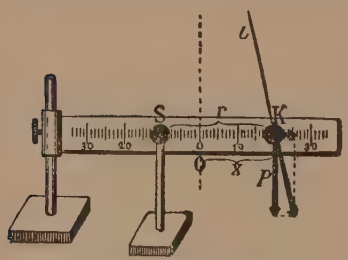


Abb. 242. Elektrisches Pendel von Odstrčil.

wobei das + Zeichen bei Abstoßung, das — Zeichen bei Anziehung gilt. Der Nachweis des Coulombschen Gesetzes läßt sich mit dem von Odstrčil

(sprich Odschil) angegebenen elektrischen Pendel (Abb. 242) führen. Eine an langen Seidenfäden gut isoliert aufgehängte, möglichst leichte, vergoldete Pendelkugel K von 1 cm Radius und P Gramm $= 981\,P$ Dyn Gewicht wird durch eine Standkugel S von gleichem Radius durch Berührung geladen und dann aus der Ruhelage O abgestoßen. Nach § 47 Beispiel 2 ist die wagrechte abstoßende Kraft $P \cdot \frac{x}{l}$ Grammgewicht $= P \cdot \frac{x}{l} \cdot 981$ Dyn, wenn l die Pendellänge und x die wagrechte Ablenkung des Pendels aus der Ruhelage O bedeutet (Abb. 242). Da Pendel- und Standkugel gleichen Radius haben und infolgedessen bei der Elektrisierung durch Berührung auch gleiche Ladungen Q annehmen, ist die abstoßende Kraft bei einer Entfernung r beider Kugelmitten $F = \frac{Q \cdot Q}{r^2} = \frac{Q^2}{r^2} = P \cdot \frac{x}{l} \cdot 981$ Dyn, für eine andere Entfernung r_1 und entsprechende Ablenkung x_1 bei ungeänderter Ladung $F_1 = \frac{Q^2}{r_1^2} = P \cdot \frac{x_1}{l} \cdot 981$ Dyn, so daß $F : F_1 = \frac{1}{r^2} : \frac{1}{r_1^2} = x : x_1$ die Bestätigung des Coulombschen Gesetzes liefert.

Auf Grund dieses Kraftgesetzes kann man festsetzen: *Als Einheit zur Messung von Elektrizitätsmengen dient diejenige Elektrizitätsmenge, welche auf eine gleichgroße Ladung im Abstande von 1 cm eine Kraft von 1 Dyn ausübt (Elektrostatische Einheit der Elektrizitätsmenge).* Die Messung mit dem Odstrčilschen Pendel gibt auch für Stand- und Pendelkugel aus $\frac{Q^2}{r^2} = P \cdot \frac{x}{l} \cdot 981$ den Betrag der Ladung $Q = r\sqrt{P \cdot \frac{x}{l} \cdot 981}$ elektrostatische Einheiten der Elektrizitätsmenge. Läßt man dann die Ladung der Pendelkugel unverändert, gibt aber der Standkugel irgend eine Ladung Q', so erhält man eine neue wagrechte Ablenkung x' und eine Entfernung der Kugelmitten r', so daß sich diese beliebige andere Ladung Q' aus der Gleichung $\frac{Q \cdot Q'}{r'^2} = P \cdot \frac{x'}{l} \cdot 981$ zu $Q' = \frac{P}{Q} \cdot \frac{r'^2 \cdot x'}{l} \cdot 981$ berechnen läßt.

Der elektrostatischen Ladungseinheit entspricht eine **elektrostatische Spannungseinheit.** Beim Odstrčilschen Pendelversuch sind nämlich, da Stand- und Pendelkugel 1 cm Radius haben, die Spannungen dem Zahlenwert nach gleich den Ladungsmengen, da die Beziehung gilt: **Elektrostatische Spannungseinheit** ist die Spannung (das Potential), welche ein Kugelkonduktor von 1 cm Radius bei Ladung mit der elektrostatischen Einheit der Elektrizitätsmenge aufweist. Für einen mit $\pm Q$ elektrostatischen Ladungseinheiten geladenen Kugelkonduktor vom Radius ϱ cm beträgt die Spannung $V = \pm \frac{Q}{\varrho}$ elektrostatische Spannungseinheiten (auch § 245).

In der Elektrodynamik (§ 254 u. f.) und in der elektrotechnischen

Praxis ist anstatt der unbequem kleinen elektrostatischen Einheit der Elektrizitätsmenge eine andere, $3 \cdot 10^9$mal größere, als praktische Einheit üblich, welche **1 Coulomb** (= **1 C**) genannt wird (§ 250 und 272). Anstatt der elektrostatischen Spannungseinheit dient dann der 300te Teil als praktische Spannungseinheit unter dem Namen **1 Volt** (= 1 V) [§ 248]. Diese wird auch meistens zur Angabe der Spannungswerte elektrostatischer Ladungen benutzt. Man hat somit

1 Coulomb = $3 . 10^9$ elektrostat. Einheiten der Elektrizitätsmenge

1 Volt = $\frac{1}{300}$ elektrostat. Spannungseinheiten.

Blättchenelektroskope zeigen in der Regel Spannungen erst von etwa 20—30 Volt aufwärts an.

§ 227. **Unitarische und dualistische Hypothese.** Wegen der Existenz zweier Elektrizitätsarten wurde von Symmer[1]) (1759) die zur Erklärung der elektrischen Erscheinungen bequeme sogen. **dualistische Hypothese** aufgestellt. Demnach sind in jedem **unelektrischen** oder **neutralen Körper** von vornherein **beide Elekrizitäten in gleicher** aber **unbegrenzter Menge** gemischt, also nach außen unwirksam, vorhanden. Ein Körper ist dagegen **positiv** oder **negativ** elektrisch, je nachdem er die **positive** oder **negative** Elektrizitätsart im **Überschuß** enthält.

Nach Franklins sog. **unitarischer Hypothese**[2]) (1755) gibt es jedoch nur **eine** Elektrizitätsart, von welcher jeder Körper im normalen Zustande eine gewisse Menge besitzt. Je nachdem dann der Körper **mehr** oder **weniger** als die **normale Menge Elektrizität** enthält, erscheint er **positiv** oder **negativ** geladen.

§ 228. **Vorstellungen über das Wesen der Elektrizität.** Nach der älteren Anschauung wird die Elektrizität in ihrem Verhalten vielfach mit einer äußerst leicht beweglichen Flüssigkeit (elektrisches Fluidum) verglichen. Man bezeichnet daher auch die auf Leitern eintretende Ausbreitung und Verschiebung der Elektrizität als Strömen oder Fließen. Diese Ausdrucksweisen ermöglichen für eine Reihe von elektrischen Vorgängen eine bequeme und kurze Bezeichnung und ein anschauliches Bild, ohne daß sie das Wesen der elektrischen Vorgänge aufklären.

Faraday und Maxwell[3]) denken sich die elektrischen Erscheinungen hervorgerufen durch **Zustandsänderungen im Lichtäther und in den Isolatoren.** Diese (noch unbekannten) Zustandsänderungen können für **statische** oder **ruhende Elektrizität** am besten mit einer **elastischen Span-**

1) Symmer († 1763) war Mitglied der Royal Society in London.

2) Franklin (1706—1790), amerikanischer Staatsmann, bewies die elektrische Natur der Gewitter und erfand den Blitzableiter und die Franklinsche Tafel.

3) Maxwell (1831—1879), zuletzt Professor in Cambridge, brachte die Faradayschen Anschauungen über den Zusammenhang von Magnetismus, Elektrizität und Licht in mathematische Form und arbeitete dieselben zu einer elektromagnetischen Theorie des Lichtes aus. Auch auf dem Gebiete der kinetischen Gastheorie war Maxwell hervorragend tätig.

nung oder **Zusammendrückung** verglichen werden, wobei der Äther selbst in Ruhe bleibt. Die Erscheinungen der **strömenden Elektrizität** werden dagegen durch **Bewegungsvorgänge im Äther** erklärt, welche wahrscheinlich in Schwingungen und Rotationsbewegungen bestehen.

Untersuchungen über den Elektrizitätsdurchgang durch Gase haben neuerdings zu einer Vorstellung geführt, die in gewisser Hinsicht eine Vereinigung der Symmerschen und noch mehr der Franklinschen mit der Faraday-Maxwellschen Anschauung bildet. Durch die Untersuchungen ist das Vorkommen kleinster unteilbarer Elektrizitätsmengen nachgewiesen worden, welche man Elementarladungen (§ 272) nennt. Den Betrag einer solchen Ladung hat man u. a. durch sorgfältige Untersuchungen von Millikan (1917) zu $4{,}774 \cdot 10^{-10}$ elektrostat. Einheiten $= 1{,}591 \cdot 10^{-19}$ Coulomb. feststellen können, so daß auf 1 elektrostatische Elektrizitätseinheit $\frac{1}{4{,}774 \cdot 10^{-10}} \sim 2 \cdot 10^9 = 2$ Milliarden Elementarladungen treffen. Der Elektrizitätsmenge von 1 Coulomb entsprechen dann rund $6 \cdot 10^{18} = 6$ Trillionen Elementarladungen. Nur negative Elementarladungen, die man jetzt Elektrizitätsatome oder **Elektronen** nennt, und für die sich aus Versuchen (§ 314, 2,4) die winzig kleine Masse von rund $\frac{1}{2000}$ der Masse des Wasserstoffatoms feststellen ließ, treten bei bestimmten Versuchsbedingungen frei, losgelöst von materiellen Körpern als selbständige Teilchen auf, während positive Elementarladungen nie frei, sondern stets mit stofflichen Atomen fest verbunden vorkommen. Ein neutrales Atom hat man sich daher aus einem sehr kleinen positiv geladenen Kern (= Restatom) bestehend zu denken, in dessen Umgebung je nach seiner stofflichen Beschaffenheit 1 oder mehrere Elektronen durch elektrische Anziehung gehalten werden (Näheres § 414). Dabei ist die Gesamtladung aller Elektronen stets ebenso groß wie die positive Ladung des Kerns. Hat ein neutrales Atom 1 oder mehrere Elektronen verloren, oder haben sich Elektronen an ein neutrales Atom oder eine Atomgruppe angeheftet, so erweist sich das Atom oder die Atomgruppe als positiv bzw. als negativ elektrisch geladen und wird **Ion** (§ 268) genannt. „Ionen sind also Atome oder Atomgruppen, die 1 oder mehrere Elektronen zu wenig oder zu viel besitzen." Man hat sich daher zu denken: **Jede negative Ladung eines Körpers ist durch Anlagerung oder durch Häufung von Elektronen entstanden, positive Ladung eines Körpers ist durch Verlust von Elektronen verursacht und wird durch die stofflichen Restatomen verkörpert.**

Als Stütze dieser Anschauungen mögen folgende Versuche dienen: Nach § 221 sind Flammen zu den Elektrizitätsleitern zu rechnen. Die hohe Temperatur bedingt nämlich eine Spaltung der Flammengase in Elektronen und $\pm$ Ionen. Bläst man daher mit einem Blasbalg B die von einer Flamme F aufsteigenden heißen Gase gegen ein geladenes Blättchenelektroskop E (Abb. 242a), so wird dieses rasch entladen, und zwar bei positiver Ladung des Elektroskops durch die zugeblasenen Elektronen und — Ionen, da die + Ionen abgestoßen werden und nicht zum Elek-

troskop gelangen können, bei negativer Ladung des Elektroskops dagegen durch die heranfliegenden + Ionen. Aus gleichem Grunde läßt sich auch ein elektrischer Körper am sichersten dadurch vollständig entladen, daß man den Körper durch eine Flamme zieht oder kurze Zeit von Flammengasen bespülen läßt. — Ein rotglühender Körper (z. B. ein elektrisch geglühter Eisendraht) sendet + Ionen aus, entlädt also ein in die Nähe gebrachtes negativ geladenes Blättchenelektroskop

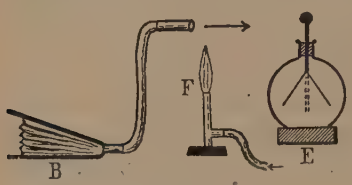


Abb. 242 a.
Ionen in Flammengasen.

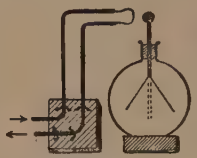


Abb. 242 b. Ionen- und Elektronenaustritt aus glühenden Körpern.

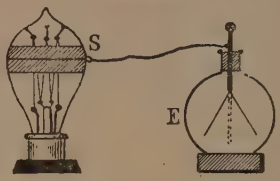


Abb. 242 c.
Elektronenaustritt aus dem Glühfaden einer Glühlampe.

(Abb. 242 b), nicht aber ein positiv geladenes. Bei Weißglut werden aber auch noch Elektronen ausgeschleudert, also das Elektroskop bei positiver oder negativer Ladung entladen. — Man umgebe (nach Greinacher) eine Glühlampe mit einem 2—3 cm breiten Stanniolstreifen S und verbinde diesen durch einen dünnen Draht mit dem Elektroskop E (Abb. 242 c). Bei negativer Aufladung von Elektroskop E und Stanniolstreifen S, bleibt die Spreizung der Elektroskopblättchen unverändert bestehen, wenn die Lampe entzündet wird. Dagegen fallen beim Aufleuchten der Lampe die Elektroskopblättchen sofort zusammen, wenn Elektroskop und Stanniolstreifen positiv geladen war. Denn die aus dem Glühfaden austretenden Elektronen fliegen an die Innenseite der mit dem Stanniolstreifen bedeckten Glaswand und die so entstehende negative Innenladung zieht auch noch die Ladung des Elektroskops nach dem Stanniolstreifen und hält sie dort fest, so daß das Elektroskop ungeladen erscheint (vgl. § 224. Abb. 241 b).

Die § 219 und 225 beschriebene Elektrizitätserzeugung durch Reibung läßt sich demach so vorstellen, daß der eine der beiden miteinander geriebenen Körper leicht Elektronen abgibt, während der andere sie aufnimmt und festhält und dadurch negative Ladung erhält. — Bei Leitern nimmt man an, die Elektronen seien zum Teil von den positiven Restatomen (Atomkernen) in engem Bereich festgehalten, zum Teil weniger festgebunden und daher von Atom zu Atom beweglich. In Isolatoren aber sind die Elektronen nur innerhalb des Molekularverbandes um geringes verschiebbar, daher ist zwar dielektrische Polarisation (§ 252) aber keine Ausbreitung des elektrischen Zustandes in einem Isolator möglich. Die von Faraday und Maxwell angenommenen Zustandsänderungen im Lichtäther denkt man sich durch Übereinanderlagerung der durch die ± Elementarladungen bedingten elektrischen und magnetischen Kraftfelder (§ 216—218, 245) hervorgerufen und mit Lichtgeschwindigkeit auf größere Entfernung übertragen.

Aufgaben. 350. Warum fallen die von einem elektrisierten Körper angezogenen Markkügelchen oder Papierschnitzel nach kurzer Zeit wieder ab? [§ 219, 223.]

351. Aus welchem Grunde gelingen bei feuchter Luft und im Sommer elektrische Experimente nur schlecht? [§ 221, 194.]

351. Welche Mittel ließen sich anwenden, um bei sehr feuchter Luft in einem Experimentierraum elektrische Experimente mit einiger Sicherheit auszuführen? [§ 221, 175, 191.]

353. Wie erkennt man, ob ein Körper + oder − geladen ist? [§ 223, 224.]

354. Wie verhält sich ein geriebener, horizontal drehbar aufgehängter Hartkautschukstab elektrisierten und unelektrischen Körpern gegenüber? [§ 219, 223.]

355. Wieviel Dyn beträgt die Kraft zwischen zwei mit ± 12 und ± 48 elektrostatischen Einheiten geladenen kleinen Konduktoren, wenn der eine festgehalten, der andere in 2, 3, 4 cm Entfernung gebracht wird? [144, 64, 36 Dyn.]

356. Mit welcher Kraft wirken zwei Konduktoren in 1 km Abstand aufeinander, welche mit je 1 Coulomb $= 3 \cdot 10^9$ elektrostat. Einheiten geladen sind? (Die Kraft ist in Dyn und in kg auszudrücken.) Welche Spannung würde ferner ein mit 1 C geladener Kugelkonduktor von 1 dm Radius aufweisen? [$9 \cdot 10^8$ Dyn = 917,4 kg; $3 \cdot 10^8$ el.-stat. Sp. E. = $9 \cdot 10^{10}$ V.]

357. Wie verhält sich ein Goldblattelektroskop, wenn ein geladener Körper und das zugehörige Reibzeug nacheinander oder gleichzeitig gleich weit angenähert wird, und zwar a) bei ungeladenem, b) bei geladenem Elektroskop? [§ 220, 224.]

358. Mit welcher Art von Reibzeugen gelingt der Nachweis, daß dieses selbst eine elektrische Ladung annimmt, am besten? [§ 221, 225.]

Übungen. a) Man löse die Aufgaben 353, 354, 357, 358 durch den Versuch! — b) Untersuche die in § 219 genannten Körper auf die Art der Ladung, die sie durch Reiben mit Wolle, Pelz oder Seide annehmen! — c) Reibe irgend zwei der in § 219 genannten Körper miteinander und untersuche die Art ihrer Ladung! — d) Man verbinde 2 Blättchenelektroskope, von denen man das eine geladen hat, der Reihe nach mit einem Hartkautschuk-, Glas- oder Holzstabe, mit einem Seiden-, Baumwolle- oder Leinenfaden und untersuche die Wirkung am zweiten Elektroskop! — e) Man untersuche, ob und wie sich isoliert gehaltene Metallstäbe oder Scheiben durch Reiben mit anderen Körpern elektrisch machen lassen!

§ 229. Elektrische Influenz. An die abgerundeten Enden eines langen zylindrischen und isolierten Konduktors [zweckmäßig besteht dieser aus zwei auf isolierenden Füßen befestigten Hälften] seien die Knöpfe zweier Blättchenelektroskope angelegt. Dann nähere man einen elektrischen Körper. Die Elektroskope und somit auch die betreffenden Enden des Konduktors zeigen dann Ladungen. Nimmt man nun den Konduktor während

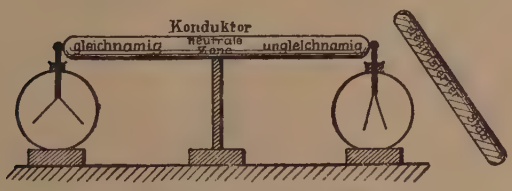


Abb. 243. Influenzversuch.

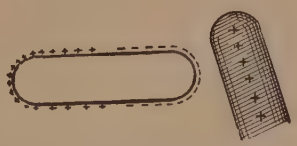


Abb. 244. Verteilung der Influenzladungen.

der Anwesenheit des elektrisierten Körpers weg, so können die Ladungen einzeln auf ihre Art untersucht werden (Abb. 243). Es ergibt sich dann:

Auf jedem Konduktor tritt bei Annäherung eines elektrisierten Körpers eine solche Lostrennung und Verschiebung der negativen Elektrizität (Elektronen) im Konduktor ein, daß das dem elektrisierten Körper nähere Ende des Konduktors ungleichnamig, das entferntere Ende gleichnamig elektrisch wird (Abb. 244). Man bezeichnet diese Einwirkung als **elektrische Verteilung** oder als **elektrische Influenz.**[1]) Man hat sich zu denken, daß die leicht beweglichen Elektronen (§ 228) im ursprünglich neutralen Leiter vom angenäherten elektrisierten Körper abgestoßen oder angezogen werden, je nachdem letzterer selbst negativ oder positiv geladen ist. Die Influenz dauert so lange, als der elektrische Körper sich in der Nähe des Leiters befindet.

Nach Entfernung des influenzierenden Körpers tritt bei einem isolierten Konduktor der neutrale Zustand wieder ein, d. h. die einseitig angehäuften Elektronen vereinigen sich wieder mit den am anderen Leiterende befindlichen positiven Restatomen.

Ein an beliebiger Stelle zur Erde abgeleiteter und der Influenzwirkung eines elektrischen Körpers ausgesetzter Konduktor nimmt stets ungleichnamige Influenzladung an. Denn der Konduktor gibt entweder an die Erde Elektronen ab oder nimmt solche von der Erde auf, je nachdem der angenäherte Körper ∓ geladen ist. Während der Dauer und auch nach Aufheben der Erdverbindung bleiben die Blättchen der beiden Elektroskope geschlossen (Abb. 245, punktierte Linien), wenn nur die Influenzwirkung noch fortbesteht. Denn dann bleibt die ungleichnamige Influenzladung des Leiters in der Nähe des elektrisierten Körpers festgehalten, **gebunden**, und wirkt nicht auf das Elektroskop (Abb. 245, punktierte Blättchen). Es ergibt sich also: *Gebundene Influenzladung hat keine Wirkung nach außen und ist ohne Spannung.* Entfernt man jetzt auch den elektrischen Körper, so wird die bisher gebundene Ladung **frei** und der ganze Konduktor und somit auch die beiden Elektroskope zeigen ungleichnamige Ladung (Abb. 245). Man findet also: *Freigewordene Ladung zeigt Spannung und Wirkung nach außen.*

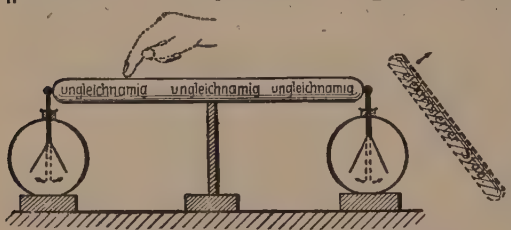


Abb. 245. Influenzierung eines zur Erde abgeleiteten Konduktors.

Das Verhalten der Blättchenelektroskope ist stets auf Influenz zurück-

1) Die Erklärung der elektrischen Influenz rührt von den deutschen Gelehrten Äpinus (1724—1802) und Wilke, geb. 1732 zu Wismar in Mecklenburg, † 1796 als Mitglied der schwedischen Akademie der Wissenschaften zu Stockholm, her.

zuführen. So tritt bei Annähern eines elektrisierten Körpers im Knopf entgegengesetzte, in den Blättchen gleichnamige Influenzladung auf. Bei Entfernung des elektrisierten Körpers vereinigen sich beide Influenzladungen wieder zu neutraler Elektrizität. Auch pflegt man die Blättchenelektroskope zur Schonung der Blättchen nach Art des Versuchs Abb. 245 durch Influenz zu laden. Ebenso handelt es sich beim 3. Versuch § 228 um Influenz.

Ein wichtiger Influenzversuch, der sog. **Faradaysche Eimerversuch**, besteht darin, daß man ein bis auf eine kleine Öffnung in der Deckfläche geschlossenes zylindrisches Metallgefäß isoliert aufstellt, mit einem Elektroskop verbindet und dann einen isoliert gehaltenen, irgendwie geladenen Körper (z. B. eine Probekugel) in den Hohlraum einführt (Abb. 246a). Dadurch wird der Eimer durch Influenz innen ungleichnamig, außen gleichnamig geladen und die Blättchen des Elektroskops spreizen sich mit gleichnamiger Influenzladung. Berührt man nun die geladene Probekugel mit der Innenwand des Eimers, so bleibt die Spreizung der Elektroskopblättchen vollkommen unverändert (Abb. 246b). Es hat also ein vollständiger Ausgleich der ungleichnamigen Influenzladung auf der Innenseite des Eimers mit der Ladung des Körpers stattgefunden. Die nur mehr vorhandene Außenladung des Eimers ist genau gleich groß wie die eingeführte Ladung der Probekugel. Man kann also auf diese Weise eine elektrische Ladung vollständig auf einen Konduktor (den Eimer) übertragen, was anderweitig nicht möglich ist, da immer eine Restladung auf dem berührenden elektrischen Körper zurückbleibt.

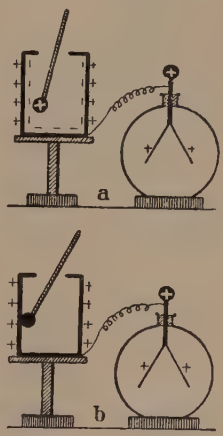


Abb. 246. Faradayscher Eimerversuch.

§ 230. **Elektrophor.** Ein infolge Influenz wirkender Apparat zur Erzeugung größerer Elektrizitätsmengen ist der **Elektrophor** (griech. élektron und phoreús = Träger) [Wilke 1762]. Er besteht aus einer Scheibe aus Harzmasse, dem Harzkuchen K, welcher auf oder in eine metallene Unterlage, den Teller T, gelegt ist, und aus einem Metalldeckel D mit isolierendem Griff G (Abb. 247a). Der durch Reiben mit Pelz negativ elektrisch gemachte Kuchen ruft in dem daraufgelegten Deckel Influenz hervor. Nach Entfernung der negativen Influenzladung durch Ableiten des Deckels zum Erdboden (Abb. 247 b) wird durch Hochheben des Deckels die po-

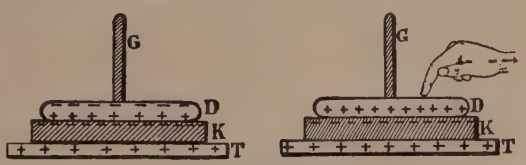


Abb. 247. Elektrophor

sitive Influenzladung frei. Bei Annäherung eines geerdeten Leiters tritt ein knisternder Funke auf (es wird dabei durch Elektronenzustrom von der Erde aus die positive Ladung wieder neutralisiert). — Die durch Influenz im Teller erzeugte positive Elektrizität hält die Ladung des Harzkuchens gebunden und verhindert deren Zerstreuung und deren Übergang auf den aufgesetzten Deckel.

§ 231. **Sitz der elektrischen Ladung.** Ein mit einem Metallgehäuse (engmaschiges Drahtnetz, Drahtkäfig) vollständig umgebenes Blättchenelektroskop (Abb. 248) zeigt nicht die geringste Ladung an, auch wenn man das Gehäuse noch so stark ladet und mit dem Elektroskop leitend verbindet (Versuch von Faraday). Hieraus folgt: *Ruhende* (d. h. im Gleichgewicht befindliche) *oder statische Elektrizität ordnet sich auf einem geladenen Konduktor nur auf dessen äußerer Oberfläche an.* Bei Versuchen mit statischer Elektrizität können deshalb alle Konduktoren hohl sein. — Das Metallgehäuse schützt auch die im Inneren befindlichen Körper vor jeder elektrischen Einwirkung von außen, insbesondere wenn die Metallhülle zur Erde abgeleitet ist. **(Elektrische Schirmwirkung.)**

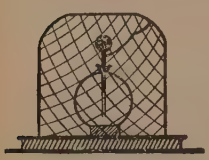


Abb. 248. Faradayscher Drahtkäfig.

§ 232. **Elektrische Dichte.** „Als **elektrische Dichte** bezeichnet man die auf der Flächeneinheit eines Konduktors befindliche Elektrizitätsmenge.“ Die elektrische Dichte an verschiedenen Stellen eines Leiters kann man dadurch untersuchen, daß man diese Stellen mit einem isoliert gehaltenen, metallenen Probescheibchen oder Probekügelchen berührt. Die so entnommene Ladung wird jedesmal auf ein Elektroskop übertragen. Man erhält dann bei einem kugelförmigen Konduktor stets gleich starkes, bei einem anders gestalteten Konduktor für verschiedene Stellen verschieden starkes Spreizen der Blättchen. Benützt man nun stets das gleiche Elektroskop, so ist der Spreizwinkel der Blättchen, obwohl zunächst ein Maß für die Spannung, auch ein Maß für die Ladungsmenge, da bei demselben Konduktor (hier Metallstab und Blättchen des Elektroskops) die erzielte Spannung der Ladungsmenge proportional ist (s. auch § 249). Man findet also: *Auf einem Konduktor hat die elektrische Ladung nur dann durchaus gleichmäßige Dichte, wenn der Konduktor eine überall gleiche Krümmung besitzt, also Kugelgestalt hat* (Abb. 249). *Auf einem Konduktor mit wechselnder Krümmung seiner Oberfläche ändert sich auch die Dichte der Ladung. Die Anhäufung der Elektrizität, d. h die elektrische Dichte, ist da am größten, wo der Konduktor die stärkste Krümmung aufweist* (Abb. 250).

Abb. 249. Gleiche elektrische Dichte auf einem Kugelkonduktor.

Abb. 250. Ungleiche elektrische Dichte bei wechselnder Krümmung des Konduktors.

§ 233. **Elektrischer Druck. Wirkung der Spitzen.** Je größer die Dichte der Ladung ist, um so größer ist das Bestreben der Elektrizität nach Ausgleich. Dieses Bestreben wird als **elektrischer Druck** bezeichnet. So wirkt der geladene Deckel eines Elektrophors stark und aus beträchtlicher Entfernung auf ein Blättchenelektroskop (Abb. 251a). Die Spreizung der Blättchen verschwindet aber sofort fast vollständig, wenn man auf den Deckel mittels eines isolierenden Stieles eine feine Metallspitze (z. B. eine Nadel) aufsetzt (Abb. 251b). — Es ergibt sich somit:

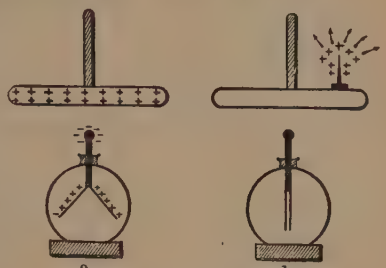


Abb. 251. Wirkung einer Spitze.

An scharfen Kanten und Spitzen ist wegen ihrer starken Krümmung die elektrische Dichte und somit der elektrische Druck so bedeutend, daß der Widerstand des umgebenden Isolators überwunden wird und Austritt oder Zustrom von Elektronen erfolgt. Dabei laden sich die in Umgebung der Kanten und Spitzen befindlichen Luftteilchen und werden dann von der auf dem Konduktor noch zurückbleibenden gleichnamigen Ladung abgestoßen. Die geladenen Luftteilchen fliegen als sog. **elektrischer Wind** zu benachbarten, mit der Erde in Verbindung stehenden Leitern oder zu Körpern, welche ungleichnamig geladen sind, wo sie ihre Ladung abgeben.

An Konduktoren, welche längere Zeit geladen bleiben sollen, vermeidet man daher scharfe Kanten und Spitzen.

§ 234. **Scheinbare Saugwirkung der Spitzen.** Wird der scharfen Spitze eines ungeladenen Konduktors ein elektrischer Körper genähert, so verschwindet die Ladung des Körpers, während der Konduktor eine mit dem Körper gleichnamige Ladung annimmt. Es findet nämlich Influenzwirkung im Konduktor und Ausströmen von Elektronen infolge ihrer starken Häufung an der Spitze nach dem Körper hin statt. Seine Ladung wird daher neutralisiert, wenn sie positiv war. Oder es treten die überschüssigen Elektronen des negativ geladenen Körpers durch die Spitze in den Konduktor ein, um dessen Verarmung an Elektronen in Umgebung der Spitze aufzuheben.

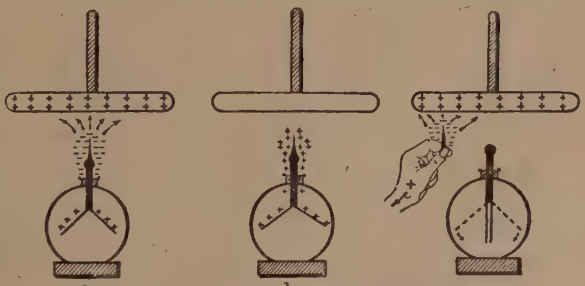


Abb. 252. Scheinbare Saugwirkung einer Spitze.

Versieht man z. B. den Knopf eines Elektroskops mit einer feinen Spitze und setzt dieses der Influenz eines geladenen Elektrophordeckels aus, so zeigt sich das Elektroskop dauernd

positiv geladen (Abb. 252a, b). Bringt man dagegen dem geladenen Elektrophordeckel eine in der Hand gehaltene, also zur Erde abgeleitete Metallspitze gegenüber, so verschwindet dadurch die Ladung des Deckels sofort (Abb. 252c).

Nach Ablauf aller elektrischen Vorgänge hat es also den Anschein, als wäre die Ladung des elektrisierten Körpers durch die Spitze in den Konduktor **eingesaugt** worden. Man bezeichnet daher (wenn auch im Falle eines positiv geladenen Körpers mit Unrecht) eine solche Spitze als **Saugspitze** (Verwendung bei Elektrisiermaschinen, § 241—243).

Aufgaben. 359. Wie beweist man für einen geladenen Elektrophor die Art der Ladungen des Deckels vor und nach der Berührung mit dem Finger? [§ 230, 224.]

360. Ein mit einem Elektroskop verbundener isolierter Konduktor wird durch einen angenäherten elektrischen Körper influenziert. Was geht vor und wie verhält sich das Elektroskop, wenn zwischen Körper und Konduktor ein großer isolierter bzw. geerdeter Metallschirm gebracht wird? [§ 229, 231.]

361. Welche Bedeutung hat ein Metallgehäuse bei einem Blättchenelektroskop? Ist ein Glasgehäuse besser? [§ 229, 231.]

362. Wie unterscheiden sich die beim Eimerversuch vorkommenden Erscheinungen von denjenigen beim Drahtkäfigversuch? [§ 229, 231.]

363. Einem mit dem Finger berührten Blättchenelektroskop wird ein elektrisierter Körper genähert, der Finger und dann der elektrisierte Körper weggenommen. Warum und wie wird das Elektroskop geladen sein? [§ 229.]

364. Wie verhält sich ein isolierter Leiter bei Annäherung eines geladenen Körpers, wenn der Leiter a) an der dem elektrisierten Körper zugekehrten Seite, b) an der abgekehrten Seite mit Spitze versehen ist? [§ 229, 232—234.]

365. Im Hohlraume einer außen mit Spitze versehenen Metallkugel befindet sich eine kleinere Metallkugel, welche durch einen wohlisolierten Draht von außen her positiv geladen werden kann. Wie ladet sich die äußere Hohlkugel und wie verhält sich ein angenähertes Elektroskop? [§ 229, 232, 233.]

366. Ein isolierter Kugelkonduktor kann mit zwei an isolierenden Griffen befestigten metallenen Halbkugeln bedeckt werden, welche genau auf den Konduktor passen. Welche Ladung zeigt der Konduktor a) wenn er zuerst geladen, dann die Halbkugeln aufgesetzt und wieder abgehoben werden, b) wenn die Ladung erst bei aufgesetzten Halbkugeln mitgeteilt wird und diese dann entfernt werden? Was beweist dieser von Coulomb angestellte Versuch? [§ 231.]

Übungen. a) Führe den Eimerversuch von Faraday unter Benützung einer isoliert aufgestellten Konservenbüchse als Eimer aus! — b) Lade ein Elektroskop nach Maßgabe der Aufgabe 363 durch Influenz! — c) Man untersuche die Ladungsdichte an der Oberfläche eines zylindrischen Konduktors (Konservenbüchse) oder einer Metallscheibe! — d) Man lade zwei in Berührung befindliche isolierte und gleichgroße Metallkörper, von denen der eine hohl, der andere massiv ist (leere und mit Salzlösung gefüllte Konservenbüchsen) und vergleiche die Ladungsdichte an korrespondierenden Stellen! — e) Man stelle ähnlich wie in Aufgabe 360 einen geladenen Körper in die Nähe eines Blättchenelektroskops und bringe zwischen beide eine größere Glas- oder Hartgummischeibe, eine isolierte oder zur Erde abgeleitete Blechtafel! — f) Man führe die in § 234 zur Wirkung der Spitzen angegebenen Versuche aus! — g) Man untersuche die Ladungen der Teile eines Elektrophors mit dem Elektroskop!

§ 235. **Kondensator.** Um einen Konduktor mit großen Elektrizitätsmengen zu laden, muß man ihm im allgemeinen eine große Oberfläche

geben. Man kann aber bequemer zur Anhäufung größerer Elektrizitätsmengen **Kondensatoren** verwenden. „Der **Kondensator (Ansammlungsapparat)** besteht aus zwei größeren Metallflächen **(Belege)**, welche durch eine **dünne isolierende Zwischenschicht** (Luft, Glas, Hartkautschuk, Glimmer, paraffiniertes Papier) voneinander getrennt sind.“ Leitet man den einen Beleg zur Erde ab und führt dem anderen durch eine Elektrizitätsquelle (z. B. durch den geladenen Deckel eines Elektrophors) Elektrizität zu, so erhält der abgeleitete Beleg durch Influenz eine ungleichnamige Ladung. Diese hält die dem anderen Beleg zugeführte Elektrizität größtenteils gebunden und macht sie daher nach außen unwirksam. Aus diesem Grunde kann von der Elektrizitätsquelle neue Elektrizität zugeführt werden. Es lassen sich so, indem der gleiche Influenzvorgang und die gegenseitige Bindung der Ladungen sich wiederholt, große Elektrizitätsmengen in dem Kondensator anhäufen.

§ 236. **Verschiedene Formen des Kondensators.** Die gebräuchlichsten **Formen des Kondensators** sind:

a) die **Franklinsche Tafel**, eine auf beiden Seiten bis auf mehrere cm vom Rande mit Stanniol (Zinnfolie) belegte Glastafel (Abb. 253). Die nicht belegten Stellen der Glastafel sind der besseren Isolierung wegen mit Schellackfirnis überzogen;

b) die **Leidener** oder **Kleistsche Flasche**[1]), eine innen und außen bis etwa $^2/_3$ ihrer Höhe mit Stanniol belegte zylindrische Glasflasche. Ein durch einen Deckel aus gefirnißtem Holz oder Hartkautschuk geführter Draht, welcher oben mit einem Metallknopf versehen ist, vermittelt die Zuleitung zum inneren Beleg. Die unbelegten Teile des Glases sind sorgfältig gefirnißt (Abb. 254).

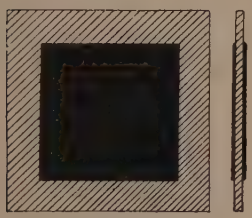


Abb. 253.
Franklinsche Tafel.

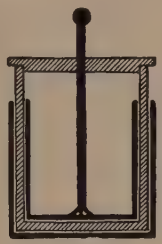


Abb. 254.
Leidener Flasche.

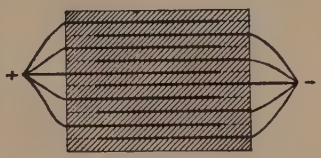


Abb. 255.
Blätterkondensator.

„Mehrere (n) Leidener Flaschen, deren innere und äußere Belege unter sich metallisch verbunden sind, bilden eine **elektrische** oder **Leidener Batterie.**“ Mit einer solchen kann man bei gleicher Größe der Flaschen n-mal so viel Elektrizität ansammeln wie in einer einzigen Flasche;

c) der **Blätterkondensator.** Bei diesem ist eine größere Anzahl von Stanniolblättern durch Glimmer, paraffiniertes Papier, Hartkautschuk usw.

---

1) Gleichzeitig (1745) vom Domherrn v. Kleist zu Kammin und von Cunäus in Leiden erfunden.

voneinander wohl isoliert und so verbunden, daß jeweils das 1^{te}, 3^{te}, 5^{te} .. Stanniolblatt, ebenso des 2^{te}, 4^{te}, 6^{te} ... in metallischer Berührung sind (Abb. 255). Man erhält so einen wegen der großen Oberfläche der Belege sehr wirksamen, aber nur wenig Raum beanspruchenden Kondensator.

In neuerer Zeit werden hauptsächlich für Zwecke der drahtlosen Telegraphie (§ 315, 4) stetig **veränderliche Kondensatoren** viel benützt. Diese bestehen aus zwei Systemen von halbkreisförmigen Metallplatten in geringem Abstand, von denen das eine drehbar angeordnet ist und in die Zwischenräume des andern Systems teilweise oder ganz hineingedreht werden kann.

§ 237. **Entladungsarten eines Kondensators.** Der geladene Kondensator wird **entladen**, wenn man an den zur Erde abgeleiteten Beleg einen Draht (**Entladungsdraht**) anlegt und diesen mit dem anderen Beleg verbindet. Noch bevor diese Verbindung vollständig hergestellt ist, erfolgt unter Knall und Funkenerscheinung die Entladung (**disruptive Entladung**). Die Funkenlänge (**Schlagweite**) ist von der elektrischen Spannung des geladenen Beleges abhängig (§ 248). Die Entladung ist bei größerer Schlagweite jedoch keine vollständige, sondern es verschwinden nur etwa $^{11}/_{13}$ der Ladung durch Ausgleich. Durch beträchtliche Verkleinerung der Schlagweite kann dann eine neue disruptive Entladung erzielt werden.

Bei Anwendung eines schlechten Leiters, z. B. einer feuchten Schnur, als Entladungsbahn findet ein langsamer, vollständiger Ausgleich der Ladungen der Belege statt (**kontinuierliche Entladung**).

Bei kurzer Funkenstrecke und gut leitender Entladungsbahn endlich erhält man eine **oszillierende Entladung.** Es zeigen dann nämlich die Belege des Kondensators in äußerst rascher Folge abwechselnd entgegengesetzte Ladungen. Es wurde dies zuerst 1858 von Feddersen[1]) durch Beobachtung des Entladungsfunkens in einem rasch rotierenden Spiegel festgestellt, nachdem schon 1855 William Thomson (§ 57 Anm.) die Erscheinung vorausberechnet hatte. Ein solches in dem Entladungsdrahte stattfindendes rasches Hin- und Herwogen der Elektrizität (Hunderttausende, ja Millionen von Malen in der Sekunde) bezeichnet man als **elektrische Schwingung** oder als **elektrische Oszillation** (§ 252 u. § 315, 1)

Aufgaben. 367. Welcher Unterschied besteht in der Ladung eines Kondensators, wenn man den einen Beleg desselben isoliert oder mit der Erde verbindet? [§ 235, 236, 239, 223b.]

368. Wie erklärt sich, daß ein geladener Kondensator seine Ladung sehr lange bewahrt? [§ 235, 236, 229.]

369. Wie unterscheidet sich das Laden einer Leidener Flasche vom Laden einer Leidener Batterie? Wie gestaltet sich der Ladungsvorgang, wenn man mehrere Leidener Flaschen in Kaskade, d. h. so zu einer Batterie vereinigt, daß man immer die äußere Belegung einer Flasche mit der inneren Belegung der nächstfolgenden leitend verbindet? [§ 235, 236, 229.]

---

1) Feddersen, geb. 1832 in Schleswig, gest. 1918 als Privatgelehrter in Leipzig, beschäftigte sich vorwiegend mit physikalisch-biographischen Arbeiten.

§ 238. **Atmosphärische Elektrizität.** *Die den Erdkörper umgebende Atmosphäre besitzt unter normalen Verhältnissen eine im Winter größere, im Sommer geringere positive elektrische Ladung.* Man kann diese Ladung nachweisen, indem man in freiem Felde ein Blättchenelektroskop durch einen langen dünnen Draht mit der Flamme einer an gut isolierendem Stabe befestigten Kerze verbindet (Flammenkollektor). Das Elektroskop ladet sich dann positiv und zwar um so mehr, je höher man die Kerzenflamme emporhebt. Die positive Ladung der Atmosphäre nimmt also mit wachsender Höhe zu. Es ergibt sich bei klarem Wetter für 1 m Erhebung des Flammenkollektors je nach dem Beobachtungsorte und in der Nähe des Erdbodens eine Spannungszunahme des Elektroskops zwischen 50 und 250 Volt/m. Mit größerer Höhe über dem Boden wird diese Spannungszunahme für 1 m Erhebung geringer und beträgt z. B. in 1000 m Höhe nur mehr 10 Volt/m. Die Ursache dieser Ladung ist zur Zeit noch nicht endgültig festgestellt (§ 314, 4). Störungen im elektrischen Gleichgewichtszustande der Atmosphäre, welche hauptsächlich durch rasche Kondensation von Wasserdampf zu Wolken hervorgerufen werden, geben zu heftigen elektrischen Entladungen in Form von **Blitzen** (Zickzack-, Flächen- und Kugelblitze) Veranlassung. Der den Blitz begleitende Donner unterscheidet sich nur in der Stärke von dem Knall des elektrischen Funkens.

§ 239. **Blitzableiter.** Der zum Schutze irdischer Objekte gegen Blitzgefahr dienende **Blitzableiter** (Franklin 1753) besteht gewöhnlich nach der den älteren Anschauungen entstammenden Ausführungsform aus einer oder mehreren mit Spitzen versehenen metallenen Auffangstangen A (Abb. 256), aus der Luftleitung LL und aus der Erdleitung EE. (Jeder Auffangstange schrieb man einen kegelförmigen Schutzraum zu, dessen Basisfläche gewöhnlich einen Radius gleich der Höhe h der Auffangstange über dem Erdboden erhielt.) Die Luftleitung wird gebildet durch dicke Kupfer- oder Eisendrahtleitungen, welche die Auffangstangen unter sich und mit der Erdleitung EE verbinden. Letztere wird aus verzinkten Eisenblechplatten, aus Bleiplatten oder aus Drahtnetzen hergestellt.

Abb. 256. Blitzableiter.

Der Blitzableiter sollte nach der älteren Ansicht zunächst die Aufgabe haben, die gefahrdrohende Ladung einer Gewitterwolke zu neutralisieren. Im Falle eines Blitzschlages sollte er ferner den Blitz unschädlich für das zu schützende Objekt zur Erde führen. Man dachte sich z. B., daß eine positiv geladene Gewitterwolke ein Ausströmen von negativer Influenzelektrizität aus den Spitzen der Auffangstangen bewirke, so daß die Gewitterwolke an Ladung verliert (Abb. 256). Gute Beschaffenheit der Spitzen

wäre für diese Wirkung notwendige Bedingung. Zum Zweck einer guten Ableitung eines Blitzes schrieb man ferner vor, die Erdleitung in das Niveau des Grundwassers, in einen Brunnen oder in einen Wasserlauf zu verlegen. — Bei der Blitzableiteranlage nach Melsens wird das zu schützende Gebäude, z. B. ein Pulvermagazin, mit einem geerdeten, weitmaschigen Netz von Drähten eingehüllt und so gewissermaßen unter einen Faradayschen Drahtkäfig gestellt (§ 231).

Auf Grund neuerer Untersuchungen sind Auffangstangen zur Erzielung eines bestimmten Schutzraumes überflüssig, auch ist die vorbeugende Wirkung einer Blitzableiteranlage eine ganz geringe. Zu einer wirksamen Ableitung eines Blitzschlages, welcher Turmspitzen, hohe Kamine, Dachspitzen und Firste vorzugsweise trifft, genügt eine mit den Dachrinnen in Verbindung stehende Verkleidung des Dachfirstes und der Dachkanten aus verzinktem Eisen, sowie die von der Dachrinne zu Boden gehenden Regenrohre. Als Erdleitung benützt man am besten das weitverzweigte Netz der Gas- und Wasserleitungsröhren, mit welchen Dachrinne und Regenrohre metallisch (z. B. durch verzinkten Eisendraht) zu verbinden sind.

Aufgaben. 370. Warum sind größere Metallmassen im Inneren eines Gebäudes bei Einschlagen eines Blitzes in den Blitzableiter gefahrbringend, wenn sie nicht mit dem Blitzableiter leitend verbunden sind? [§ 229, 239.]

371. Warum geht ein einschlagender Blitz häufig durch den rauchenden Kamin eines Gebäudes, wenn kein Blitzableiter vorhanden ist? [§ 221, 232, 233.]

372. Infolge der Vermehrung der oberirdischen Telegraphen- und Telephonleitungen hat in Städten die Blitzgefahr abgenommen. Wie erklärt sich dies? [§ 221.]

373. Welche Anordnung wird am besten gegen Blitzgefahr schützen? [§ 231.]

§ 240. **Elektrisiermaschinen.** *Bei allen Elektrisiermaschinen wird durch Aufwand von mechanischer Arbeit durch Drehen von beweglichen Scheiben, unter Benützung von Influenz- und Spitzenwirkung Elektrizität erzeugt.* Die gewonnene Elektrizität ist nämlich das Äquivalent für die Arbeit, welche zur Überwindung der Anziehung der auftretenden entgegengesetzten Ladungen notwendig ist. — Man unterscheidet Reibungs- und Influenzelektrisiermaschinen.

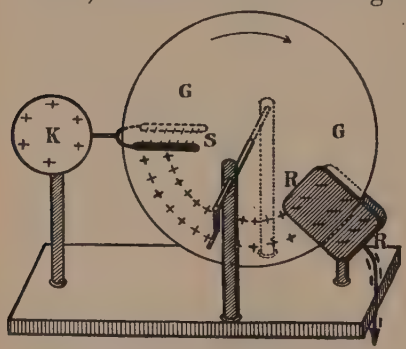


Abb. 257. Reibungselektrisiermaschine.

§ 241. **Reibungselektrisiermaschine.**[1]) Bei der nur mehr wenig gebrauchten **Reibungselektrisiermaschine** (Abb. 257) wird eine an isolierender Achse befestigte Glasscheibe G durch ein Reibzeug R (mit Amalgam bestrichene Lederkissen) hindurchgedreht und dadurch positiv elektrisch gemacht. Die Ladung ge-

1) Die Reibungselektrisiermaschine wurde 1743 von Prof. Hansen (1693—1743) in Leipzig erfunden, von Prof. Bose (1710—1761) in Wittenberg durch Anbringung des Konduktors und schließlich von Prof. Winkler (1703—1770) in Leipzig durch Hinzufügung des Reibzeuges verbessert.

langt durch die Drehung zwischen zwei Saugkämme oder Saugringe S (mit Spitzen besetzte Metallkörper) und ruft in diesen und dem damit leitend verbundene Konduktor K Influenz hervor. Infolge der Spitzenwirkung geht ein Elektronenstrom auf die Scheibe und neutralisiert deren Ladung. Die Scheibe geht also neutral aus den Saugkämmen hervor und kann durch das Reibzeug neu elektrisch gemacht werden. Je nachdem man die positive oder negative Elektrizität benötigt, leitet man das Reibzeug R oder den Konduktor K der Maschine zur Erde ab.

Für die gute Wirkung der Maschine ist durchaus notwendig, daß die Scheibe und alle vorhandenen isolierenden Stützen vollkommen trocken sind. Dies ist bei Luft mit hohem Feuchtigkeitsgehalt (im Frühjahr und Sommer) nur schwer zu erreichen.

§ 242. **Influenzelektrisiermaschine von Holtz.** Die **Influenzelektrisiermaschine** von Holtz[1]) besitzt zwei gefirnißte Glasscheiben G_1 und G_2. Von diesen ist die kleinere G_2 drehbar, die größere G_1 feststehend und mit diametralen Ausschnitten A_1, A_2 versehen (Abb. 258a zeigt die Scheiben im Aufriß, Abb. 258b im Grundriß). In die Ausschnitte ragen

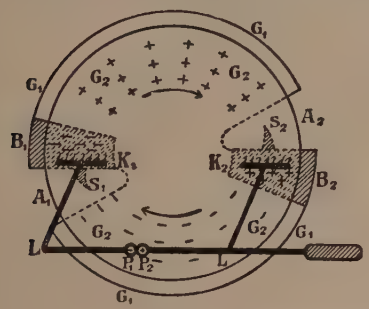


Abb. 258a. Influenzelektrisiermaschine von Holtz

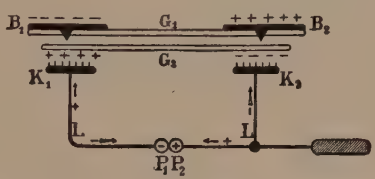


Abb. 258b.

zwei von Papierbelegen B_1, B_2 ausgehende Stanniolspitzen S_1, S_2 herein. In Höhe der Belege befindet sich vor der drehbaren Scheibe G_2 ein zweimal rechtwinklig gebogener Leiter L, L mit Saugkämmen K_1, K_2 und zwei voneinander entfernbaren Kugeln P_1, P_2 (Pole der Maschine). — Man berührt einen der Papierbelege, etwa B_1, mit einem elektrisch gemachten Hartkautschukstreifen und dreht zugleich bei sich berührenden Polkugeln P_1P_2 die Scheibe G_2 den Stanniolspitzen S_1S_2 entgegen. Durch Influenz von seiten des geladenen Streifens auf den Konduktor LL und durch Spitzenwirkung treten auf den unter den Saugkämmen K_1K_2 hervorgehenden Stellen der drehbaren Scheibe G_2 Ladungen auf. Diese gelangen durch die Drehung in die Nähe der Stanniolspitzen S_1S_2 und wirken auf sie und die anschließenden Belege influenzierend. Dadurch ladet sich nicht nur der 2te Beleg von selbst, sondern beide Belege nehmen nach und nach eine von den Isolationsverhält-

1) Holtz (1836—1913), Professor in Greifswald erfand die nach ihm benannte Maschine im Jahre 1865.

nissen abhängige Grenzladung an, wobei sie den Influenzvorgang und die Spitzenwirkung im Leiter $S_1 L L S_2$ entsprechend beeinflussen. Nachdem ein Rauschen, welches durch Ausströmen von Elektrizität aus den Spitzen verursacht wird, die richtige Ladung der Maschine anzeigt, kann man den geladenen Hartkautschukstreifen wegnehmen und die Pole P_1, P_2 voneinander entfernen. Es tritt dann ein andauernder Elektrizitätsübergang (**elektrischer Strom**) in Form von bläulichen, zischenden Funken ein. — Eine gute Wirkung der Holtzschen Maschine ist ebenfalls nur bei geringem Feuchtigkeitsgehalt der Luft (im Winter) zu erwarten.

§ 243. **Selbsterregende Influenzmaschinen.** Die sog. **selbsterregenden Influenzmaschinen** (Töpler 1869, Wimshurst[1]) 1882) arbeiten, obwohl schlechter, auch bei feuchter Witterung. Die jetzt am meisten

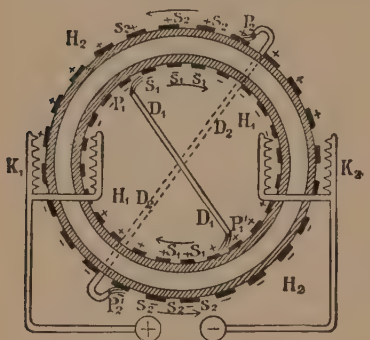


Abb. 259a. Wimshurstsche Influenzmaschine (schematisch).

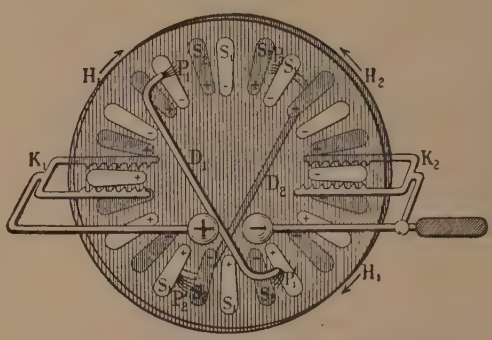


Abb. 259b. Wimshurstsche Influenzmaschine (perspektivisch).

gebrauchte **Wimshurstsche Influenzmaschine** hat zwei gleich große, nach entgegengesetzten Richtungen drehbare Hartkautschuk- oder gefirnißte Glasscheiben H_1 und H_2 (in Abb. 259a schematisch durch konzentrische Kreise, in Abb. 259b perspektivisch ohne Antriebsvorrichtung dargestellt). Die Scheiben sind mit einer großen Anzahl radial und isoliert aufgeklebter Stanniolstreifen S_1, S_1 ... und S_2, S_2 ... versehen. Kleine, an zwei Querkonduktoren D_1 und D_2 angebrachte Metallpinsel P_1 und P_1', P_2 und P_2' schleifen abwechselnd auf diesen Streifen und direkt auf den Scheiben. Zwei die Scheiben an den Enden eines Durchmessers umfassende Saugkämme K_1 und K_2 sind mit den auseinanderziehbaren Polen der Maschine verbunden. — Hat, was unter allen Verhältnissen eintreten wird, einer der Stanniolstreifen S_2 eine schwache, etwa positive Ladung bei Drehung der Scheibe H_2 erhalten, so wird diese Ladung, gegenüber P_1 angekommen, Influenz im Querkonduktor D_1 hervorrufen Es wird daher der unter P_1 weggehende Stanniolstreifen S_1 negativ geladen und dann durch die Drehung zunächst dem Pinsel P_2 gegenüberkommen.

1) Wimshurst (1833—1903) war Mitglied der Royal Society in London.

Hier wird wieder durch Influenz ein zweiter, eben unter P_2 vorbeigehender Stanniolstreifen S_2 positiv geladen usf. Schließlich sind alle auf den oberen Scheibenhälften liegenden Stanniolstreifen S_2 der Scheibe H_2 zwischen P_2 und K_1 positiv, ebenso alle Streifen S_1 zwischen P_1 und K_2 auf der Scheibe H_1 negativ geladen. Auf den unteren Scheibenhälften sind dagegen alle von P_1' nach K_1 bewegten Streifen positiv, alle von P_2' nach K_2 bewegten negativ geladen. Dabei nehmen aber auch die Stanniolstreifen mehr und mehr wachsende Ladungen an, weil stets zwei derselben im gleichen Sinne influenzierend auf einen Querkonduktor wirken. Gehen dann die geladenen Streifen unter den Saugkämmen K_1 und K_2 hindurch, so wirken sie influenzierend auf die zu den Polen führenden Konduktoren. Daher findet nicht nur ein fortgesetzter Elektrizitätsübergang zwischen den Polen statt, sondern die Stanniolstreifen beider Scheiben gehen auch infolge der Spitzenwirkung auf der einen Seite positiv, auf der anderen Seite negativ geladen aus den Saugkämmen hervor.

§ 244. **Wirkungen des elektrischen Funkens.** Die hauptsächlichsten Wirkungen des elektrischen Funkens sind:

1. **Licht und Schallwirkungen.**

a) Bei Entladung geringer Elektrizitätsmengen entsteht ein zischender oder knisternder, bläulicher Funke, bei Entladung größerer Elektrizitätsmengen, insbesondere bei Anwendung von Leidener Flaschen, ein scharf knallender und glänzender Funke.

b) In verdünnten Gasen durchsetzt die elektrische Entladung viel größere Strecken wie in gewöhnlicher Luft. Dabei senden die Gase je nach ihrer Beschaffenheit verschiedenfarbiges Licht aus (Wasserstoff purpurrot, Stickstoff braunrot, atmosphärische Luft rotviolett, Kohlensäure hellgrün usw.).

Abb. 260. Geißlersche Röhre.

Die verdünnten Gase (1—2 mm Quecksilberdruck) werden in Glasröhren eingeschlossen (Abb. 260), welche mit eingeschmolzenen Drähten (**Elektroden**, griech. élektron und hodós = Weg) zur Zu- und Ableitung der Elektrizität versehen sind (**Geißlersche Röhren** 1858). Die Elektroden (Drähte oder Scheiben) fertigt man nur an der Einschmelzstelle aus Platin, sonst aus Aluminium, weil letzteres durch die Entladung weniger zerstäubt wird wie Platin. Von der + Elektrode (**Anode**, griech. aná = hinauf, hodós = Weg) geht dabei eine fast die ganze Röhre durchsetzende farbige Lichtgarbe aus (**positives Büschellicht**). Das positive Licht zeigt häufig abwechselnd heller und schwächer leuchtende Stellen (**Schichtung**). Die − Elektrode (**Kathode**, griech. katá = hinab, hodós = Weg) ist von einer schwach bläulichen bis violetten Lichthülle von geringer Ausdehnung, dem **negativen Glimmlicht** umgeben. Die positive und negative Lichterscheinung sind durch den **dunklen Trennungsraum** voneinander geschieden. (Weiteres § 314, 1.)

c) In gewöhnlicher Luft sind bei Entladung der Elektrizität aus Spitzen ebenfalls die Ausströmungsstellen positiver Elektrizität durch bläuliche Lichtgarben (positives Büschellicht), die Ausströmungsstellen negativer Elektrizität durch kleine Lichtpünktchen (negatives Glimmlicht) ausgezeichnet. (Diese Leuchterscheinungen sind im verfinsterten Zimmer an einer im Gang befindlichen Influenzmaschine zu beobachten.)

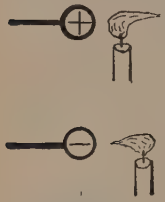


Abb. 260a. Untersuchung der Polarität.

Die Polarität bei einer Influenzmaschine kann man auch durch Annäherung einer Kerzenflamme an den einen Pol feststellen. Der andere Pol ist zu erden. Die hauptsächlich aus positiven Ionen bestehenden leuchtenden Flammenteile werden vom positiven Pol abgestoßen, vom negativen Pol angezogen (Abb. 260 a). Die jeweils vom Pol abgestoßenen Ionen kann man auf einer in die Nähe der Flamme gebrachten Probekugel (§ 232) sammeln und auf die Art ihrer Ladung mit einem Elektroskop untersuchen.

2. **Wärmewirkungen.**

a) Entzündung von leicht brennbaren Körpern (Alkohol, Schwefeläther, Leuchtgas) und von Explosivstoffen (Pulver, Schießbaumwolle).

b) Erhitzung von dünnen Drähten bis zum Glühen und Schmelzen durch starke Entladungen großer Leidener Batterien.

3. **Mechanische Wirkungen.**

a) Durchschlagen von schlechten Leitern und Isolatoren z. B. Papier, Holz, Glas.

b) Zerstäuben von Metallen (daher die verschiedene Farbe der Funken und die Abnützung der Polkugeln und Poldrähte).

4. **Chemische Wirkungen,** nämlich Ozonisierung des Sauerstoffes der Luft, wodurch ein eigentümlicher Geruch veranlaßt wird.

5. **Physiologische Wirkungen,** indem die elektrische Entladung Muskelzuckungen infolge Erregung der Nerven verursacht.

Aufgaben. 374. Aus welchem Grunde bringt man bei einer Reibungselektrisiermaschine häufig zwischen dem Reibzeug und den Saugkämmen beiderseits Wachstaffet- oder Hartkautschuklappen an? [§ 233, 234.]

375. Beansprucht die Reibungselektrisiermaschine oder die Influenzmaschine eine größere Arbeitsleistung zur Erzeugung einer bestimmten Ladung eines Konduktors? [§ 241—243, 223.]

376. Bei der Influenzmaschine hat man nach eingetretener Ladung einen größeren Widerstand beim Drehen der Scheibe zu überwinden, als vor erfolgter Ladung. Wie läßt sich diese Erscheinung erklären? [§ 242, 243, 223.]

377. Warum wirken bei feuchter Luft Elektrisiermaschinen dann, wenn man sie am geheizten Ofen starkt erwärmt? [§ 221, 175.]

378. In welcher Weise lassen sich Leidener Flaschen mit den Polen einer Influenzmaschine in Verbindung bringen? [§ 235, 236, 242, 243.]

379. Wie läßt sich bei einer Influenzmaschine bestimmen, welcher Pol positiv, welcher negativ geladen ist? [§ 220, 223, 224, 244.]

380. Wie ändert sich die Funkenentladung einer Influenzmaschine, wenn man ihre Pole mit Leidener Flaschen in Verbindung setzt? [§ 244].

381. In welchen Eigenschaften stimmen Magnete und elektrische Körper überein, in welchen nicht? [§ 197—200, 202, 203, 205—207, 210, 213, 217, 219—223, 225, 226, 229, 231, 233, 244.]

§ 245. **Spannung oder Potential einer elektrischen Ladung.** Bei den Erscheinungen der Influenz, sowie bei den Elektrisiermaschinen und den damit ausführbaren Versuchen hat man es zum Teil mit Elektrizität zu tun, welche sich im Ruhe- oder Gleichgewichtszustande befindet, oder nach kurzer Zeit in diesen Zustand kommt (**statische Elektrizität**), zum Teil mit bewegter (**dynamischer**) Elektrizität oder einem **elektrischen Strom.** Der Ruhe- oder Bewegungszustand der Elektrizität hängt von der **Spannung** oder dem **Potential der Ladung** (§ 223c) ab. Die Spannung kann je nach der Art der Ladung positiv oder negativ sein.

„Die Spannung oder das Potential einer Ladung ist das Arbeitsvermögen der Ladung hinsichtlich der Elektrizitätseinheit." Das Potential entspricht nämlich der Arbeit, welche nötig wäre, um die positive Elektrizitätseinheit aus unendlicher Ferne entgegen den vom geladenen Körper ausgeübten elektrischen Kräften bis an die Oberfläche des Körpers heranzubringen. Dieselbe Arbeit würde die Ladung des Körpers leisten, wenn sie eine frei bewegliche Elektrizitätseinheit von der Oberfläche des Körpers aus bis in unendliche Ferne abstößt. In einem unendlich fernen Punkt ist die Kraftwirkung einer Ladung hinsichtlich der Elektrizitätseinheit nach dem Coulombschen Gesetze gleich Null, daher ist auch die Verschiebungsarbeit im Unendlichen gleich Null. Somit hat stets das Potential im Unendlichen den Wert Null. Zufolge einer willkürlichen Festsetzung (und weil auch die empfindlichsten Elektroskope keine Spannung mehr anzeigen) gilt aber auch noch: *Die Erde und jeder damit verbundene Leiter hat das Potential Null.*

Auch das Heranbringen der Elektrizitätseinheit aus unendlicher Ferne (oder auch von der Erde aus) nach einem beliebigen Punkt in der Umgebung des geladenen Körpers erfordert eine bestimmte Arbeit. Man kann somit auch jedem Raumpunkt ein Potential zuschreiben. Für eine (in einem Punkt vereinigt gedachte) Ladung Q ergibt sich in einem im Abstande r befindlichen Raumpunkt das Potential $V = \frac{Q}{r}$. Dieser Wert stellt also die Arbeit vor, welche zur Heranbewegung der Ladungseinheit an den betreffenden Raumpunkt aufzuwenden ist. Tatsächlich zeigt auch ein Blättchenelektroskop, das irgendwo in der Umgebung eines geladenen Körpers aufgestellt wird, durch die Spreizung seiner Blättchen eine vorhandene Spannung an. Es gibt aber dann stets unendlich viele Punkte mit demselben Potentialwert, welche auf einer den geladenen Körper umschließenden Fläche liegen. Eine solche Fläche heißt eine **Fläche gleichen Potentials** (**Äquipotentialfläche, Niveaufläche**). Würde man ein Blättchenelektroskop in der Nähe eines geladenen Körpers so verschieben, daß die Spreizung der Blättchen stets die gleiche

bleibt, so würde sich der Knopf des Elektroskops auf einer Äquipotentialfläche bewegen. Um einen geladenen Körper lassen sich unzählig viele Äquipotentialflächen legen. Einer jeden entspricht ein bestimmter Arbeitsbetrag für Heranbewegung der Elektrizitätseinheit aus unendlicher Ferne, also ein **bestimmtes Potential** V, V_1, V_2 ... (Abb. 261 zeigt die Schnitte einer Reihe solcher Niveauflächen mit der Zeichnungsebene für zwei miteinander verbundene und geladene Kugelkonduktoren). Um daher eine Ladungseinheit von einer Niveaufläche mit dem Potentialwert V_1 auf eine andere vom Potentialwert V_2 zu bringen, ist eine Arbeit $V_2 - V_1$ zu leisten. Soll aber nicht die Ladungseinheit, sondern eine Elektrizitätsmenge Q in gleicher Weise im elektrischen Felde verschoben werden, so ist die hierfür nötige **elektrische Arbeit** $A = Q \cdot (V_2 - V_1)$. Erhält ein zunächst ungeladener Konduktor durch Zufuhr der Ladung Q schließlich die Spannung V, so ist die hierfür erforderliche Arbeit $A = \frac{1}{2} Q \cdot V$, da mit wachsender Ladung die Spannung vom Anfangswert 0 allmählich auf den Endwert V erhöht wurde. Es hat also auch umgekehrt der mit der Elektrizitätsmenge Q zur Spannung V geladene Konduktor das **elektrische Arbeitsvermögen = elektrische Energie** $= A = \frac{1}{2} Q \cdot V$.

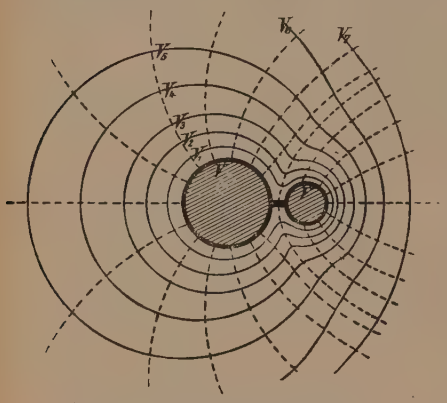


Abb. 261. Flächen gleichen Potentials.

Linien, welche von der Oberfläche des geladenen Körpers ausgehen und alle Niveauflächen senkrecht durchsetzen, heißen **elektrische Kraftlinien** (Abb. 261, gestrichelte Kurven). Jede Tangente einer solchen Kurve gibt nämlich die Richtung der daselbst herrschenden elektrischen Kraft (**elektrische Feldstärke**) an. Längs einer Kraftlinie würde sich auch eine frei bewegliche Elektrizitätseinheit infolge der von dem geladenen Körper ausgehenden elektrischen Kräfte bewegen. — Die Niveauflächen und Kraftlinien für einen geladenen Körper gewähren somit, wie die Magnetkraftlinien eines Magneten, einen unmittelbaren Überblick über die Kraftverteilung in der Umgebung (**elektrisches Feld**) des geladenen Körpers.

§ 246. **Gleichgewicht und Bewegung der Elektrizität in Abhängigkeit von der Spannung.** Man verbinde einen schlechten Leiter, z. B. eine isolierte gleichmäßig dicke Holzstange (auch eine isoliert ausgespannte feuchte Schnur), über welche in gleichen Abständen in der Mitte geknickte schmale Stanniolblättchen als Elektroskope gehängt sind, mit dem einen Pol einer Influenzmaschine, deren anderer Pol zur Erde abgeleitet ist (Abb. 262a). Der Holzstab nimmt schließlich von der Influenzmaschine eine maximale Ladung auf und alle Elektroskope zeigen glei-

ches Spreizen, also gleiche Spannung. Die Erscheinung bleibt bestehen, wenn die Influenzmaschine angehalten oder ihre Verbindung mit dem Holzstab isoliert weggenommen wird. Dann ist aber die Ladung des Holzstabes im Gleichgewicht und es ergibt sich:

Die Elektrizität auf einem geladenen Leiter befindet sich im Gleichgewicht, wenn die elektrische Spannung (das Potential) an allen Stellen des Leiters denselben Wert hat. Das Ergebnis des Versuchs läßt auch noch schließen, daß jeder Leiter, auf welchem die ihm mitgeteilte Ladung in den Gleichgewichtszustand gekommen ist, eine Äquipotentialfläche sein muß, welche Gestalt auch der Leiter haben möge.

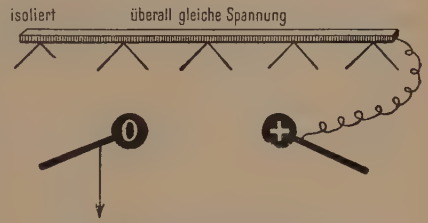


Abb. 262a. Spannungszustand auf einem geladenen Konduktor.

Verbindet man die Enden des Holzstabes mit beiden Polen der Influenzmaschine (Abb. 262b), so zeigen die Blättchen in der Nähe der Pole bedeutendes, gegen die Mitte des Leiters hin mehr und mehr abnehmendes Spreizen. Ferner werde ein Pol der Maschine und das eine Stabende geerdet, der andere Pol mit dem zweiten Ende des Holzstabes verbunden (Abb. 262c). Das Spreizen der Elektroskope nimmt dann vom Maschinenpol an stetig bis auf Null ab. In beiden Fällen bleibt der Spreizwinkel an den verschiedenen Stellen des Holzstabes bei gleichmäßigem Drehen der Influenzmaschine unverändert und es fließt ein elektrischer Strom durch den Stab vom einen Pol zum andern bzw. vom einen Pol zur Erde. Beim Stromzustande besteht also an jeder Stelle des Leiters eine andere Spannung und es gilt:

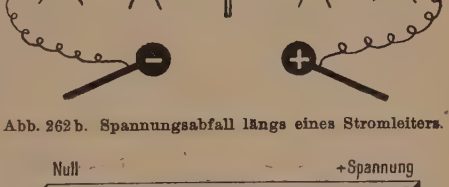


Abb. 262b. Spannungsabfall längs eines Stromleiters.

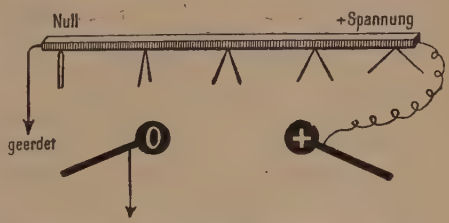


Abb. 262c. Spannungsabfall längs eines geerdeten Stromleiters.

An einem Leiter tritt stets Bewegung der Elektrizität oder ein elektrischer Strom auf, wenn die Spannung an irgend zwei Stellen des Leiters verschieden groß ist, wenn also zwischen diesen Stellen eine Spannungs- oder Potentialdifferenz vorhanden ist.

Bei einem solchen Stromzustande bewegt sich (nach der noch allgemein üblichen und die bequeme Symmersche Vorstellung benützenden Ausdrucksweise) die positive Elektrizität, welche man der Einfachheit halber allein in Betracht zieht, auf dem Leiter von selbst stets von Stellen mit höherer Spannung zu Orten mit geringerer Spannung, nie um-

gekehrt. Nach der Elektronentheorie erfolgt im elektrischen Strome ein Elektronenaustausch zwischen den Molekülen des Leiters in gerade entgegengesetzter Richtung, da die Elektronen nachweislich negative Ladung besitzen. — Verbindet man also einen ungeladenen Leiter mit einer Elektrizitätsquelle, welche Elektrizität von bestimmter Spannung liefert, so gibt der Leiter so lange Elektronen ab oder nimmt solche auf, bis die Spannung auf ihm dieselbe wie auf der Elektrizitätsquelle ist. Die Verschiebung der Elektrizität auf einem Leiter bei Influenz ist durch die Verschiedenheit des Potentials verursacht, welche in der Umgebung des influenzierenden Körpers besteht.

§ 247. **Vergleichung der Spannung mit anderen physikalischen Größen.** Die elektrische Spannung spielt in der Elektrizitätslehre eine ähnliche Rolle, wie der hydrostatische Druck für das Gleichtgewicht und die Bewegung von Flüssigkeiten, oder die Temperatur für den Wärmeaustausch. Es entsprechen einander demnach folgende Größen:

In der Elektrizitätslehre	Hydrodynamik	Wärmelehre
Spannungsdifferenz	Höhendifferenz	Temperaturdifferenz
Elektrizitätsmenge	Flüssigkeitsmenge	Wärmemenge
Der elektrische Strom geht von der Stelle höherer Spannung zur Stelle mit geringerer Spannung.	Der Flüssigkeitsstrom geht von der größeren Niveauhöhe zur geringeren.	Der Wärmestrom (Wärmeaustausch) geht vom Körper mit höherer Temperatur zu demjenigen mit niedrigerer Temperatur.

§ 248. **Spannungseinheit. Volt.** Zur Messung von elektrischen Spannungen oder Potentialen kann man diejenige Spannung als Einheit wählen, welche ein mit der elektrostatischen Elektrizitätseinheit geladener kugelförmiger Konduktor von 1 cm Radius annimmt. Es würde dann die Annäherung der Elektrizitätseinheit aus unendlicher Ferne bis auf den Leiter die Arbeit 1 Erg. (§ 58) erfordern. Diese Bedingungen erfüllt die elektrostatische Spannungseinheit (§ 226). Man hat aber auf dem Elektrizitätskongreß zu Paris 1884 nur $\frac{1}{300}$ dieser Spannung als praktische Spannungseinheit festgesetzt und derselben zum Andenken an den Physiker Volta[1]) den Namen **Volt** (= V) gegeben. Ein mit der (elektrostatischen) Elektrizitätseinheit geladener kugelförmiger Leiter von 1 cm Radius hat daher eine Spannung von 300 **Volt**. — *Die elektrische Spannung eines geladenen Körpers wird in Volt gemessen.* Sie läßt sich beurteilen nach der Länge des entstehenden Entladungsfunkens bei Annäherung eines zur Erde abgeleiteten Leiters. So gelten auf Grund der Beobachtungen verschiedener Forscher folgende Werte für die Entla-

1) Volta (1745—1827), Professor der Physik in Pavia, begründete durch seine Untersuchungen (§ 254) die Lehre vom elektrischen Strom (§ 228).

dungsspannung (**Funkenpotential**) zwischen Kugeln von 1 cm Radius in Luft

Schlagweite mm	0,1	0,5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	30	40	50
Kilovolt	1	2,8	4,7	8,1	11,4	14,5	17,5	20,4	23,2	26	28,6	30,8	47	57	64	69

für Entladungen zwischen Spitzen oder kleinen Kugelelektroden nach den Messungen von Töpler (1908)

Schlagweite mm	20	30	40	50	60	70	80	90	100	150	200	250	300	400	500	550
Kilovolt	25,9	37,0	46,0	55,8	61,0	67,0	71,0	76,0	78,7	91,5	114	139	165	209	255	276

Die Spannungen wachsen also langsamer als die Funkenlängen.

§ 249. **Kapazität, Elektrizitätsmenge und Spannung.** Um einen Leiter so zu laden, daß die elektrische Spannung auf ihm 1 Volt beträgt, bedarf man in jedem Falle einer bestimmten Elektrizitätsmenge C, welche als **Kapazität** (Fassungsvermögen) des Leiters für Elektrizität bezeichnet wird. Soll die Ladung des Konduktors nicht 1 Volt, sondern V Volt Spannung erhalten, so ist eine Vmal größere Elektrizitätsmenge Q notwendig. Man hat also:

$$Q = C \cdot V$$

Elektrizitätsmenge = Kapazität × Spannung.

Will man daher ein Blättchenelektroskop für gleiche Spannungsintervalle eichen, so braucht man nur dem Elektroskop mittels eines Probekügelchens gleiche, dem Kopf einer geladenen Leidener Flasche entnommene Ladungen mitzuteilen. Genauer wird die Eichung, wenn das Elektroskop mit einem Faradayschen Eimer (§ 229) verbunden ist, da dann jede Ladung der Probekugel vollständig übertragen wird.

§ 250. **Praktische Einheiten für Elektrizitätsmenge und Kapazität.** Die der Spannungseinheit von 1 **Volt** entsprechende praktische Maßeinheit für die **Elektrizitätsmenge** ist das **Coulomb** (= C), für die **Kapazität** das **Farad** (= F), welche Bezeichnungen zum Andenken an die Physiker Coulomb und Faraday gewählt sind.

Diese drei Einheiten stehen in der Beziehung zueinander, daß durch die Elektrizitätsmenge von 1 **Coulomb** ein Leiter von der Kapazität 1 **Farad** zur Spannung von 1 **Volt** geladen wird. Man hat also

1 Coulomb = 1 Farad × 1 Volt.

Die in § 245 angegebene elektrische Energie $A = \frac{1}{2} Q \cdot V$ eines mit der Elektrizitätsmenge Q zur Spannung V geladenen Konduktors kann demnach wegen $Q = C \cdot V$ auch noch geschrieben werden:

$$\text{Elektrische Energie} = A = \frac{1}{2} Q \cdot V = \frac{1}{2} C \cdot V^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}.$$

Der Wert ergibt sich in Erg oder in Joule, je nachdem für Q, V und C die elektrostatischen Einheiten oder die praktischen Einheiten Coulomb, Volt oder Farad benützt werden.

Die Einheit 1 Coulomb für die Elektrizitätsmenge ist im Vergleich zu der § 226 besprochenen elektrostatischen Einheit sehr groß; man hat nämlich

1 Coulomb $= 3 \cdot 10^9$ elektrostatische Elektrizitätseinheiten.

Die Elektrizitätsmenge von 1 Coulomb wäre hinreichend, um Tausende von Leidener Flaschen gewöhnlicher Größe zu ziemlich hohen Spannungen zu laden.

Ebenso ist die Kapazitätseinheit von 1 Farad eine sehr große, so daß die gewöhnlich vorkommenden Kapazitäten meist in der kleineren Einheit des Mikrofarad $= 1\,\mu\text{F} = \frac{1}{1\,000\,000}$ Farad $= 10^{-6}$ Farad gemessen werden.

Ein aus Stanniol und paraffiniertem Papier von 0,1 mm Dicke hergestellter Kondensator von 1,5 qm Belegfläche hat die Kapazität von 1 Mikrofarad (μF). Die Kapazität der gewöhnlichen Leidener Flaschen beträgt nur wenige Zehntausendel des Mikrofarad. So hat z. B. eine Leidener Flasche von 8 cm Durchmesser, 15 cm Höhe des Belegs und 0,2 cm Glasdicke eine Kapazität von nur 0,000567 μF $=$ 0,000000000567 F.

§ 251. **Abhängigkeit der Kapazität von Anordnung und Oberfläche eines Leiters.** Zur Untersuchung der Abhängigkeit der Kapazität eines Leiters von seiner Größe und Anordnung dienen folgende Versuche:

1. Man legt auf ein mit Metallplatte P versehenes Blättchenelektroskop ein zusammengefaltetes Stanniolblatt S. Ladet man dann das Elektroskop, dessen Kapazität C sein soll, mit einer beliebigen Elektrizitätsmenge Q (Abb. 263a), so erhält die Ladung eine solche Spannung V, daß $Q = C \cdot V$ ist. Ein Maß für die erhaltene Spannung ist der von den Blättchen des Elektroskops gebildete Winkel. Zieht man ohne Änderung der Ladung Q das Stanniolblatt mittels eines Seidenfadens auseinander, so nimmt das Spreizen der Blättchen, also die Spannung ab (Abb. 263b). Es muß somit wegen $Q = C \cdot V$ die Kapazität des Leiters durch Vergrößerung seiner Oberfläche gewachsen sein, da die Elektrizitätsmenge ungeändert geblieben ist.

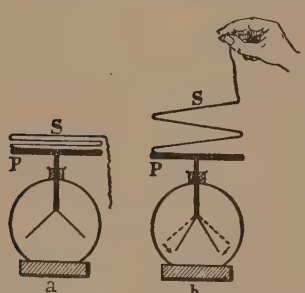


Abb. 263. Kapazität und Oberfläche.

2. Nähert man dem mit Metallplatte P versehenen und geladenen Elektroskop eine zweite Metallplatte P′ auf geringen Abstand, so nimmt die Spreizung der Blättchen ab. Es ist also die Spannung durch die 2. Metall-

platte vermindert und wegen $Q = C \cdot V$ die Kapazität des Elektroskops entsprechend vergrößert worden (Abb. 264a).

3. Eine weitere Abnahme des Winkels der Blättchen, also neuerdings eine Verminderung der Spannung tritt durch Ableitung der angenäherten Metallplatte P′ zur Erde ein. Durch Annäherung eines 2. zur Erde abgeleiteten Leiters wird also die elektrische Spannung auf einem geladenen Leiter beträchtlich vermindert, dagegen die Kapazität desselben entsprechend erhöht (Abb. 264a). Die Metallplatten P und P′ bilden in dieser Anordnung einen Kondensator.

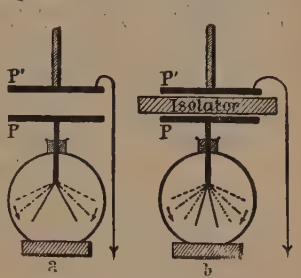


Abb. 264. Kapazitätsänderung durch angenäherten Leiter und Isolator

4. Läßt man alles wie bei Versuch 3, schiebt aber zwischen die Metallplatten noch eine Scheibe aus Glas, Hartkautschuk, Schellack, überhaupt aus einem Isolator, so tritt abermals eine Verminderung der Spreizung der Blättchen ein. Das Einführen eines anderen Isolators anstatt Luft zwischen die Metallplatten ruft somit ebenfalls eine Spannungsverminderung und entsprechende Kapazitätsvergrößerung hervor (Abb. 264b). Die Kapazität eines

Kondensators mit	Schellack,	Paraffin,	Hartkautschuk,	Glas
als Isolator wird	2	2,3	3,2	6—8

mal größer, als wenn Luft zwischen den Metallplatten sich befindet.

Die Versuche liefern also das Ergebnis: *Die Kapazität eines Leiters hängt ab von der Größe seiner Oberfläche, von dem Vorhandensein und dem Abstand anderer, insbesondere geerdeter Leiter und von dem zwischen den Leitern befindlichen Isolator.*

§ 252. **Vermittelung der elektrischen Wirkungen durch ein Dielektrikum.** Da die Isolatoren nach § 251, 4 die elektrische Wirkung einer Ladung in verschiedenem Maße durch sich hindurchlassen, nannte Faraday die Isolatoren **Dielektrika.** Er stellte sich vor, daß die Anwesenheit einer elektrischen Ladung eine Scheidung von Elektrizität (jetzt: eine Verschiebung von Elektronen) in jedem Molekül des umgebenden Dielektrikums hervorruft. Dadurch wird die dem geladenen Körper zugekehrte Molekülhälfte ungleichnamig elektrisch, und die Moleküle des Dielektrikums zeigen ein den magnetischen Molekülen ähnliches Verhalten. Faraday nannte daher den Vorgang im Isolator **dielektrische Polarisation.** Durch einen elektrisch geladenen Körper K wird also der umgebende Isolator dielektrisch polarisiert (Abb. 265). Ein in den Isolator gebrachter Konduktor K′ muß infolgedessen ebenfalls Ladungen annehmen, welche in § 229 als Influenzladungen bezeichnet wurden (§ 314, 4). — Die Ausbreitung der dielektrischen Polarisation geschieht stets längs der elektrischen Kraftlinien (§ 245). Letztere suchen sich infolge der Wechselwirkungen der in den Molekülen aufgetretenen Ladungen ebenso

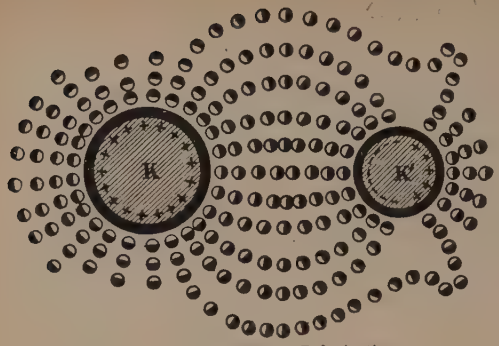


Abb. 265. Dielektrische Polarisation.

wie die Magnetkraftlinien in ihrer Längsrichtung zu verkürzen, in seitlicher Richtung aber voneinander zu entfernen. Die dielektrische Polarisation erzeugt also einen **Zwangszustand** im Isolator, auf welchen man die Anziehungs- und Abstoßungserscheinungen elektrischer Ladungen zurückführen kann. Rasch wechselnde Ladungen von Leitern, wie sie z. B. bei der oszillierenden Entladung eines Kondensators (§ 237) auftreten, erzeugen dann im umgebenden Isolator und auch im Lichtäther rasch wechselnde dielektrische Polarisationen, welche sich in Form einer Wellenbewegung als **elektrische Wellen** (§ 315) ausbreiten. — Die Wirkung einer elektrischen Ladung in die Ferne ist somit nach Faraday in Wahrheit keine Fernwirkung, sondern wird durch die umgebenden Isolatoren und durch den Lichtäther vermittelt.

§ 253. **Geringe Verwertbarkeit der Reibungselektrizität.** Die Tabelle in § 248 läßt unmittelbar erkennen, daß die Spannung der von Elektrisiermaschinen gelieferten Elektrizität meist sehr bedeutend ist und Zehntausende, ja Hunderttausende von **Volt** betragen kann. Die Elektrizitätsmengen aber sind ziemlich klein, so daß bei Benötigung von größeren Mengen erst eine Ansammlung der Ladung durch Kondensatoren vorgenommen werden muß. Die meisten praktisch verwertbaren Wirkungen der Elektrizität erfordern aber beträchtliche Mengen bewegter Elektrizität. Die unzureichende Elektrizitätsmenge, aber auch die sehr hohe Spannung, für welche vorzügliche Isolierung und geringer Feuchtigkeitsgehalt der Luft notwendige Bedingung ist, machen eine ausgedehnte praktische Verwendung der durch Reibung und durch Elektrisiermaschinen gelieferten Elektrizität unmöglich.

Aufgaben. 382. Warum erfolgen bei einer Reibungselektrisiermaschine die Funken langsamer, und warum sind sie kräftiger, wenn man auf den Konduktor einen großen Metall- oder Holzring (Winterscher Ring) aufsetzt? [§ 251, 244].

383. Warum liefert eine Reibungselektrisiermaschine eine größere Elektrizitätsmenge, wenn das Reibzeug zur Erde abgeleitet ist? [§ 246, 249]

384. Zwei Konduktoren mit den Kapazitäten C_1 und C_2 werden mit den Elektrizitätsmengen Q_1 und Q_2 geladen. Welche Spannung nimmt die Ladung an, wenn man die Konduktoren durch einen sehr dünnen (kapazitätslosen) Draht miteinander verbindet? $\left[\frac{Q_1 + Q_2}{C_1 + C_2}.\right]$

385. Zwei Konduktoren mit den Kapazitäten $C_1 = 8\,\mu F$ und $C_2 = 2\,\mu F$ werden mit $+ 0{,}016$ C bzw. $\pm 0{,}002$ C geladen. Welchen Vorgang und welche Spannung erhält man durch Verbindung beider Konduktoren durch einen sehr dünnen Draht?

Welche elektrischen Energien haben die Konduktoren einzeln und nach dem Versuch? [1800 V; 1400 V; 16 J; 1 J; 16,2 J; 9,8 J; § 245, 246, 250.]

386. Ein Konduktor von der Kapazität C wird mit der Elektrizitätsmenge Q geladen und dann durch einen sehr dünnen Draht mit einem zweiten unelektrischen Konduktor verbunden. Welche Kapazität besitzt dieser 2. Konduktor, wenn die schließliche Spannung V_0 ist? $\left[\frac{Q - V_0 C}{V_0}.\right]$

387. Ein Kondensator von 10 μF Kapazität wird mit einer Elektrizitätsmenge von 1 C geladen. Welche elektrische Energie und Schlagweite erhält man bei Entladung des Kondensators? [50 000 J; ca. 170 mm.]

388. Welche Kapazität und elektrische Energie hat ein Kondensator, welcher durch 1 Mikrocoulomb $= 10^{-6}$C eine Spannung von 100 V erhält? [0.01 μF; 500 Erg.]

389. Ein auf einen Zylinder gewickeltes Stanniolblatt, welches mit elektrischen Doppelpendeln versehen ist, wird kräftig elektrisiert und dann das Stanniolblatt mittels eines Seidenfadens vom Zylinder abgewickelt (elektrisches Rouleau von Magnus). Welches Verhalten zeigen die Doppelpendel? [§ 249, 251.]

390. Wie erklärt sich die beträchtliche Ansammlung von Elektrizität auf Leidener Flaschen auf Grund der Beziehung zwischen Spannung, Elektrizitätsmenge und Kapazität? [§ 235, 236, 249, 251.]

391. Erkläre die Grunderscheinung der Influenz unter Berücksichtigung der auftretenden Spannungen! [§ 229, 245, 246.]

392. Zwei ungleich große kugelförmige Konduktoren mit den Kapazitäten C_1 und C_2 werden gleichzeitig durch denselben Pol einer Influenzmaschine (Spannung V) geladen und dann isoliert aufgestellt. Welche Ladungen, Strömungen und Spannungen ergeben sich, wenn man a) die beiden geladenen Konduktoren durch einen sehr dünnen Draht verbindet, b) einen der geladenen Konduktoren vor der Verbindung mit dem anderen mit einem gleich großen unelektrischen Konduktor berührt, c) beide geladenen Konduktoren vor Herstellung der Drahtverbindung mit entsprechenden gleich großen ungeladenen Konduktoren berührt?

[a) $C_1 \cdot V$, $C_2 \cdot V$, V; b) $(\frac{1}{2} C_1 + C_2) \cdot V$ oder $(C_1 + \frac{1}{2} C_2) \cdot V$; $\frac{C_1 + 2C_2}{2(C_1 + C_2)}$ V oder $\frac{2C_1 + C_2}{2(C_1 + C_2)} \cdot V$; c) $\frac{1}{2}(C_1 + C_2) V$; $\frac{1}{2} V$; § 246.]

Übungen. a) Man eiche ein Blättchenelektroskop für gleiche Spannungsintervalle (§ 249)! — b) Man befestige an einem Blättchenelektroskop einen sehr dünnen, etwa $\frac{1}{2}$ m langen Draht, dessen anderes Ende mit einem Hartkautschukstab gehalten wird, und berühre mit diesem Ende einen isolierten und geladenen Kugel- oder beliebig geformten Konduktor an verschiedenen Stellen! Was ergibt sich im Vergleich zur Übung c § 234? — c) Führe die in den Aufgaben 389, 391, 392 angegebenen Versuche aus! — d) Berühre ein geladenes Elektroskop der Reihe nach mit Stäbchen aus verschiedenen Stoffen, die gleichlang, von gleichem Querschnitt und an einem Ende geerdet sind, und verfolge die sich ergebende Erscheinung! — e) Zeichne für die in § 248 gegebenen Tabellen ein Diagramm!

C. Galvanische Elektrizität (dynamische Elektrizität).

a) Erzeugung des galvanischen Stromes.

§ 254. **Kontaktelektrizität.** Eine von der bisher beschriebenen wesentlich verschiedene und wegen ihrer vielseitigen Verwertbarkeit höchst bedeutsame Art der Elektrizitätserzeugung lehrte im Jahre

1800 Volta kennen, indem er eine Entdeckung Galvanis[1]) (1790) sorgfältig verfolgte. Volta fand: *Bei Berührung verschiedener Metalle findet eine elektrische Erregung statt, und insbesondere tritt in einem aus zwei Metallen und einer Flüssigkeit gebildeten Leiterkreis eine andauernde Elektrizitätsbewegung, ein elektrischer Strom, auf.* Da diese Elektrizitätserzeugung an die Bedingung geknüpft ist, daß feste und flüssige Elektrizitätsleiter in Berührung gebracht werden, nennt man diese **Berührungs-** oder **Kontaktelektrizität**, auch nach ihrem Entdecker **galvanische Elektrizität**.

§ 255. **Nachweis der Kontaktelektrizität.** Die durch Kontakt erregten elektrischen Spannungen sind sehr gering. Man muß daher zu ihrem Nachweis, wie schon Volta gezeigt hat, ein Kondensatorelektroskop (Abb. 266a, b) benützen. Die durch eine Firnisschicht voneinander isolierten Kondensatorplatten wählt man zur Vermeidung störender Elektrizitätserregungen aus denselben Metallen, z. B. Zink und Kupfer (Z′, K′, Abb. 266a, b), für welche man die bei Berührung mit einer Flüssigkeit auftretende Ladung nachweisen will. Man berührt dann etwa eine mit angesäuertem Wasser getränkte Tuchscheibe gleichzeitig mit einer Zink- und einer Kupferscheibe (Z, K), welche an isolierenden Stielen gehalten werden, und überträgt die Ladung auf die gleichartige Kondensatorplatte des Elektroskops (Abb. 226a). Nach öfterem Wiederholen desselben Verfahrens hebt man die obere Kondensatorplatte K′ ab (Abb. 266b). Die jetzt nicht mehr gebundene Ladung der unteren Platte Z′ ruft dann eine merkliche Spreizung der Blättchen mit negativer Elektrizität hervor.

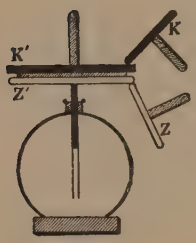


Abb. 266a. Ladung.

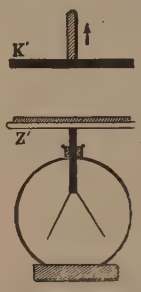


Abb. 266b. Nachweis der Ladung.

§ 256. **Unterscheidung der Elektrizitätsleiter.** Nach ihrem verschiedenen Verhalten bei Stromdurchgang unterschied Volta die **Elektrizitätsleiter** in solche **erster** und **zweiter Klasse**. Leiter erster Klasse sind alle *Metalle* sowie die *Kohle* und eine Reihe von *Metalloxyden*, wie *Bleisuperoxyd* (PbO_2), *Mangansuperoxyd* oder *Braunstein* (MnO_2). Leiter zweiter Klasse sind alle die *Elektrizität leitenden Flüssigkeiten*, nämlich *Salzlösungen, in Wasser gelöste Säuren* und *Basen*. *Die Leiter zweiter Klasse werden bei Elektrizitätsdurchgang chemisch verändert, die Leiter erster Klasse dagegen nicht.*

---

1) Galvani (1737—1798), Professor der Anatomie in Bologna, entdeckte durch einen Zufall bei elektrischen Experimenten mit Froschschenkeln die nach ihm benannten Elektrizitätserscheinungen, schrieb dieselben aber der tierischen Elektrizität zu.

§ 257. **Gesetze der Elektrizitätserregung durch Kontakt.** Die wichtigsten Gesetze für die Elektrizitätserregung bei Berührung, welche zum Teil schon durch Volta gefunden wurden, sind:

1. Von zwei in Berührung gebrachten Elektrizitätsleitern erhält der eine stets eine bestimmte positive, der andere eine gleich große negative Spannung. Als Maß der elektrischen Erregung dient daher die zwischen beiden Leitern auftretende, in Volt gemessene **Spannungsdifferenz** (+ Spannung minus — Spannung).

2. Die Spannungsdifferenz ist nur durch die chemische Natur der in Berührung gebrachten Leiter bedingt, hat also für dieselben zwei Stoffe stets den gleichen Wert.

3. Die Spannungsdifferenz ist unabhängig von der Größe der Berührungsflächen und tritt unabhängig von allen sonst etwa schon vorhandenen elektrischen Ladungen auf.

4. Zwei verschiedene in Berührung gebrachte Metalle wirken (im Gegensatz zur Anschauung Voltas) in nur sehr geringem Grade Elektrizität erregend, desgleichen zwei Leiter zweiter Klasse. Die Spannungsdifferenzen betragen nach neueren Messungen nur wenige Hundertel Volt.

5. Leiter zweiter Klasse geben in Berührung mit Metallen verhältnismäßig beträchtliche Spannungsdifferenzen.

Die hier in Betracht kommenden kleinen Kontaktspannungsdifferenzen werden viel genauer als mit dem Voltaschen Kondensatorelektroskop mit dem **Quadrantelektrometer** von Thomson (Abb. 267) gemessen. In der Mitte einer Metalldose, die in vier gleiche, vorzüglich isolierte Quadranten geteilt ist, schwebt eine bisquitförmige Aluminiumscheibe (Nadel). Diese an einem feinen Metallband aufgehängte Nadel wird dauernd auf eine konstante hohe Spannung von etwa + 100 Volt geladen (meist durch einen Pol einer Batterie von vielen Zn | Wasser | Cu-Elementen, § 259, 266a). Bringt man die kreuzweise verbundenen Quadrantenpaare auf die zu messende Spannungsdifferenz $V - V'$, so erfährt die Nadel eine kleine dieser Spannungsdifferenz proportionale Drehung, welche durch Anwendung der Poggendorffschen Spiegelablesung (§ 359) genau meßbar ist.

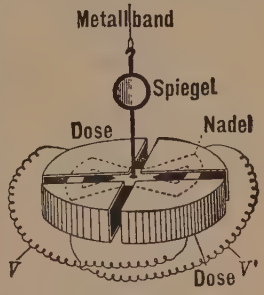


Abb. 267. Quadrantelektrometer (Hauptteile).

§ 258. **Elektrizitätserregung zwischen Flüssigkeiten und Metallen.** Der Grad der elektrischen Erregung bei Berührung von Leitern erster mit solchen zweiter Klasse hängt von ihrem gegenseitigen chemischen Verhalten ab. In gewöhnlichem Wasser werden alle Metalle, darunter *Zink* (Zn) am stärksten, negativ; in Salzlösungen und Säuren wird *Zink* stark negativ, *Kupfer* (Cu), *Platin* (Pt), *Kohle* (C) positiv elektrisch erregt. Zur Beurteilung der Kontaktspannungsdifferenzen zwischen Metallen und ihren Salzlösungen (oder nahezu auch den entsprechenden Säuren)

dienen nachstehende durch neuere Untersuchungen festgestellte Zahlenwerte in Volt, bei welchen das Vorzeichen die Art der Ladung des Metalles angibt:

	Zink (Zn)	Eisen (Fe)	Kupfer (Cu)	Silber (Ag)	Platin (Pt)	Gold (Au)
Sulfat	− 0,524	− 0,093	+ 0,515	+ 0,974	—	—
Chlorid	− 0,503	− 0,087	—	—	+ 1,140	+ 1,356
Nitrat	− 0,473	—	+ 1,615	+ 1,055	—	—

Taucht man zwei verschiedene Metalle in einen Leiter zweiter Klasse, so entsteht zwischen beiden Metallen eine Spannungsdifferenz. Erhält man nämlich z. B. beim Eintauchen von Zink in verdünnte Schwefelsäure (Sulfat) für letztere eine um 0,524 V höhere Spannung als für Zn, so ergibt sich, wenn noch eine Kupferplatte in die Säure eingetaucht wird, nach § 257, 3 für Cu eine um 0,515 V höhere Spannung wie für die Säure. Es hat also Cu gegen Zn bei Eintauchen in verdünnte Schwefelsäure eine Spannungsdifferenz von 0,524 + 0,515 V = 1,039 V. — Aus gleichem Grunde konnte auch Volta, indem er zwischen je eine Zinkplatte Z und eine Kupferplatte K eine mit angesäuertem Wasser getränkte Tuchscheibe T legte und eine große Anzahl solcher Plattenpaare (Elemente) zu einer Säule aufbaute (Voltasche Säule, Abb. 268), zwischen den Endmetallen eine beträchtliche Spannungsdifferenz erhalten.

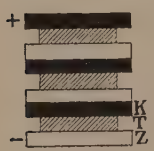


Abb. 268. Voltasche Säule.

Da man nun so zwischen zwei Metallen, die in einen Leiter zweiter Klasse eingetaucht sind, eine dauernde Spannungsdifferenz erhalten kann, so tritt auch bei Verbindung beider Metalle durch einen Draht in diesem eine Elektrizitätsbewegung, ein **elektrischer** oder **galvanischer Strom** auf.

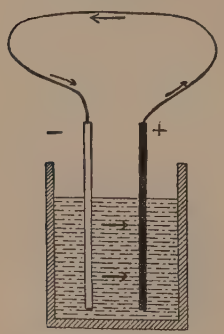


Abb. 269. Galvanisches Element.

§ 259. **Galvanisches Element.** „Ein Gefäß, welches eine leitende Flüssigkeit und zwei verschiedene, darin eingetauchte Leiter erster Klasse enthält, wird ein **galvanisches** (richtiger wäre Voltasches) **Element** genannt“ (Abb. 269). Ein solches Element ist zwar eine **Elektrizitätsquelle von nur geringer Spannung** (das Element: *Kupfer, verdünnte Schwefelsäure, Zink* gibt rund **1 Volt**, § 258), die gelieferte **Elektrizitätsmenge** ist aber **bedeutend** im Vergleich zu derjenigen, welche man von Elektrisiermaschinen erhält.

Die in die Flüssigkeit tauchenden Leiter erster Klasse nennt man die **Pole** des galvanischen Elements *In allen gebräuchlichen galvanischen Elementen bildet Zink den einen und zwar den negativen Pol; als positiven Pol verwendet man Kupfer, Platin oder Kohle.* — Die

Pole werden durch einen Draht, den **Schließungsdraht**, miteinander verbunden. „Das galvanische Element heißt **offen**, wenn der Schließungsdraht nicht angelegt oder irgendwo unterbrochen ist, dagegen **geschlossen**, wenn derselbe die Pole leitend verbindet."

§ 260. **Stromrichtung, Stromkreis.** Nach der noch üblichen, der geschichtlichen Entwickelung entsprechenden Ausdrucksweise, denkt man sich, entgegen der Anschauung der Elektronentheorie, auch die positive Elektrizität beweglich. Daher bezeichnet man auch jetzt noch die Richtung, in welcher sich im geschlossenen galvanischen Element die **positive Elektrizität** in der ganzen stromdurchflossenen Leitung, dem sog. **Stromkreis**, bewegt, kurz als **Richtung des Stromes**. *Der Strom geht bei geschlossenem Element vom positiven Pol durch den Schließungsdraht zum negativen Pol, innerhalb des Elements von letzterem durch die Flüssigkeit zum positiven Pol* (Abb. 269). [Der Elektronenaustausch zwischen den Molekülen des Leiters erfolgt in Wirklichkeit in entgegengesetzter Richtung (§ 246).]

Vorhandensein und Richtung eines galvanischen Stromes werden mit Apparaten erkannt, welche **Galvanoskope** heißen. Ihre Einrichtung wird später (§ 283) beschrieben werden. Hier sei nur vorgreifend bemerkt, daß bei denselben eine leicht bewegliche Magnetnadel durch den Strom aus ihrer Ruhelage abgelenkt wird.

§ 261. **Klemmschrauben, Stromschlüssel.** Um an die Pole des Elements den Schließungsdraht bequem anlegen (einschalten) oder überhaupt zwei getrennte Teile der Leitung leicht miteinander verbinden

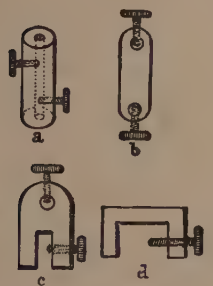


Abb. 270 a—d. Klemmschrauben.

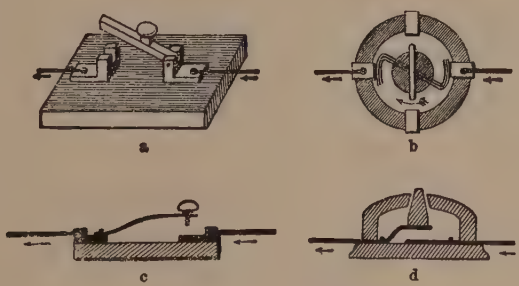


Abb. 271 a—d. Stromschlüssel.

zu können, benützt man **Klemmschrauben.** Dieselben sind mit Löchern oder Schlitzen versehene Metallklötze, in welchen die Schließungsdrähte oder Polplatten mittels Schrauben befestigt werden (Abb. 270 a, b Verbindungsklemmen, c, d Reitklemmen).

Um die Verbindung zwischen zwei getrennten Teilen einer Stromleitung rasch herstellen oder unterbrechen zu können, dienen aus metallenen Hebeln oder Federn bestehende Vorrichtungen, welche **Stromschlüssel** oder **Ausschalter, Kontakte, Tasten** heißen (Abb. 271 a, b Stromschlüssel

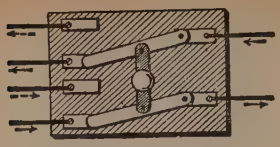
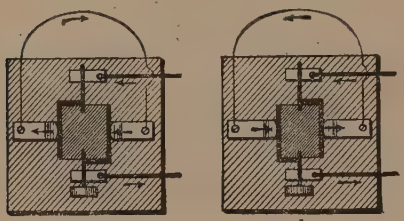


Abb. 272. Umschalter.

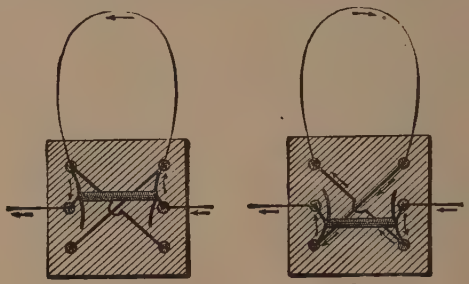
für starke Ströme bei Beleuchtungsanlagen usw., Abb. 271c, d Kontakte für schwache Ströme).

Zur bequemen Vertauschung einer Stromleitung mit einer anderen benützt man **Umschalter** (Abb. 272), zum Umkehren des Stromes in einem Teile der Leitung die **Stromwender** oder **Kommutatoren** (Abb. 273a, b zeigt einen Walzenkommutator in zwei um 180° verschiedenen Stellungen, Abb. 274a, b die aus 6 Quecksilbernäpfen und Drahtbügeln bestehende Wippe in ihren zwei Lagen).



a b

Abb. 273. Stromwender.



a b

Abb. 274. Stromwender (Wippe).

§ 262. **Kontakttheorie, chemische Theorie, elektromotorische Kraft.** Die Ursache der Elektrizitätserzeugung im galvanischen Element ist nach Volta die bloße Berührung der Leiter. Dabei bewirkt eine an der Berührungsstelle tätige **elektromotorische Kraft**, daß die in jedem der Leiter vorhandene positive Elektrizität nach dem einen, die negative nach dem anderen Leiter getrieben wird. Die in **Volt** ausgedrückte **Spannungsdifferenz zwischen den Polen** dient als **Maß der elektromotorischen Kraft.** Durch die an den Berührungsstellen fortbestehende elektromotorische Kraft ergibt sich ein andauernder elektrischer Strom. In weiterer Folge bilden dann die im geschlossenen galvanischen Element auftretenden chemischen Prozesse das Äquivalent für die im Strome auftretende und verfügbare Energie.

Dieser **Kontakttheorie** über das Zustandekommen des elektrischen Stromes steht die zuerst von De la Rive aufgestellte, jetzt bevorzugte **chemische Theorie** gegenüber. Nach dieser besteht zunächst die chemische Wirkung zwischen Flüssigkeit und eingetauchtem Metall in dem Bestreben des letzteren, positiv geladene Ionen (§ 228, § 267) in die Flüssigkeit abzugeben oder aus letzterer aufzunehmen. Dadurch entsteht die Spannungsdifferenz zwischen Metall und Flüssigkeit und im galvanischen Element die ursprüngliche Ladung der Polplatten. Der galvanische Strom wird also durch chemische Prozesse hervorgerufen und unterhalten. Die vom galvanischen Element gelieferte elektrische Energie geht also aus chemischer Energie hervor (daher Zinkverbrauch als Äquivalent für den erhaltenen galvanischen Strom).

Aufgaben. 393. Welche Spannungsdifferenzen würden sich für die galvanischen

Elemente von der Zusammensetzung Zn | H_2SO_4 | Fe, Zn | HCl | Au, Zn | $ZnSO_4$ | HNO_3 | Ag ergeben? [0,431; 1,859; 1,579 V.]

394. Welche Spannungen haben die einzelnen Leiter der in Aufgabe 393 angegebenen galvanischen Elemente, wenn man der Reihe nach jeden der dabei verwendeten Leiter zur Erde ableitet? [§ 257, 258.]

395. Warum ist für galvanische Elemente keine so sorgfältige Isolierung nötig wie bei Elektrisiermaschinen? [§ 257—259, 253.]

§ 263. **Chemische Zersetzung der Flüssigkeiten im galvanischen Element.** Die Flüssigkeit eines geschlossenen galvanischen Elementes erleidet bei dem Stromdurchgang stets eine **chemische Zersetzung** (§ 267). Es tritt dabei nicht bloß eine Veränderung der Flüssigkeit selbst, sondern auch im allgemeinen eine Veränderung der Polplatten ein. Durch die auftretenden Zersetzungsprodukte wird nämlich nicht nur der Elektrizitätsübergang von den Polplatten zur Flüssigkeit verschlechtert, sondern es werden auch die mit den ausgeschiedenen Stoffen bedeckten Polplatten **elektrisch verändert.** Durch letzteren Umstand entsteht eine der ursprünglichen entgegengerichtete elektromotorische Kraft, welche man als **galvanische Polarisation** bezeichnet. Infolge dieser Polarisation, welche **meist durch eine Ausscheidung von Wasserstoffgas** auf der **positiven Polplatte** verursacht ist, hört der vom Element gelieferte galvanische Strom nach einiger Zeit ganz auf (§ 267 u. f.).

§ 264. **Inkonstante galvanische Elemente.** Jedes aus zwei beliebigen Metallen und einem beliebigen Leiter zweiter Klasse zusammengesetzte Element ist wegen der auftretenden galvanischen Polarisation **inkonstant.**

Zum Beispiel wird im Element Zn | Kochsalzlösung | Cu das Kochsalz ($2\,NaCl$) zerlegt in $2\,Cl$, welches mit Zn lösliches, daher unschädliches $ZnCl_2$ bildet, und in $2\,Na$, welches das Lösungsmittel $2\,H_2O$ gemäß $Na_2 + 2\,H_2O = 2\,NaOH + 2\,H\rightarrow$ zersetzt. Es scheidet sich also Wasserstoff H auf der positiven Polplatte ab und polarisiert diese.

§ 265. **Konstante galvanische Elemente.** „Galvanische Elemente, in welchen durch geeignete Wahl der Flüssigkeiten die galvanische Polarisation vermieden ist, heißen **konstante Elemente.**“

Die gebräuchlichsten konstanten Elemente sind:

a) Das **Daniell-Element** (Abb. 275), bestehend aus Zink (Zn) in verdünnter Schwefelsäure (H_2SO_4) und Kupfer (Cu) in konzentrierter Kupfervitriollösung ($CuSO_4$). Beide Flüssigkeiten sind durch eine Tonzelle T, d. h. ein Gefäß aus unglasiertem, also porösem Ton oder Porzellan getrennt. — Die Kupfervitriollösung verhindert die Polarisation, da statt Wasserstoff metallisches Kupfer auf der positiven Polplatte sich abscheidet und diese also stets unverändert bleibt. Das Daniell-Element ist das konstanteste aller galvanischen Elemente. **Elektromotorische Kraft $E = 0{,}97$ bis 1,08 V** (rund **1 Volt**);

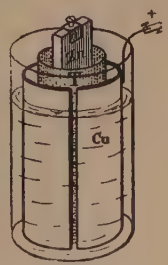
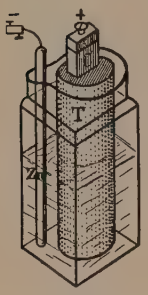


Abb. 275. Daniell-Element

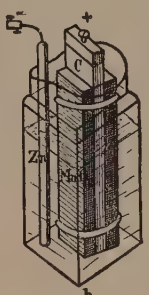
b) das **Bunsen-Element** bestehend aus Zink (Zn) in ver-

dünnter Schwefelsäure (H_2SO_4), Kohle C in konzentrierter Salpetersäure (HNO_3) und Tonzelle. Die Salpetersäure macht infolge ihres hohen Sauerstoffgehaltes den ausscheidenden Wasserstoff unschädlich. $E = 1{,}90$ V;

c) das **Leclanché-Element**[1]) (Abb. 276a, b), zusammengesetzt aus Zink (Zn), Salmiaklösung (NH_4Cl) und Kohle (C), umgeben von Braunstein (MnO_2). Letzterer wird entweder in kleinen Stücken in einer Tonzelle T (Abb. 276a), in einem um die Kohle festgebundenen Leinwandbeutel (Beutelelement) oder in Form von Platten (Briketts) durch Gummibänder in Umgebung der Kohle gehalten (Brikettelement, Abb. 276b). Der Braunstein hebt infolge seines Sauerstoffreichtums die Polarisation auf. — Das Leclanché-Element ist das in der Haustelegraphie am meisten verwendete Element, da es bei nicht zu großer Inanspruchnahme 2—3 Jahre aushält. $E = 1{,}35$—$1{,}50$ V;



a
Abb. 276a. Leclanché-Element.



b
Abb. 276b. Brikett-Element.

d) das **Bunsensche Chromsäureelement** (Abb. 277), gebildet aus Zink (Zn) und Kohle (C) in Chromsäure ($H_2O + CrO_3$), welche durch Auflösen von doppeltchromsaurem Kali ($K_2Cr_2O_7$) in verdünnter Schwefelsäure hergestellt wird. Die Chromsäure wirkt wegen ihres Sauerstoffreichtums depolarisierend. — Das Bunsensche Chromsäureelement wird als sog. **Tauchelement** (Abb. 277) verwendet, d. h. es wird das dem chemischen Angriff ausgesetzte Zink erst bei Strombedarf eingetaucht und so vorzeitiger Zinkverbrauch vermieden. $E = 2{,}0$ V;

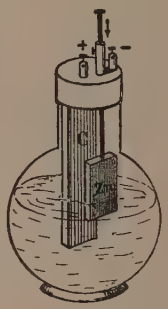


Abb. 277. Chromsäureelement (Tauchelement).

e) die neuerdings viel verwendeten **Trockenelemente** sind meist nach Art des Leclanché-Elementes zusammengesetzt. Nur wird zur Ermöglichung des Transportes eine zwischen den Polplatten befindliche Füllung von Asbest, Gelatine, Sägespänen, Gipsbrei usw. mit der Flüssigkeit getränkt und die Füllung überdies durch einen Harzverguß flüssigkeitsdicht abgeschlossen. $E = 1{,}3$—$1{,}5$ V.

§ 266. **Galvanische Batterie. Schaltungsweisen.** Häufig reicht der von einem einzigen galvanischen Element gelieferte Strom nicht aus. Man vereinigt daher eine größere Anzahl von Elementen derselben Gattung zu einer **galvanischen Batterie.** Dies kann geschehen:

a) Durch **Serien-, Reihen-** oder **Hintereinanderschaltung** (Abb. 278a). Man verbindet stets den negativen Pol eines jeden Elementes mit dem positiven Pol des nächstfolgenden. Dann bleibt im ersten Element der

1) Leclanché (1839—1882) war Chemiker in Paris.

positive, im letzten der negative Pol als **Pole der Batterie** zur Anlegung des Schließungsdrahtes frei (vgl. die Anordnung der Voltaschen Säule Abb. 268). **Die elektromotorische Kraft der Batterie ist $n \cdot E$,** wenn E die elektromotorische Kraft eines Elementes, n die Anzahl derselben bedeutet (§ 257, 3);

b) durch **Parallel- oder Nebeneinanderschaltung** (Abb. 278b). Dabei werden alle positiven Pole der n Elemente untereinander, desgleichen alle negativen Pole unter sich leitend verbunden. Den Schließungsdraht legt man zwischen irgend zwei Stellen des positiven und negativen Poldrahtes an. **Die elektromotorische Kraft der Batterie ist E wie diejenige des einzigen Elementes;**

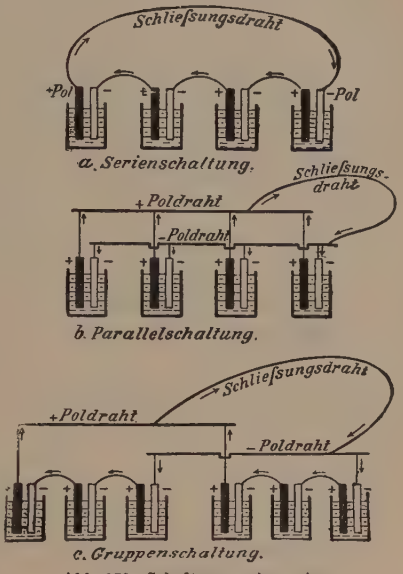


Abb. 278. Schaltungsweisen einer galvanischen Batterie.

c) durch **Gruppenschaltung** (Abb. 278c). Dabei werden sämtliche Elemente in Gruppen von gleicher Elementenzahl geteilt und dann die Elemente jeder Gruppe in Serie (oder parallel), die einzelnen Gruppen aber parallel (bzw. hintereinander) verbunden. Ist m die Anzahl der in Serie geschalteten Gruppen oder der hintereinander verbundenen Elemente einer Gruppe, so ist die **elektromotorische Kraft der Batterie $m \cdot E$.**

Die Bedingungen für die Wahl der einen oder anderen Schaltungsweise werden später (§ 292) angegeben werden.

Die Serien-, Parallel- und Gruppenschaltung, hauptsächlich die beiden ersteren, verwendet man auch bei anderen elektrischen Apparaten, z. B. Glühlampen, Bogenlampen.

Übungen: a) Vergleiche mit einem für gleiche Spannungsbeträge geeichten Elektroskop [Übung a), § 253] mit Kondensator die Spannungen von einigen gebräuchlichen Elementen! — b) Untersuche mit einem Kondensatorelektroskop die Spannungsdifferenzen zwischen den Polen galvanischer Batterien, die aus 2, 3, 4 Elementen in Hintereinander- oder in Parallelschaltung zusammengesetzt sind! — c) Eiche das Kondensatorenelektroskop für gleiche Spannungsintervalle mittels einer in Serie geschalteten Batterie!

Aufgaben. **396.** Wieviel Daniell-, Bunsen- oder Leclanché-Elemente müßte eine Batterie haben, um einen Funken von 0,1 mm Länge zu erhalten? [1000; 526; 500; 747—666.]

397. 9 Elemente sind in Gruppenschaltung zur Batterie so geordnet zu zeichnen, daß die 3 Elemente jeder Gruppe a) parallel, b) hintereinander geschaltet sind. Wie groß ist die elektromotorische Kraft der Batterie in jedem Falle? [3 E.]

398. 2 Gruppen von je 4 hintereinander geschalteten Bunsen-Elementen sind

parallel geschaltet. Es ist die Anordnung und die elektromotorische Kraft der Batterie anzugeben. [7,6 bzw. 8 V.]

398. Unter welchen Umständen lassen sich Elemente verschiedener Art zu einer Batterie vereinigen? [§ 266, 246.]

400. Zu einer gewissen Zahl von hintereinander geschalteten Daniell-Elementen zu 1 V sollen Bunsen-Elemente parallel geschaltet werden. Wie viele Daniell- bzw. Bunsen-Elemente benötigt man in Serienschaltung? [19; 10 bzw. 10; 5.]

401. Eine Batterie ist aus 7 Daniell-Elementen zu 1 V und aus 5 Leclanché-Elementen zu 1,4 V zusammengesetzt. Welche elektromotorische Kraft hat die Batterie, wenn sämtliche Elemente in Serie geschaltet sind? Können die Leclanché-Elemente zu den 7 Daniell-Elementen parallel geschaltet werden? [14 V; § 266, 246.]

b) Chemische Wirkungen des galvanischen Stromes.

§ 267. **Elektrolyse.** *In jedem Leiter zweiter Klasse tritt bei Stromdurchgang eine chemische Zersetzung oder Elektrolyse auf* (§ 263). Dabei ist es gleichgültig, ob die Flüssigkeit, der **Elektrolyt**, dem galvanischen Element selbst angehört oder ob sie in einer **elektrolytischen Zersetzungszelle** an irgend einer Stelle des Schließungsdrahtes eingeschaltet ist. Im letzteren Falle führt man die Stromzu- und -ableitung zu zwei in die Flüssigkeit der Zersetzungszelle eingesetzten Metallblechen (häufig aus Platin), welche **Elektroden**, und zwar **Anode** und **Kathode** heißen (Abb. 279; vgl. auch § 244b). Die Anode bildet stets die Eintrittsstelle, die Kathode die Austrittsstelle des Stromes aus dem Elektrolyten.

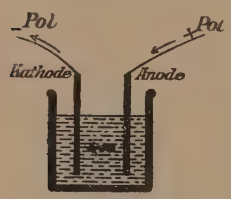


Abb. 279. Elektrolytische Zersetzungszelle.

Die Elektrolyte sind fast stets Säuren oder Lösungen von Metallsalzen. Das als Lösungsmittel dienende Wasser ist nach Kohlrausch ein **Nichtleiter, die Elektrizitätsleitung besorgt also die beigemengte Säure oder das aufgelöste Salz.** (Der Nachweis hierfür ergibt sich durch Einschalten einer gewöhnlichen Glühlampe in die Leitung zur elektrolytischen Zersetzungszelle, die einmal mit destilliertem Wasser, dann mit verdünnter Säure oder mit Salzlösung gefüllt wird.)

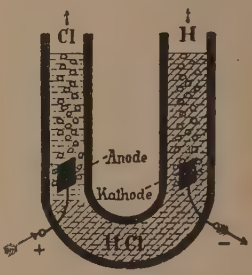


Abb. 280. Elektrolyse von Salzsäure.

Beispiele von Elektrolysen:

a) Salzsäure (HCl) zerfällt bei Stromdurchgang unmittelbar in H und Cl, also in Wasserstoff und Säurerest (Säureradikal) an Kathode bzw. Anode. Das Chlor (Cl) kann man in einer **U**-förmigen Zersetzungszelle (Abb. 280) durch die in einem Schenkel sich ergebende Entfärbung erkennen, wenn man der Salzsäure etwas Indigofarbstoff beigemengt hat. (Reine Elektrolyse.)

b) Für mit Wasser (H_2O) verdünnte Schwefelsäure (H_2SO_4) würde man zunächst in Übereinstimmung mit a) durch die Stromwirkung die Bestandteile H_2 und SO_4 erwarten. Man erhält aber als Endprodukte die Bestandteile des Wassers, nämlich Wasserstoff 2H an der Kathode und

Sauerstoff O an der Anode. Es ist somit das Wasser durch den Säurerest SO_4 sekundär zerlegt worden gemäß $H_2O + SO_4 = H_2SO_4 + O\rightarrow$. (Sekundäre chemische Zersetzung an der Anode.)

Um Wasserstoff und Sauerstoff getrennt aufzufangen, benützt man eine nach Abb. 281 eingerichtete Zersetzungszelle (Wasserzersetzungsapparat).

c) Für eine Kochsalzlösung (Chlornatrium NaCl) läßt sich durch den Strom gemäß a) eine Zersetzung in Na und Cl, also in Metall und Säurerest, erwarten. Während aber Chlor Cl wie in a) direkt ausscheidet, wirkt das Natrium Na auf das als Lösungsmittel dienende Wasser gemäß $Na + H_2O = NaOH + H\rightarrow$. Die entstehende Natronlauge NaOH färbt in einer U-förmigen Zersetzungszelle (Abb. 280) die mit Lackmustinktur rotgefärbte Salzlösung an der Kathode blau. Man erhält also eine sekundäre Zersetzung an der Kathode.

d) Aus einer Glaubersalzlösung (Natriumsulfat Na_2SO_4) erhält man als Endprodukte der Elektrolyse Wasserstoff (2H) an der Kathode und Sauerstoff (O) an der Anode, wie bei der Elektrolyse von verdünnter Schwefelsäure (Beispiel b), während man nach der Zusammensetzung von Natriumsulfat Na_2 und SO_4 (Metall und Säurerest) als Ausscheidungsprodukte erwarten sollte. Es haben aber ähnlich wie in Beispiel c) und b) sekundäre chemische Zersetzungen gemäß $Na_2 + 2H_2O = 2NaOH + 2H\rightarrow$ und $SO_4 + H_2O = H_2SO_4 + O\rightarrow$ stattgefunden. Färbt man nämlich die Salzlösung mit Lackmustinktur im einen Schenkel einer U-förmigen Zersetzungszelle (Abb. 280) rot, im anderen blau, so erkennt man die sekundären Produkte, Natronlauge (NaOH) und Schwefelsäure (H_2SO_4), an der blau bzw. rot werdenden Farbe. (Sekundäre Zersetzungen an beiden Elektroden.)

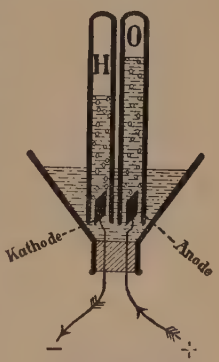


Abb. 281. Wasserzersetzungsapparat.

§ 268. **Allgemeiner Verlauf einer Elektrolyse. Theorie der Elektrolyse.** Nach den in § 267 angeführten Beispielen erfolgt in einem Elektrolyten die Zersetzung durch den Strom zunächst so, daß ausgeschieden wird:

	an der Kathode	an der Anode
bei einer Säure	der (basische) Wasserstoff	der Säurerest (Säureradikal)
bei einer Salzlösung aus dem Salz.....	das Metall	der Säurerest
bei einer Base	das Metall	die Hydroxylgruppe (OH)

Nach diesen Regeln erfolgt stets die reine elektrolytische Wirkung des Stromes. Können aber die Zersetzungsprodukte nicht im (chemisch) freien Zustande im Lösungsmittel existieren, so treten in

diesem **sekundäre Zersetzungen** auf, welche rein chemischer Natur sind (Beispiele b, c, d in § 267).

Die Zersetzungsprodukte eines Elektrolyten, welche nach Faraday **Ionen**, und zwar **Anion**, und **Kation** heißen, denkt man sich mit entgegengesetzt gleichen Ladungen behaftet, so daß das unzersetzte Molekül elektrisch neutral erscheint (s. § 228, 272).

Nach Clausius und Arrhenius sind in einem Elektrolyten auch ohne Elektrolyse in jedem Augenblick außer unzersetzten Molekülen auch in Ionen zerfallene (dissoziierte Moleküle) vorhanden. Bei einer Elektrolyse werden dann infolge der Spannungsdifferenz zwischen den Elektroden die positiv geladenen freien Kationen (Wasserstoff oder Metall) nach der Kathode, die negativ geladenen Anionen (Säurerest) nach der Anode getrieben. Da im Innern des Elektrolyten stets entgegengesetzte Ionen wieder zu einem Molekül zusammentreten können, findet eine sichtbare Ausscheidung von Zersetzungsprodukten nur an den Elektroden statt. Die gerichtete Bewegung der geladenen Ionen und die Neutralisierung ihrer Ladungen durch die Ladungen der Elektroden bildet somit den scheinbaren Durchgang des Stromes durch den Elektrolyten.

§ 269. **Faradays elektrolytische Gesetze.** Bei jeder Elektrolyse gilt nach Faraday (1833):

a) *Die durch einen und denselben Strom in verschiedenen Zersetzungszellen in gleicher Zeit ausgeschiedenen Zersetzungsprodukte sind chemisch äquivalent.*

Ein und derselbe, durch verschiedene Zersetzungszellen geführte Strom zersetzt also z. B. in derselben Zeit 1 Molekül HCl, $\frac{1}{2}$ Molekül $CuSO_4$, 1 Molekül $AgNO_3$ usw.

Die Menge der in der Zeiteinheit ausgeschiedenen Zersetzungsprodukte ist der Stromstärke proportional.

§ 270. **Stromstärke; das Ampere.** „Unter **Stromstärke** oder **Stromintensität** versteht man diejenige Menge von Elektrizität, welche in der Sekunde durch einen beliebigen Querschnitt der Stromleitung hindurchgeht.“ Die Stromstärke ist an jeder Stelle des Stromkreises die gleiche.

Als **praktische Einheit** zur Messung von Stromstärken dient das **Ampere**[1]) (Zeichen **A**), d. h. eine Stromstärke, durch welche

---

1) Die Benennung ist zum ehrenden Andenken an den französischen Physiker Ampère (1775—1836) gewählt, der zahlreiche wichtige Entdeckungen und Untersuchungen über die Wechselwirkung elektrischer Ströme machte (§ 276, 278—280). Nach Reichsgesetz vom 1. Juni 1898 über die elektrischen Maße ist die Stromstärkeeinheit Ampere ohne Akzent zu schreiben.

	in 1 Sekunde	in 1 Minute
aus angesäuertem Wasser . .	0,174 ccm	**10,44 ccm Knallgas**
	von 0^0 und 760 mm Druck oder	
aus Kupfervitriollösung . .	0,3281 **mg**	**19,68 mg Kupfer,**
aus salpetersaurer Silberlösung	1,118 **mg**	**67,09 mg Silber**

ausgeschieden werden.

Diese Zahlen nennt man die **elektrochemischen Äquivalente**[1]) für die Einheit der Stromstärke.

Ist daher M die Menge der in $t\begin{cases}\text{Sekunden}\\\text{Minuten}\end{cases}$ ausgeschiedenen gasförmigen oder metallischen Zersetzungsprodukte, so ist $\frac{M}{t}$ die in $1\begin{cases}\text{sec}\\\text{min}\end{cases}$ erhaltene Menge, also $\frac{M}{t \cdot m} = J$ die Stromstärke in **Ampere**, wenn m eine der obigen elektrochemischen Äquivalentzahlen bedeutet.

§ 271. **Voltameter.** „Zu Stromstärkemessungen verwendete elektrolytische Zersetzungszellen nennt man **Voltameter**." Der seiner Stärke nach zu bestimmende Strom wird stets während einer genau gemessenen Zeit durch das Voltameter hindurchgesendet (Stromanordnung s. Abb. 283). — Beim **Knallgasvoltameter** (Abb. 282) wird das aus verdünnter Schwefelsäure elektrolytisch gebildete Knallgas (H_2, O) in einer in ccm geteilten Röhre aufgefangen und, auf Normalzustand reduziert, zur Berechnung der Stromstärke benützt. Beim **Kupfer- und Silbervoltameter** (Abb. 283) bestimmt man die Gewichtsmenge von Kupfer bzw. Silber, welche aus Kupfervitriollösung ($CuSO_4$) bzw. salpetersaurer Silberlösung ($AgNO_3$) in t Sekunden auf einem als Kathode dienenden Platinblech (Pt) abgeschieden wird. Die Anode wählt man bei letzteren Voltametern aus Kupfer bzw. Silber. Es geht dann infolge der Einwirkung des ausgeschiedenen Säurerestes für jedes zersetzte $CuSO_4$- bzw. $AgNO_3$-Molekül ein neues in Lösung. Der Strom transportiert somit die Metalle Cu bzw. Ag von der Anode zur Kathode.

Abb. 282. Knallgasvoltameter.

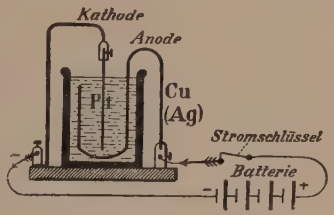


Abb. 283. Kupfervoltameter.

§ 272. **Elektrizitätsmenge, Coulomb.** „Die durch den Strom von **1 Ampere** in 1 Sekunde durch jeden Querschnitt der Stromlei-

1) Um die genaue Bestimmung der elektrochemischen Äquivalente hat sich besonders Friedr. Kohlrausch (1840—1910), seit 1875 Professor an der Universität in Würzburg, von 1895—1905 Präsident der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in Berlin, verdient gemacht; auch bezüglich der Elektrizitätsleitung in Flüssigkeiten hat er grundlegende Untersuchungen ausgeführt.

tung geführte Elektrizitätsmenge ist 1 Coulomb" (§ 250 und 226). Man kann also auch sagen, daß die Elektrizitätsmenge von 1 **Coulomb** aus angesäuertem Wasser **0,174 ccm Knallgas** oder aus Kupfervitriollösung **0,3281 mg Kupfer** usw. ausscheidet. In t Sekunden wird dann durch einen Strom von 1 Ampere eine Elektrizitätsmenge von t Coulomb durch jeden Querschnitt der Stromleitung hindurchgeführt, durch eine Stromstärke von J Ampere aber in derselben Zeit eine Elektrizitätsmenge $J \cdot t$ Coulomb. — Eine Messung mit dem Voltameter kann auch zugleich zur Ermittelung der durch die Stromleitung hindurchgegangenen Elektrizitätsmenge in Coulomb dienen. Das Voltameter ist also zugleich auch ein sog. Coulombmeter.

Auf Grund der elektrochemischen Äquivalentzahlen berechnete Helmholtz (1880) erstmalig die Elektrizitätsmenge, mit welcher ein durch Elektrolyse ausgeschiedenes Wasserstoffatom behaftet ist; er nannte diese das elektrische Elementarquantum (§ 228). Der Strom von 1 A scheidet in 1 sec 0,00001046 g Wasserstoff aus, die ein Volumen von $\frac{0{,}00001046}{0{,}0000895} = 0{,}1167$ ccm haben (spez. Gewicht des Wasserstoffs $s = 0{,}0000895$). Unter Benützung der Loschmidtschen Zahl (§ 14) ist die Anzahl der in dieser Wasserstoffmenge enthaltenen Moleküle $0{,}1167 \cdot 27 \cdot 10^{18} = 3{,}15 \cdot 10^{18}$, die Zahl der Atome, da das Wasserstoffmolekül 2 Atome hat, $2 \cdot 3{,}15 \cdot 10^{18} = 6{,}3 \cdot 10^{18}$. Da diese Anzahl mit der Elektrizitätsmenge von 1 Coulomb $= 3 \cdot 10^9$ elektrostatische Einheiten (§ 250) beladen ist, trifft auf 1 Atom die als Elementarquantum bezeichnete Ladung $\varepsilon = \frac{3 \cdot 10^9}{6{,}3 \cdot 10^{18}} = 4{,}76 \cdot 10^{-10}$ elektrostatische Ladungseinheiten.

Mit wenigen galvanischen Elementen kann man Stromstärken von 1 und mehr Ampere erhalten. Die galvanischen Elemente sind also Elektrizitätsquellen, welche sehr bedeutende Elektrizitätsmengen, allerdings bei niedriger Spannung, liefern können.

§ 273. **Galvanoplastik, Galvanostegie, Elektrometallurgie.** Die Elektrolyse wird dazu benützt, um beliebige Objekte in Metall abzuformen (**Galvanoplastik**, Jakobi 1838), oder um Metallgegenständen einen festhaftenden Überzug von anderen, meist edleren Metallen zu geben (**Galvanostegie**, von griech. stégō = bedecke), endlich um Metalle chemisch rein aus ihren Salzen abzuscheiden (**Elektrometallurgie**).

a) **Galvanoplastik.** Von dem abzuformenden Gegenstand wird zunächst eine Matrize (negativer Abdruck) aus Wachs, Paraffin, Guttapercha usw. hergestellt, welche die Erhöhungen des Originals vertieft, die Vertiefungen erhöht zeigt. Die Matrize wird dann mit einem leitenden Graphitüberzug versehen und als **Kathode** in eine Salzlösung desjenigen Metalles eingehängt, aus welchem man den Abdruck herstellen will. Die **Anoden** bestehen gewöhnlich aus dem gleichen Metall, so daß diese bei Stromdurchgang nach und nach aufgelöst werden und die Salzlösung stets gleich konzentriert bleibt (Abb. 284). Der

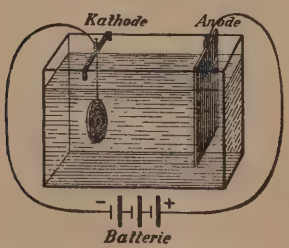


Abb. 284. Galvanoplastischer Apparat.

Metallniederschlag wird bei genügend langer Stromwirkung so dick, daß er in zusammenhängender Schicht abgehoben werden kann.

b) **Galvanostegie.** Die mit einem dünnen festhaftenden Überzug eines anderen Metalles zu versehenden Metallgegenstände werden einfach auf das sorgfältigste gereinigt und in einer entsprechenden Metallsalzlösung als **Kathode** verwendet. (Anordnung wie in Abb. 284.)

c) **Elektrometallurgie.** Im Großbetrieb benützt man die Elektrolyse, um aus den entsprechenden Salzen insbesondere Aluminium, Magnesium, Kupfer, Nickel, Gold und Silber in fast chemisch reinem Zustande auszuscheiden. Zur Gewinnung von metallischem Natrium und Kalium werden Ätznatron und Ätzkali oder auch die Chloride geschmolzen und dabei Quecksilber als Kathode benützt, so daß die Metalle aus dem entstehenden Amalgam gewonnen werden.

§ 274. **Galvanische Polarisation.** Man leite durch einen Stromkreis, welcher eine Zersetzungszelle mit zwei Platinelektroden und ein Galvanoskop (§ 260) enthält, einen Batteriestrom (Abb. 285, gestrichelte Pfeile). Nachdem die Elektrolyse einige Zeit gedauert hat, schalte man die Batterie durch einen geeigneten Ausschalter ab. Dann zeigt das Galvanoskop einen dem ursprünglichen Strom entgegengesetzt gerichteten Strom an (Abb. 285, ausgezogene Pfeile). Da die Platinelektroden der Zersetzungszelle vor Hindurchsenden des die Elektrolyse bewirkenden Stromes elektrisch durchaus gleich sind, also bei Anschalten an ein Galvanoskop keinen Strom liefern, so lehrt der Versuch: *Bei jeder Elektrolyse werden die Elektroden durch die auftretenden Zersetzungsprodukte elektrisch verändert und verhalten sich dann wie die Polplatten eines galvanischen Elements, sie werden galvanisch polarisiert.* Es entsteht so eine der Spannung der Stromquelle entgegenwirkende **elektromotorische Gegenkraft der Polarisation** (§ 263), welche den dem ursprünglichen Strom entgegengesetzt gerichteten **Polarisationsstrom** erzeugt (Ritter (1803)[1]).

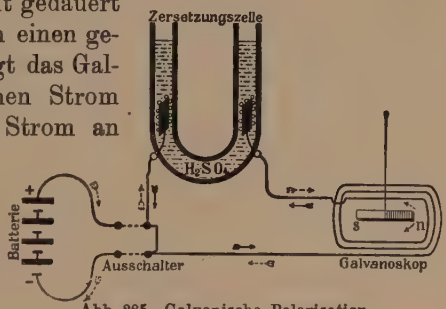


Abb. 285. Galvanische Polarisation.

§ 275. **Akkumulatoren.** Die galvanische Polarisation benützt man zur Herstellung sehr wirksamer sekundärer oder Polarisationsbatterien, welche als **Sammler** oder **Akkumulatoren** bezeichnet werden (Planté 1860, Faure 1881).

Man leitet nämlich durch eine Zersetzungszelle mit zwei **Bleielektroden** und verdünnter Schwefelsäure einen elektrischen Strom. Es wird dann auf der Bleikathode Wasserstoff, auf der Bleianode Sauerstoff ausgeschieden und dadurch auf letzterer dunkelbraunes Bleisuperoxyd PbO_2 gebildet. Die nunmehr polarisierten Bleielektroden, von welchen

1) Ritter (1776—1810) war Mitglied der Akademie in München.

die eine mit Bleisuperoxyd überzogen, die andere reines Blei geblieben ist, verhalten sich wie zwei verschiedene Leiter erster Klasse. Sie geben daher bei Anlegen eines Schließungsdrahtes einen Strom (Polarisationsstrom), dessen Dauer von der Menge des gebildeten Bleisuperoxyds abhängt. Zur Erzeugung von großen Mengen von Superoxyd werden die Bleielektroden gegenwärtig gitterartig mit vielen Hohlräumen hergestellt (Abb. 286). Die Höhlungen füllt man mit Mennige ($2PbO, PbO_2$) für die positiven, mit Bleiglätte (PbO) für die negativen Polplatten aus. Sendet man einen Strom durch die Zelle, so wird die Bleiglätte der einen Elektrode durch den auftretenden Wasserstoff zu locker gefügtem, sog. schwammigem Blei reduziert, dagegen die Mennige der anderen Elektrode zu Superoxyd oxydiert. — Die mit schwarzbraunem Bleisuperoxyd überzogene Elektrode bildet für die Entladung den positiven Pol. Die elektromotorische Kraft einer Zelle ist **2 Volt.**

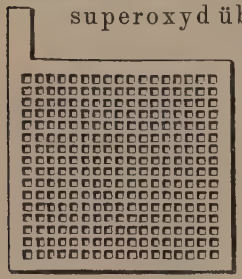


Abb. 286. Akkumulator-Gitterplatte.

Der zur Polarisation benützte Ladestrom wird somit im Akkumulator aufgespeichert und kann als sehr gleichmäßiger Entladestrom wieder aus demselben entnommen werden, wobei gilt: aufgespeicherte Elektrizitätsmenge = Kapazität des Akkumulators = Ladestromstärke $\times$ Ladezeit = Entladestromstärke $\times$ Entladezeit. Diese Kapazität pflegt man in Amperestunden (= Ah) anzugeben.

Akkumulatorenbatterien werden bei größeren Beleuchtungsanlagen für die Nachtbeleuchtung, bei elektrischen Straßenbahnen als Ausgleichs- (sog. Puffer-) Batterien, zum Antrieb von Elektromotoren bei Kraftwagen, bei Unterseeboten während der Unterwasserfahrt benützt.

Übungen. a) Bestimme mit einem Knallgasvoltameter die für eine gewöhnliche Glühlampe zum normalen Leuchten erforderliche Stromstärke! — b) Wiederhole den vorhergehenden Versuch mit dem Unterschied, daß 2 Glühlampen in Hintereinander- oder in Parallelschaltung benützt werden! — c) Versuche unter Zuschaltung eines Galvanoskops (vgl. § 260, 282) eine Elektolyse von verdünnter Schwefelsäure mit 1 Daniell-Element, oder mit 2, 3 Daniell-Elementen in Hintereinanderschaltung!

Aufgaben. 402. In welcher Weise werden die wässerigen Lösungen der Salze $NaCl$, $CuCl_2$, Na_2SO_4, NH_4Cl, KNO_3, $ZnSO_4$, $PtCl_4$, $AgNO_3$ elektrolytisch zersetzt? Welche Mengen Metall werden aus diesen Salzen gleichzeitig durch einen Strom ausgeschieden, welcher in einer bestimmten Zeit 10 Pt niederschlägt? [§ 267-269.]

403. Welche chemischen Prozesse spielen sich in einem Daniell- oder Bunsen-Element ab, wenn dieses Strom gibt? [§ 267—269.]

404. Durch einen bestimmten Strom wird in 1 min 40 sec eine Elektrizitätsmenge von 1 C durch eine elektrolytische, verdünnte Schwefelsäure enthaltende Zersetzungszelle hindurchgeführt. Wieviel Knallgas entsteht, und welche Stärke hat der Strom? [0,174 ccm; 0,01 A.]

405. Wieviel Coulomb führt ein Strom von 0,5 A in 15 min durch einen Stromkreis, und wieviel Kupfer kann dadurch in einem Kupfervoltameter metallisch abgeschieden werden? [450 C; 147,6 mg.]

406. In einem Stromkreis ist ein Knallgas- und ein Kupfervoltameter eingeschal-

tet. Wie stark war der Strom, wenn in 15 min 442,8 **mg** Kupfer niedergeschlagen wurden? Wieviel Knallgas erhielt man gleichzeitig, wenn die Temperatur 20° und der Barometerstand 720 mm betrug? [1,5 A; 266,1 ccm.]

407. Bei einer galvanischen Versilberung eines Metallgegenstandes wurde ein Strom von 0,25 A 1 Stunde lang verwendet. Um wieviel wurde der Gegenstand schwerer? [1,0063 **g**.]

408. Welche Zeit muß ein Strom von 1,5 A Stärke wirken, damit auf einem galvanoplastisch in Silber abzuformenden Gegenstand von 2 qdm Oberfläche eine Silberschicht von 1 mm Dicke entsteht? [1 d 10 h 52,7 min.]

409. Welche Elektrizitätsmenge entspricht einer Amperestunde, und wieviel **g** Kupfer würde dadurch niedergeschlagen? [3600 C; 1,1808 **g**.]

410. [R. G. 1901.] Es sollen die auf der chemischen Wirkung des elektrischen Stromes beruhenden Apparate zur Messung von Stromstärken beschrieben und erläutert werden. Die einschlägigen Gesetze sind anzugeben. [§ 271, 269, 270.]

411. [R. G. 1906.] Erklärung der Begriffe: Elektrolyt; Elektrolyse; Elektroden; Ionen. — Elektrolyse von verdünnter Schwefelsäure, von Silbernitrat und Natriumsulfat. — Angabe der Gesetze von Faraday mit näherer Erläuterung und quantitativen Angaben bezüglich der Ionen H, O, Cu und Ag. — Polarisation im Wasserzersetzungsapparat, Polarisationsstrom. — Polarisation im inkonstanten Elemente: Zink, Kohle, verdünnte Schwefelsäure. Folge davon. Das konstante Element von Daniell; warum ist es ein konstantes Element? [§ 267—269, 274, 263—265.]

412. [R. 1900.] Ein elektrischer Strom von der Stärke 1 A liefert in der Sekunde 0,174 ccm Knallgas (Normaldruck und Normaltemperatur vorausgesetzt). Wie stark (in A ausgedrückt) ist der Strom einer Batterie, welcher in $5\frac{1}{2}$ min 205 ccm Knallgas liefert, aufgefangen bei 18° C unter dem Druck einer Quecksilbersäule von 700 mm? [§ 270, 161, 162; 3,128 A.]

413. [R. 1902.] Was versteht man unter Galvanoplastik? Auf welcher Wirkung des galvanischen Stromes beruht diese? Es soll unter Beifügung einer Zeichnung eine Vorrichtung für galvanoplastische Zwecke beschrieben werden. [§ 273, 267, 268.]

c) Magnetische Wirkungen des Stromes.

§ 276. **Ablenkung der Magnetnadel durch den Strom.** Im Jahre 1820 machte Örsted die Entdeckung: Jede in der Nähe einer stromdurchflossenen Leitung befindliche drehbare Magnetnadel erfährt durch den Strom eine Ablenkung aus ihrer Ruhelage.

Die Ablenkung der Magnetnadel erfolgt stets so, daß für eine die Magnetnadel ansehende und mit dem Strome schwimmende (Ampèresche) *Figur der Nordpol der Nadel zur linken Seite abweicht* (Ampèresche Regel, Abb. 287a, b).

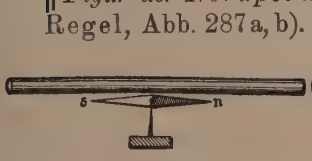


Abb. 287a. Stromloser Leiter

Abb. 287b. Ampèresche Regel.

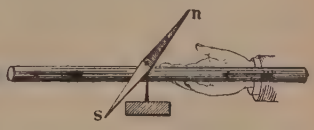


Abb. 287c. Daumenregel.

Gleichbedeutend mit der Ampèreschen Regel ist die folgende:

Hält man die rechte Hand parallel dem Stromleiter so, daß die innere Handfläche der Magnetnadel zugekehrt ist und der Strom bei der Handwurzel ein-, bei den Fingerspitzen austritt, so erfolgt die Ablenkung des Nordpoles der Nadel stets nach der Seite des Daumens (Daumenregel, Abb. 287c).

§ 277. **Magnetfeld eines Stromes.** Die Wirkung eines Stromes auf

die Magnetnadel beweist, daß in der Umgebung eines Stromes magnetische Kräfte auftreten; man kann also sagen: *Jeder Strom erzeugt in seiner Umgebung ein magnetisches Feld.* Die Kraftlinien des Magnetfeldes einer **geradlinigen Strombahn** sind konzentrische, zum Leitungsdraht senkrecht stehende Kreise, deren gemeinsamer Mittelpunkt auf der Strombahn selbst liegt. Die Richtung dieser kreisförmigen Kraftlinien kann man durch die Ampèresche Regel bestimmen (Abb. 288a), aber auch durch die sog. **Blickregel** (Abb. 288b): „Für einen in der Stromrichtung blickenden Beobachter verlaufen die Kraftlinien im Sinne der Uhrzeigerdrehung", oder endlich durch die sog. **rechte Faustregel** (Abb. 288c): „Umschließt man den Stromleiter mit der rechten Faust so, daß der ausgestreckte Daumen in die Stromrichtung zeigt, so verlaufen die Kraftlinien in der Richtung der gekrümmten Finger." Ein Strom von J Ampere erzeugt in r cm Abstand vom geradlinigen Leiter eine Feldstärke von $\mathfrak{H} = \frac{2J}{10r}$ Gauß (der Nenner 10 ist durch die Festsetzung des Ampere als Stromstärkeeinheit bedingt[1]). Wird ein geradliniger Strom zu einer geschlossenen Leitung gebogen, so erfahren die ursprünglich kreisförmigen Kraftlinien eine Formveränderung, umschließen aber nach wie vor die Strombahn ringförmig. Es gilt also: *Bei einem durch einen geschlossenen Strom hervorgerufenen Magnetfelde sind die Kraftlinien geschlossene Kurven, welche die stromumflossene Fläche senkrecht durchsetzen* (Abb. 289). Die stromumflossene Fläche verhält sich also hinsichtlich

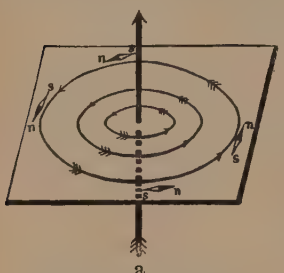


Abb. 288a. Kraftlinien eines geradlinigen Stromes.

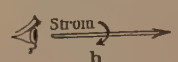


Abb. 288b. Blickregel.

Abb. 288c. Rechte Faustregel

1) Wilhelm Weber (1804—1891), Professor der Physik in Göttingen, Zeit- und Amtsgenosse von Gauß (Anm. § 212), ist der Schöpfer des absoluten Maßsystems für elektrische Größen; auch verdankt man ihm zahlreiche wichtige Entdeckungen auf elektrischem und magnetischem Gebiete und in der Wellenlehre. — Weber definierte in seinen „Elektrodynamischen Maßbestimmungen" 1856 die Stromstärkeeinheit folgendermaßen: „Die Stromstärkeeinheit hat derjenige Strom, der im Mittelpunkte eines Drahtkreises von 1 cm Radius ein magnetisches Feld von der Stärke 2π erzeugt." Nun ist die Feldstärke $\mathfrak{H}$ im Mittelpunkt eines Drahtkreises vom Radius R, der von einem Strom von der Stärke J durchflossen wird, gleich $\mathfrak{H} = \frac{2R\pi J}{R^2} = \frac{2\pi J}{R}$, also $J = \frac{R\mathfrak{H}}{2\pi}$. Demnach ist $J = 1$, wenn $R = 1$ cm und $\mathfrak{H} = 2\pi$ Feldstärkeeinheiten (= Gauß) beträgt. Diese von Weber festgesetzte sog. **absolute elektromagnetische Stromstärkeeinheit** ist für praktische Bedürfnisse etwas zu groß. Daher hat der Elektrikerkongreß 1881 zu Paris als Stromstärkeeinheit **1 Ampere** $= \frac{1}{10}$ **absol. elektromagnetische Stromstärkeeinheit** gewählt, wodurch sich der in den Formeln vorkommende Nenner 10 erklärt.

der von ihr ausgehenden Magnetkraftlinien wie eine dünne **magnetische Scheibe** oder ein **magnetisches Blatt**, welches auf der einen Seite süd-, auf der anderen Seite nordmagnetisch ist (§ 216). Bezüglich ihrer magnetischen Wirkungen in der Umgebung kann also jede geschlossene Strombahn durch ein solches magnetisches Blatt ersetzt werden.

Die Erscheinung der Ablenkung einer Magnetnadel durch den elektrischen Strom ist auch umkehrbar. Man beobachtet eine **Bewegung eines Stromleiters in einem Magnetfeld**, wenn man, wie Abb. 290 zeigt, den

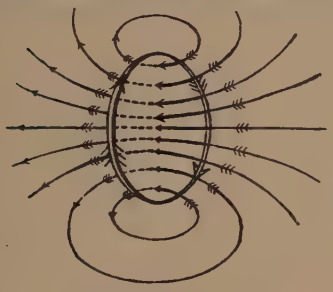


Abb. 289. Kraftlinien eines geschlossenen Stromes.

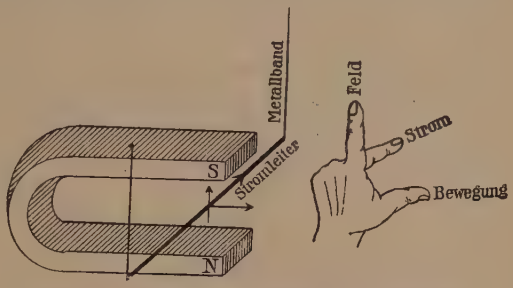


Abb. 290. Bewegung eines Stromleiters im Magnetfelde (Linkehandregel).

das Feld erzeugenden Magneten festlegt und die Strombahn durch Aufhängung an dünnen Metallbändern, die als Stromzu- und ableitung dienen, beweglich macht. Die Bewegung des Stromleiters erfolgt nach der sog. **linken Handregel** von Fleming: Werden Daumen, Zeigefinger und Mittelfinger der linken Hand gegenseitig aufeinander senkrecht gestellt, so zeigt der Daumen die Bewegungsrichtung des Stromleiters an, wenn der Zeigefinger in der Richtung der Kraftlinien des Magnetfeldes, der Mittelfinger in der Stromrichtung gehalten wird.

§ 278. **Magnetfeld eines Solenoids (Stromspule).** „Einen Stromleiter, den man zu einer Spirale mit enganliegenden Windungen aufgewickelt hat, oder eine Stromspule, welche aus zahlreichen Windungen eines mit Baumwolle, Wachs, Kautschuk isolierten Drahtes besteht, nennt man ein **Solenoid** (griech. sōlén = Röhre). Dasselbe verhält sich wie ein System paralleler geschlossener Ströme, also auch wie eine Reihe von magnetischen Blättern, welche mit entgegengesetzt magnetischen Polflächen aneinanderstoßen. Das Magnetfeld eines **Solenoids** (Abb. 291) stimmt daher mit demjenigen eines **geraden Magnetstabes** überein. *Die Magnetkraftlinien eines Solenoids treten bei derjenigen Endfläche des*

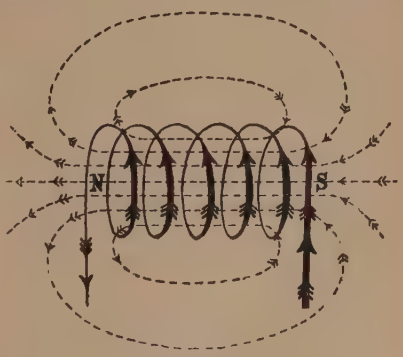


Abb. 291. Solenoid.

Solenoids {*aus* / *ein*}, *diejenige Endfläche ist also* {*nordpolar* / *südpolar*}, *welche dem Beschauer* {*entgegen dem Uhrzeigersinne* / *im Uhrzeigersinne*} *vom Strome umflossen erscheint.*

Aus vorgenannten Gründen stellt sich ein horizontal bewegliches Solenoid mit seiner Achse in den magnetischen Meridian ein. Die polaren Endflächen einer beweglichen Stromspule werden ferner von den Polen eines Magneten oder eines zweiten Solenoids angezogen oder abgestoßen, je nachdem sie mit letzterem ungleichnamig oder gleichnamig polar sind (Abb. 292a, b). Weiches Eisen im Magnetfelde eines Solenoids wird durch die von ihm konzentrierten Kraftlinien magnetisch influenziert und, wenn es beweglich ist, in den Hohlraum des Solenoids hineingezogen (Abb. 293).

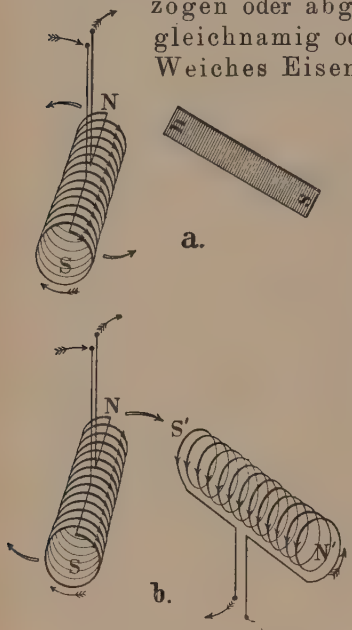


Abb. 292. Pole eines Solenoids.

Die im Hohlraum einer (langen) Stromspule erzeugte Feldstärke $\mathfrak{H}$ ist der Stromstärke J (in Ampere) und der Windungszahl n für 1 cm Länge, also dem Produkt $n \cdot J$, der sog. Zahl der Amperewindungen proportional. Man hat $\mathfrak{H} = \frac{4\pi}{10} n \cdot J$ Gauß (= Kraftlinien pro qcm). Die Feldintensität hängt außerdem bei eingelegtem Eisenkern von der magnetischen Leitfähigkeit μ desselben ab (§ 217). Es ergibt sich als Wert der magnetischen Induktion $\mathfrak{B} = \frac{4\pi}{10} n \cdot J \cdot \mu$ Gauß (= Kraftlinien pro qcm).

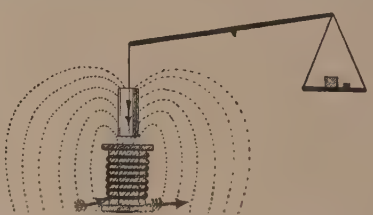


Abb. 293. Solenoid und bewegliches Eisenstück.

§ 279. **Elektrodynamische Wirkung der Ströme.** Aus der Übereinstimmung des Magnetfeldes einer geschlossenen Strombahn mit dem Felde eines magnetischen Blattes (§ 277) folgt noch: *Zwei in parallelen Bahnen fließende geschlossene Ströme ziehen einander an, wenn die Ströme gleichgerichtet sind, stoßen sich dagegen ab, wenn sie entgegengesetzte Richtung haben* (Abb. 294). Bei gekreuzten Strombahnen tritt Anziehung ein, wenn die Ströme beide nach dem Kreuzungspunkte hin- oder von ihm wegfließen, dagegen Abstoßung, wenn der eine Strom zum Kreuzungspunkte hin-, der andere wegfließt (Abb. 295). Zusammenfassend läßt sich sagen: *Gekreuzte Strombahnen suchen sich stets gleichgerichtet parallel zu stellen.* „Die

anziehenden oder abstoßenden Wirkungen von zwei Strombahnen bezeichnet man als **elektrodynamische Wirkungen** der Ströme"; sie wurden von Ampère (1823) entdeckt und eingehend untersucht.

§ 280. **Ampèresche Molekularströme.** Jeder Magnet läßt sich umgekehrt durch ein Solenoid ersetzen, da der Verlauf der Kraftlinien ihrer Magnetfelder ein vollkommen gleichartiger ist. Man kann sich daher nach Ampère den Magnetismus eines Magneten dadurch hervorgerufen denken, daß um die Moleküle desselben dauernd elektrische Ströme in parallelen Bahnen und in solchem Sinne kreisen, wie sie zur Erzeugung von Nord- und Südpol bei einem Solenoid laufen müssen (Abb. 296). Diese **Ampèreschen Molekularströme** kann man sich dann an Stelle der Molekularmagnete gesetzt denken.

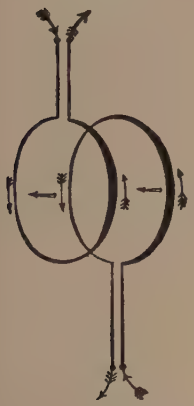


Abb. 294. Parallele Strombahnen.

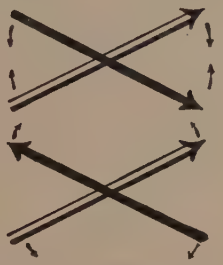


Abb. 295. Gekreuzte Strombahnen.

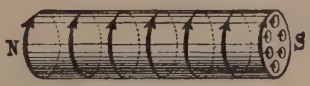


Abb. 296. Ampèresche Molekularströme.

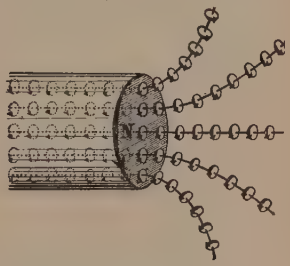


Abb. 297. Magnetkraftlinien und elektrische Wirbel.

Nach der Elektronentheorie bestehen diese Ströme in raschen kreisförmigen Bewegungen von Elektronen. Einstein und De Haas haben in der Tat 1915 solche Molekularströme durch Versuche nachgewiesen.

§ 281. **Vorstellung über die Magnetkraftlinien.** Nach § 218 wird eine Magnetkraftlinie von magnetisch polarisierten Molekülen des Mediums gebildet, welches das Magnetfeld erfüllt. Nach § 280 läßt sich aber auch eine Magnetkraftlinie nach Faraday und Maxwell als ein System von geschlossenen Strömen betrachten, welche längs der Kraftlinie aufgereiht sind. Rings um eine Magnetkraftlinie erfolgt somit eine wirbelartige elektrische Strömung (Elektronenwirbel, Abb. 297). Die in § 218 angegebenen Eigenschaften der Magnetkraftlinien folgen dann unmittelbar aus den elektrodynamischen Wirkungen dieser Wirbelströme. Die an irgend einer Stelle eines Magnetfeldes vorhandene magnetische Energie ist durch die Energie dieser Wirbelströme bedingt.

Aufgaben. 414. Wie stellt sich ein um eine lotrechte Achse drehbar aufgehängtes vertikales Drahtrechteck bei Stromdurchgang ein? [§ 277, 278.]

415. Wie erklärt man die Erscheinungen der magnetischen Influenz und Sättigung durch die Ampèreschen Molekularströme? [§ 202, 204, 205, 280.]

416. Eine Spirale aus dünnem Kupferdraht ist lotrecht aufgehängt und mit ihrem unteren Ende eben noch in ein Quecksilbernäpfchen eingetaucht. Was geschieht, wenn man durch die Spirale einen Strom leitet? [§ 279.]

417. Zwei kurze Stromspulen, von denen die eine fest, die andere drehbar ist, stehen mit ihren Windungsebenen senkrecht zueinander. Welches Verhalten zeigt die bewegliche Spule, a) wenn man durch beide Rollen hintereinander einen Strom schickt, b) wenn in beiden Rollen gleichzeitig, c) nur in einer Rolle der Strom seine Richtung wechselt? (Elektrodynamometer von W. Weber.) [§ 278, 279.]

Übungen. a) Untersuche die Einwirkung einer geradlinigen Strombahn auf eine Magnetnadel bei verschiedener gegenseitiger Lage! — b) Verfolge die Wirkung einer Stromspule in verschiedenen Lagen auf eine Magnetnadel! — c) Löse die Aufgabe 416 durch den Versuch!

§ 282. **Ablenkung der Magnetnadel und Stromstärke. Multiplikator.** Die magnetischen Wirkungen des Stromes, insbesondere die Ablenkung der Magnetnadel (§ 276), kann man zur **Stromstärkemessung** verwenden. Der Ablenkungswinkel der Magnetnadel nimmt mit wachsender Stromstärke, jedoch nicht in einfachem Verhältnis zu. Bei geringer Stromstärke läßt sich die ablenkende Wirkung dadurch vergrößern, daß man den Strom durch einen mit Baumwolle, Seide, Kautschuk usw. isolierten Draht gehen läßt, welcher wie bei einem Solenoid in vielen Windungen auf einen Rahmen gewickelt ist. Ein solcher mit isoliertem Draht bewickelter Rahmen heißt **Multiplikator** (Schweigger 1820, Poggendorff[1]) 1821). Die Magnetnadel wird in einer zu den Windungsebenen des Multiplikators senkrechten Ebene drehbar angeordnet (Abb. 298).

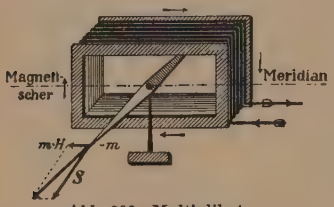


Abb. 298. Multiplikator.

§ 283. **Galvanoskop, Galvanometer.** „Das **Galvanoskop** ist ein Instrument, um das Vorhandensein und die Richtung eines Stromes festzustellen.“ Es besteht aus einem Multiplikator und einer in seinem Hohlraume meist in horizontaler Ebene drehbaren Magnetnadel (Abb. 298). — Die Einstellung der Magnetnadel ist durch die zu den Windungsebenen des Multiplikators stets senkrechte Stromkraft S sowie durch die von der Horizontalkomponente H des Erdmagnetismus auf jeden Nadelpol m wirkende Kraft $m \cdot H$ bedingt (Abb. 298). Zur Erzielung der größtmöglichen Ablenkung muß man daher die Drahtwindungen des Multiplikators dem magnetischen Meridian parallel stellen. — Zum Nachweis sehr schwacher Ströme kann die einfache Magnetnadel auch durch ein astatisches Nadelpaar (§ 212) ersetzt sein, von welchem sich jedoch nur eine Nadel innerhalb des Multiplikators befindet.

Wenn die Ablenkungen (Ausschläge) so klein bleiben, daß die Magnetnadel ihre Lage zu den stromdurchflossenen Drahtwindungen des Multiplikators nur äußerst wenig ändert, kann man Ablenkung a und Strom-

---

1) Schweigger (1779—1857) war Professor der Physik und Chemie in Erlangen und zuletzt in Halle;

Poggendorff (1796—1877), zuletzt Professor in Berlin, hat insbesondere durch seine Spiegelablesung die Genauigkeit elektrischer und magnetischer Messungen auf einen hohen Grad der Vollkommenheit gebracht (s. w. u).

stärke J einander proportional, also $J = C \cdot a$ setzen. „Ein Galvanoskop, welches eine der Stromstärke proportionale Ablenkung liefert und daher zur vergleichenden Messung von Stromstärken verwendbar ist, heißt **Galvanometer.**“ Kennt man noch den Wert des Proportionalitätsfaktors C, welcher Reduktionsfaktor des Instruments heißt und die für eine Ablenkung $a = 1$ nötige Stromstärke in Ampere bedeutet (§ 285), so kann man mit dem Galvanometer auch sehr kleine Stromstärken in **Ampere** messen. Zur genauen Messung so geringer Ablenkungen wird ein kleiner Spiegel mit dem an einem Kokonfaden aufgehängten Magnet fest verbunden (Abb. 299). Dem Spiegel gegenüber stellt man in größerem Abstand eine mm-Skala auf und beobachtet das Spiegelbild der Skala mit einem Fernrohre. Bei Ablenkung des Magneten sieht man dann einen anderen Teilstrich der Skala im Fernrohre als in der Ruhelage (Poggendorffsche Spiegelablesung). Ein solches Galvanometer heißt man **Spiegelgalvanometer.**

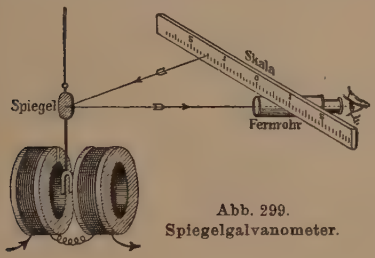


Abb. 299. Spiegelgalvanometer.

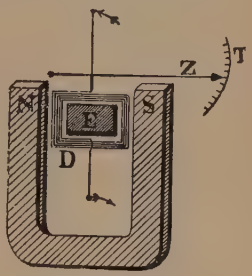


Abb. 300. Drehspulengalvanometer.

Die leicht beweglichen Magnete der Galvanometer erfahren störende Ablenkungen durch Eisenmassen, Magnete und starke Ströme in ihrer Nähe. Man verwendet daher in neuerer Zeit anstatt der vorstehend beschriebenen Drehmagnetgalvanometer vielfach nach den Angaben von Deprez konstruierte Galvanometer (**Drehspulengalvanometer**). Bei diesen ist der Multiplikator D drehbar, der Magnet aber, ein starker Hufeisenmagnet, festgelagert (Abb. 300). Zur Konzentration der magnetischen Wirkung auf die bewegliche Spule ist in ihrem Hohlraum ein Weicheisenkern E fest angebracht. Die Stromzu- und wegführung geschieht durch je ein feines Metallband, an deren einem die Spule zugleich aufgehängt ist. Die Instrumente werden entweder mit Zeiger Z als Galvanoskop oder mit Spiegel als Spiegelgalvanometer gebaut. Derartige Instrumente werden von äußeren magnetischen Kräften nicht merkbar beeinflußt.

§ 284. **Amperemeter (Ammeter).** „Ist ein Galvanometer mit einer Einteilung versehen, so daß die dem Ausschlag des Magneten (oder der Drehspule) entsprechende Stromstärke direkt in **Ampere** ablesbar ist, so heißt das Instrument **Amperemeter** (Abb. 301). Präzisionsam-

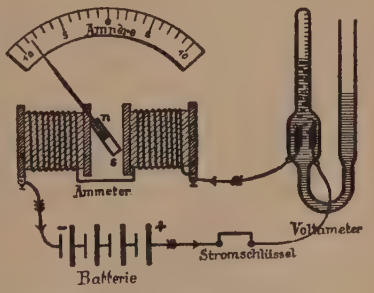


Abb. 301. Eichen eines Amperemeters

peremeter werden jetzt gewöhnlich nach Deprez mit beweglichem Multiplikator hergestellt. — Das Eichen eines Amperemeters, d. h. die Feststellung der Ampereeinteilung, geschieht am genauesten dadurch, daß man nach Abb. 301 für den durch das Instrument gehenden Strom die Intensität voltametrisch ermittelt (§ 270, 271).

Weniger genau, aber für Starkströme viel gebraucht, sind die sog. **elektromagnetischen Amperemeter.** Diese beruhen auf den Wirkungen eines Solenoids auf weiches Eisen. Im Multiplikator M eines solchen Amperemeters (Abb. 302) befindet sich z. B. ein drehbares und mit Zeiger versehenes Weicheisenplättchen E, welches im Magnetfeld der Spule nach

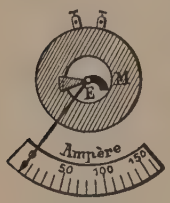


Abb. 302. Amperemeter.

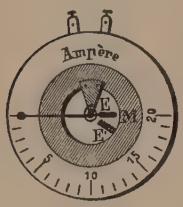


Abb. 303. Amperemeter.

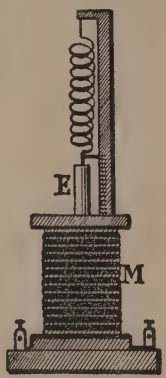
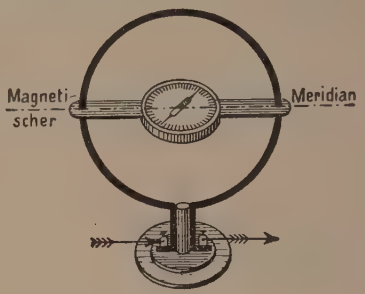


Abb. 304. Federamperemeter.



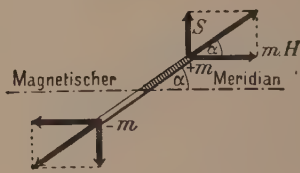


Abb. 305. Tangentenbussole.

den Stellen größter Feldstärke (Wand des Hohlraumes) bewegt wird. — Oder man bringt zwei dünne Weicheisenplättchen EE′, ein drehbares und ein festes, im Hohlraum des Multiplikators M an, welche durch den Strom gleichsinnig magnetisch werden und sich abstoßen (Abb. 303). Die Ruhelage des Zeigers ist im ersten Falle durch dessen Gewicht, im zweiten Falle durch eine feine Spiralfeder bestimmt. — Oder endlich wird ein an einer Spiralfeder befestigter Weicheisenzylinder E in den Hohlraum des Multiplikators M hineingezogen (Federamperemeter, Abb. 304).

§ 285. **Tangentenbussole.** Die früher zur Stromstärkemessung fast ausschließlich verwendete **Tangentenbussole** (Pouillet 1837) besteht aus einem lotrechten, genau kreisförmigen Drahtreifen, welcher an einer Stelle aufgeschnitten und mit Klemmschrauben versehen ist. In der Mitte des Reifens ist über einer wagrechten Kreisteilung eine sehr kleine Deklinationsnadel mit langem Zeiger angebracht (Abb. 305). Wird die Ebene des Drahtreifens in den magnetischen Meridian eingestellt, so lenkt ein Strom von der Stärke J Ampere die Magnetnadel um einen Winkel α ab, welcher mit der Stromstärke durch die Beziehung

$J = C \cdot \text{tang}\,\alpha$ verknüpft ist. — Ist nämlich r der Radius des Drahtreifens, so ergibt sich die zur Ebene des Drahtreifens senkrechte Kraft S des Stromes auf den Magnetpol m zu $S = m \cdot \frac{2\pi J}{10r}$. Die Horizontalintensität des Erdmagnetismus H wirkt auf denselben Pol m mit der Kraft mH (§ 215). Für die Einstellung der Magnetnadel gilt dann

$$\text{tang}\,\alpha = \frac{m \cdot \frac{2\pi J}{10r}}{mH} \quad \text{oder} \quad J = \frac{10rH}{2\pi} \cdot \text{tang}\,\alpha = C \cdot \text{tang}\,\alpha.$$

— Der Faktor C wird der Reduktionsfaktor der Tangentenbussole genannt. Er kann auf Grund der Formel nach Ausmessung von r und Bestimmung von H (§ 215) gefunden werden. Man ermittelt ihn aber meistens durch ein in den Stromkreis der Tangentenbussole eingeschaltetes Voltameter (Abb. 294), welches die dem Ablenkungswinkel α entsprechende Stromstärke in **Ampere** ergibt.

Übungen. a) Vergleiche mehrere mit einem Amperemeter gemessene Stromstärken mit den Ablenkungswinkeln einer Kompaßnadel, um welche isolierter Draht in einigen Windungen herumgelegt ist! — b) Stelle die Multiplikatorwicklungen unter verschiedenen Winkeln zur Kompaßnadel und vergleiche die Ablenkungen mit der von einem Amperemeter angegebenen Stromstärke! — c) Schalte in einen Stromkreis eine elektrolytische Zersetzungszelle und ein Amperemeter und beobachte, ob die Stromstärke gleich bleibt! — d) Untersuche die Angaben eines Amperemeters mit denjenigen eines Knallgasvoltameters für verschiedene Stromstärken! — e) Bestimme den Reduktionsfaktor einer Tangentenbussole mit Hilfe eines Amperemeters!

Aufgaben. 418. Ein Galvanoskop zeigt eine Ablenkung des Nordpoles seiner Magnetnadel nach Osten. Wie fließt der Strom im Multiplikator für einen auf der Ostseite des Galvanoskops stehenden Beobachter? [§ 276, 282.]

419. Ergibt die Anwendung eines Multiplikators mit n Windungen eine n-mal so große Ablenkung der Magnetnadel wie die Anwendung einer einzigen Windung? Wie verhält es sich bei der Tangentenbussole? [§ 282, 285.]

420 Welcher Unterschied besteht zwischen der Strommessung mit einem Galvanometer und einem Amperemeter sowie zwischen der Strommessung mit diesen Instrumenten und mit einem Voltameter? [§ 270, 271, 283, 284.]

421. Ein in den Stromkreis einer Tangentenbussole eingeschaltetes Kupfervoltameter liefert in 20 min 30 sec einen Niederschlag von 1 g 210,32 mg Kupfer, während die Tangentenbussole eine mittlere Ablenkung von 45° zeigte. Welchen Wert hat der Reduktionsfaktor der Tangentenbussole (tg 45° = 1)? Wie ließe sich dieser noch ermitteln? [$C = 3$; § 284.]

422. Welche Stromstärke herrscht in einem Stromkreis, wenn eine eingeschaltete Tangentenbussole mit einfachem Drahtreifen vom Radius $r = 20{,}419$ cm bei einem Reduktionsfaktor 6,5 eine Ablenkung von 35° ergibt (tg 35° = 0,7)? Wie groß ist die Horizontalintensität des Erdmagnetismus? [4,55 A; 0,2 Gauß.]

423. Zur Ermittelung des Reduktionsfaktors einer Tangentenbussole hat man in deren Stromkreis ein Amperemeter eingeschaltet, welches 3 A anzeigt. Die Ablenkung der Bussole ergibt $\alpha_1 = 31°$ (tg 31° = 0,6). Welche Stromstärke entspricht einer Ablenkung $\alpha_2 = 42°$ (tg 42° = 0,9)? [$C = 5$; $J = 4{,}5$ A.]

424. Welcher Art sind die Kräfte, welche auf die beiden Pole einer Magnetnadel bei einem stromdurchflossenen Galvanoskop einwirken? [§ 282, 283, 212, 215, 52.]

425. [R. G. 1908.] Das Verhalten einer horizontal frei um ihren Unterstützungspunkt beweglichen Magnetnadel gegenüber einem in ihrer Nähe fließenden geradlinigen elektrischen Strome soll durch Beschreibung und Zeichnung erläutert werden. Dabei sind zu berücksichtigen: verschiedene Stromstärken und verschiedene Hauptlagen der Stromrichtung; die Kraftlinien der Magnetnadel und des Stromes; das Prinzip des Multiplikators; die Grundidee der Messung von Stromstärken durch diese Erscheinungen sowie die praktischen Anwendungen. [§ 276—278, 282, 285.]

§ 286. **Elektromagnet. Elektromagnetismus.** „Bringt man in den Hohlraum eines Solenoids (§ 278) einen geraden Eisenstab, oder schiebt man auf jeden Schenkel eines hufeisenförmig gebogenen Eisenstabes eine Stromspule (Abb. 306), so heißt eine derartige Anordnung ein **Elektromagnet**.“ Denn das Magnetfeld des Solenoids erzeugt im Eisenkern so lange kräftigen Magnetismus (**Elektromagnetismus**), als ein Strom durch die Drahtwindungen der Stromspule hindurchgesendet wird. Bei Unterbrechung des Stromes verschwindet der Magnetismus vollständig wieder, wenn der Elektromagnetkern aus gut ausgeglühtem, weichem Schmiedeeisen besteht. Der Magnetismus des Eisenkerns nimmt mit wachsender Stromstärke bis zur magnetischen Sättigung zu und bleibt von da an, auch bei noch so großer Steigerung der Stromstärke, konstant. Auf Grund des Kraftlinienverlaufs bei einem Solenoid (§ 278) ergibt sich: *Diejenige Endfläche des Elektromagnetkerns wird Südpol, welche einem Beschauer vom Strom im Sinne des Uhrzeigers umflossen erscheint, das andere Ende, um welches der Strom entgegen der Uhrzeigerdrehung läuft, wird dagegen nordmagnetisch.*

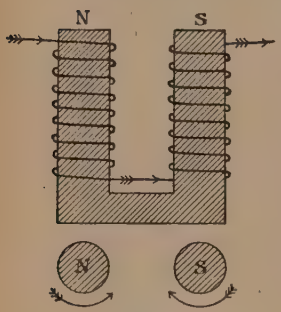


Abb. 306.
Elektromagnet.

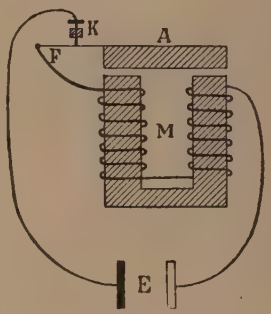


Abb. 307.
Wagnerscher Hammer.

Die Tragkraft T eines Elektromagneten läßt sich aus der magnetischen Induktion $\mathfrak{B}$ (§ 278) zu $T = \frac{\mathfrak{B}^2}{8\pi}$ (Dyn für 1 qcm) berechnen. — Starke Elektromagnete werden zurzeit in großen Eisenwerken als sog. Kranmagnete zum Heben und Fortbewegen großer Eisenkörper viel verwendet.

§ 287. **Anwendungen des Elektromagnetismus.** Von den überaus zahlreichen Anwendungen des Elektromagnetismus seien hervorgehoben:

a) Der **selbsttätige** (automatische) **elektromagnetische Stromunterbrecher** (Wagnerscher oder Neefscher Hammer, Abb. 307.) Er besteht aus einem Elektromagneten M, dem gegenüber ein Anker A aus weichem Eisen durch eine elastische Metallfeder F gehalten wird. Ein metallener Kontaktstift K kann bis an diese Feder herangeschraubt

werden. Bei hergestelltem Kontakt macht der über den Kontaktstift durch die Feder und die Elektromagnetwickelung fließende Strom des Elementes E den Elektromagnet magnetisch. Der Anker wird daher angezogen, dadurch aber Stromunterbrechung am Kontaktstift und Aufhören des Magnetismus bewirkt. Nachdem der Anker durch die Elastizität der Feder in seine alte Lage zurückgeführt ist, wiederholt sich derselbe Vorgang. Der Anker geht dann in rascher Bewegung so lange hin und her, bis der Stromlauf an irgend einer Stelle dauernd unterbrochen wird.

b) Das **elektromagnetische Läutewerk** (Abb. 308 L) ist ein selbsttätiger elektromagnetischer Stromunterbrecher, der mit einem am Anker befestigten Klöppel und einer Glocke versehen ist. Den Stromlauf einer Läuteeinrichtung, bei welcher von verschiedenen Orten aus mit Hilfe von Stromschlüsseln, sog. Läutetasten T_1, T_2, Glockenzeichen gegeben werden können, zeigt Abb. 308.

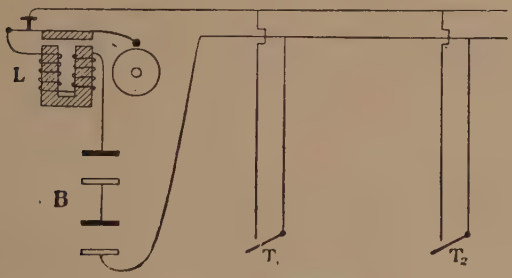


Abb. 308. Läuteeinrichtung.

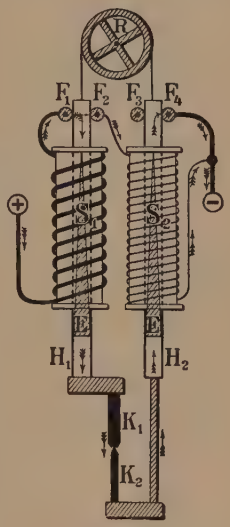


Abb. 309. Schuckertsche Differentiallampe.

c) Bei den **selbstregulierenden Bogenlampen** (§ 302) werden die zunächst sich berührenden Kohlenstäbe nach erfolgtem Stromschluß durch Elektromagnete oder Solenoide voneinander entfernt und, nachdem so der Flammenbogen hergestellt ist, in richtigem Abstande erhalten.

Bei der **Schuckertschen Differentiallampe**[1]) z. B. (Abb. 309) sind die beiden röhrenförmigen Kohlenhalter H_1 H_2 durch eine über die Rolle R laufende Schnur miteinander verbunden und durch die Stromzuleitungsrollen F_1 F_2 und F_3 F_4 in der Höhlung zweier Solenoide S_1, S_2 leicht beweglich geführt. Infolge des größeren Gewichtes des oberen Kohlenhalters H_1 berühren sich die Kohlenstäbe K_1 K_2 in stromlosem Zustande. Bei Einleiten des Stromes ziehen die Solenoide S_1 S_2 die kegelförmigen Eisenkerne EE der Kohlenhalter nach einwärts. Dabei wirkt aber das vom Hauptstrom durchflossene dickdrähtige Solenoid S_1 stärker als die von

1) Die Differentiallampe wurde 1879 von v. Hefner-Alteneck, Chefkonstrukteur der elektrotechnischen Firma Siemens u. Halske in Berlin erfunden und damit die Aufgabe gelöst, Bogenlampen unabhängig voneinander in Reihenschaltung zu verwenden.

einem schwächeren Zweigstrome gespeiste dünndrähtige Stromspule S_2. Die beiden Kohlen werden dadurch voneinander entfernt, so daß sich der Lichtbogen zwischen denselben ausbildet. Bei zu groß werdendem Flammenbogen wächst der durch das Solenoid S_2 gehende Stromanteil und damit die magnetische Wirkung von S_2, so daß die Kohlen wieder mehr genähert werden. Die Entfernung der Kohlen wird somit durch die Differenzwirkung der beiden Solenoide geregelt (daher Differentiallampe).

d) Der **Morsesche Schreibtelegraph**[1]) (1837) [griech. tēle = in die Ferne, grápho = schreibe] vermittelt durch besondere Schriftzeichen den Verkehr nach einem entfernten Orte mit Hilfe des elektrischen Stromes. Er besteht aus dem Elektromagneten M (Abb. 310) und dem Schreibhebel H. Letzterer trägt am einen Ende den Anker A, am anderen Ende den abgeflachten Schreibstift S. Der aus seiner Lage bewegte Schreibhebel wird durch die Abreißfeder F in seine Ruhelage zurückgeführt. Zur Aufnahme der Depesche dient ein Papierstreifen, welcher durch Führungsstifte in richtiger Lage gehalten und durch zwei rauhe Zugwalzen Z von einer Papierrolle P abgezogen wird. Die Zugwalzen werden durch ein Uhrwerk gedreht, welches man nach Belieben in und außer Gang setzen kann. Oberhalb des Schreibstiftes und Papierstreifens befindet sich das Farbrädchen R, welches von der mit Filz überzogenen Farbwalze W mit Farbe versehen wird. — Fließt ein Strom durch die Drahtwindungen des Elektromagneten, so wird der Anker angezogen, und der Schreibstift drückt den Papiersteifen so lange an das Farbrädchen, als der Strom fließt. Es entstehen somit auf dem Papierstreifen kurze oder lange Striche (Punkte und Striche), je nachdem der Strom kurze oder lange Zeit geschlossen bleibt. Das zur telegraphischen Verständigung dienende Morsealphabet ist aus Punkten und Strichen zusammengesetzt, z. B. a ·—, b —···, c —·—·, d —··, e · usw. Durch die Telegraphen-

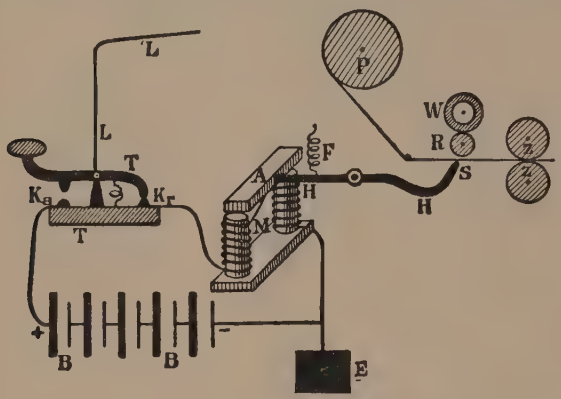


Abb. 310. Morsescher Schreibtelegraph.

1) Im Jahre 1833 stellten Gauß und Weber in Göttingen den ersten Telegraphen (Nadeltelegraphen) her, indem sie die Magnetnadel eines Galvanoskops durch Ströme von wechselnder Richtung nach der einen und anderen Seite ausschlagen ließen. Nadeltelegraphen benützt man auch heute noch bei der überseeischen Telegraphie. Der Amerikaner Morse (1791—1872) verwendete zuerst den Elektromagnet zur Zeichenübertragung und erfand das Telegraphenalphabet.

taste oder den Telegraphenschlüssel T, einen metallenen, mit zwei Kontakten K_r und K_a (Ruhe- und Arbeitskontakt) versehenen Doppelhebel, wird der Strom der Batterie B in die Leitung L gesendet. Die durch Abb. 310 veranschaulichte Anordnung der Stromleitungen einer Morsestation ist für beide Stationen die gleiche (Abb. 311).

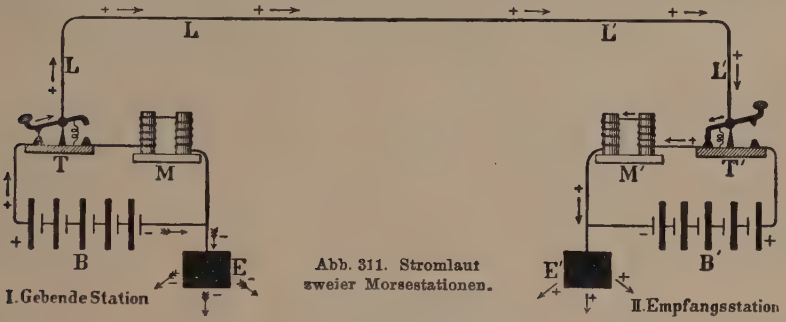


Abb. 311. Stromlauf zweier Morsestationen.

Beim Geben eines Zeichens durch Niederdrücken der Taste fließt die Elektrizität des positiven Batteriepoles von der gebenden Station I (Abb. 311) aus durch die isolierte Leitung LL′ über die Taste T′ und den Morseapparat M′ der Empfangsstation II und sodann bei E′ zur Erde. Die negative Ladung des anderen Batteriepoles der gebenden Station I strömt bei E direkt zur Erde ab. Durch die an beiden Stationen vorhandene Erdleitung E bzw. E′ wird also eine Rückleitung des Stromes mittels eines zweiten Drahtes erspart (Steinheil[1]) 1838).

Beim Telegraphieren auf weite Entfernungen wird das **Relais** (Wheatstone[2]) 1839, Abb. 312) benützt. Es besitzt einen Elektromagnet M und einen sehr leicht beweglichen Kontakthebel H mit eisernem Anker A, Abreißfeder F und Kontakt K. Der von der Leitung L kommende Strom, welcher wegen der großen Entfernung der gebenden Station zum sicheren Betrieb eines Schreibapparates zu schwach wäre, durchfließt die Drahtwindungen

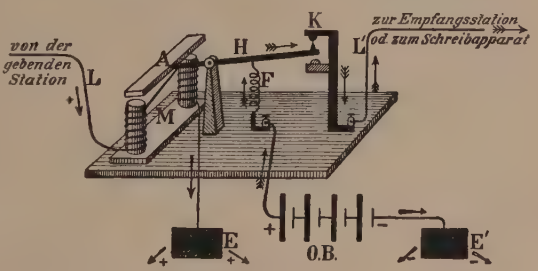


Abb. 312. Relais.

1) Steinheil (1801—1870) war Professor der Physik an der Universität München und Begründer der weltberühmten optischen Werkstätten daselbst.

2) Wheatstone (1802—1880) zuerst Musikinstrumentenmacher, dann Professor der Physik und zuletzt Privatmann in London, hat zahlreiche Untersuchungen und Apparatanordnungen auf dem Gebiete der Akustik und Elektrizität (§ 297) angegeben. Auch maß er 1834 die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Entladung Leidener Flaschen mit Hilfe eines rotierenden Spiegels.

des Elektromagneten M und geht dann bei E zur Erde. Der erregte Magnetismus reicht aus, den leichten Relaishebel H anzuziehen. Über den dadurch hergestellten Kontakt K sendet dann die Orts- oder Lokalbatterie O.B. entsprechend den ankommenden Morsezeichen einen kräftigen Strom (Abb. 312, gefiederte Pfeile) in die Leitung L'. Eine die Leitung L durchfließende Depesche wird also vom Relais unter Zuhilfenahme der Ortsbatterie selbsttätig weitergegeben und von einem an die Leitung L' angeschlossenen Schreibapparat in kräftigen Zeichen niedergeschrieben.

Aufgaben. 426. Wie magnetisiert man Stahlstäbe am kräftigsten? [§ 198, 278, 286.]

427. Welches Verhalten zeigt ein Ring-Elektromagnet, wenn dessen Eisenkern a) an einer Stelle, b) an zwei diametralen Stellen, c) gar nicht unterbrochen ist? [§ 278, 286.]

428. Wann wird ein Elektromagnet mit wenigen Windungslagen eines dicken, wann mit vielen Windungen eines dünnen Drahtes versehen? [§ 278, 286.]

429. Wie müssen mehrere automatische Stromunterbrecher oder elektromagnetische Läutewerke geschaltet werden, daß sie durch eine Batterie gleichzeitig in Tätigkeit gesetzt werden können? [§ 287a, 266.]

430. Warum ist bei jeder Morsestation ein Galvanoskop in die Leitung eingeschaltet, und wo muß dies geschehen, damit der ankommende und der abgehende Strom an demselben erkannt wird? [§ 283, 287d.]

431. Wie wird sich durch den Versuch zeigen lassen, daß eine Erdleitung sich wie eine metallische Leitung verhält? [§ 283, 287d.]

432. Warum wird bei einer oberirdischen Telegraphenleitung der Leitungsdraht mit Hilfe von Porzellanglocken am Gestänge befestigt? [§ 221, 222, 287d.]

433. Zeichne den Stromlauf für eine Morsestation, deren Schreibapparat durch ein Relais in Tätigkeit gesetzt wird! [§ 287d, e.]

434. Wie wird die Leitungsanlage für die elektrischen Klingeln in den verschiedenen Stockwerken eines Hauses eingerichtet sein? [§ 287b.]

435. [R. 1903.] Es ist ein elektrisches Läutwerk mit Element und Druckknopf in einer sauber ausgeführten Zeichnung, welche auch die Art der Verbindung dieser 3 Teile ersehen läßt, darzustellen und die Wirkungsweise des Läutwerks und des Druckknopfes eingehend zu erläutern. [§ 287, 286, 261.]

Übungen. a) Untersuche die Polarität einer Stromspule ohne und mit Eisenkern in Zusammenhang mit der Stromrichtung! — b) Man untersuche mittels eines kräftigen, fest aufgestellten Hufeisenmagneten oder Elektromagneten und eines in die Nähe gebrachten biegsamen Leiters (Leitungsschnur, Lamettafaden) den Zusammenhang der Bewegung des Leiters mit Feldrichtung und Stromrichtung! — c) Man beobachte das Verhalten des glühenden Kohlenfadens einer Glühlampe, welche nahe am Pol eines Elektromagneten steht, beim Schließen und Unterbrechen des Magnetisierungsstromes! — d) Löse die Aufgaben 429 und 431 durch den Versuch!

d) Beziehungen zwischen elektromotorischer Kraft, Stromstärke und Leitungswiderstand in einem Stromkreise.

§ 288. **Elektrischer Leitungswiderstand.** Ein in den Stromkreis eines konstanten Elementes eingeschaltetes Galvanoskop oder Amperemeter zeigt eine Abnahme der Stromstärke an,

1. wenn man die vom Strome durchflossene Drahtleitung beträchtlich verlängert oder

2. bei gleicher Länge und gleichem Stoff den Querschnitt des Drahtes verringert, endlich

3. wenn man anstatt eines Kupferdrahtes einen Neusilber- oder Eisendraht von gleicher Länge und gleichem Querschnitt verwendet. In ähnlicher Weise wirkt ein flüssiger Elektrizitätsleiter.

Es ergibt sich also: *Jeder Elektrizitätsleiter setzt dem Strome einen Leitungswiderstand entgegen, welcher der Länge des Leiters direkt, dem Querschnitt umgekehrt proportional ist und außerdem von dem Stoff des Leiters abhängt.*

Ist l die Länge, q der Querschnitt des Leiters und s eine vom Stoff abhängige Konstante, der sog. **spezifische Leitungswiderstand**, so gilt:

$$R = s \cdot \frac{l}{q}$$

$$\text{elektrischer Leitungswiderstand} = \text{spezif. Widerstand} \times \frac{\text{Länge}}{\text{Querschnitt}}.$$

Wird l in cm, q in qcm gemessen, so folgt: „Der **spezifische Leitungswiderstand** ist gleich demjenigen Widerstand, welchen ein Würfel von 1 cm Kantenlänge (Zentimeterwürfel) des betreffenden Stoffes dem Durchgange des Stromes entgegensetzt."

§ 289. **Widerstandseinheit: Ohm- und Siemens-Einheit.** Zur Messung von elektrischen Leitungswiderständen bedarf man einer Einheit. Man hat festgesetzt: „**Einheit des Leitungswiderstandes** ist derjenige Widerstand, welchen ein Quecksilberfaden von **106,3** cm Länge, **1** qmm Querschnitt und **0°** C Temperatur dem Durchgange des elektrischen Stromes bietet." Dieser Widerstand wird zu Ehren des Physikers gleichen Namens **1 Ohm** (Ω) genannt[1]).

Vor Festsetzung der elektrischen Maßeinheiten: **Volt, Ampere, Ω** usw. durch den internationalen Elektrikerkongreß 1884 war als Einheit für den Leistungswiderstand die Siemens-Einheit in Gebrauch. Diese entspricht dem Widerstande eines Quecksilberfadens von 100 cm Länge und 1 qmm Querschnitt bei 0° C. Es ist demgemäß $1\ \Omega = 1{,}063$ SE und $1\ \text{SE} = \frac{1}{1{,}063}\ \Omega = 0{,}9407\ \Omega$.

Zur Berechnung des Widerstandes eines Leiters in Ω nach der Formel $R = s \cdot \frac{l}{q}$ dient nachstehende Tabelle der spezifischen Leitungswiderstände.

---

1) Ohm (1787—1854), zuletzt Professor an der Universität München, ist der Entdecker des nach ihm benannten Gesetzes, welches die Grundlage für alle Anwendungen des elektrischen Stromes bildet (§ 291).

Spezifischer Leitungswiderstand fester und flüssiger Körper von 1 cm Länge und 1 qcm Querschnitt in Ω bei 0° C, für feste, bei 18° C für flüssige Körper.

Aluminium	$2{,}93 \cdot 10^{-6}$	Zink	$5{,}88 \cdot 10^{-6}$
Blei	$19{,}55 \cdot 10^{-6}$	Retortenkohle	$6923 \cdot 10^{-6}$
Eisen	$11{,}07 \cdot 10^{-6}$	Beleuchtungskohle	$4758 \cdot 10^{-6}$
Gold	$2{,}09 \cdot 10^{-6}$	Schwefelsäure 5%	4,822
Kupfer	$1{,}93 \cdot 10^{-6}$	„ 10%	2,568
Manganin (84 Cu, 12 Mn, 4 Ni)	$42 \cdot 10^{-6}$	„ 20%	1,541
Messing	$6{,}88 \cdot 10^{-6}$	„ bestleitende 30%	1,361
Neusilber (54 Cu, 18 Ni, 28 Zn)	$23{,}54 \cdot 10^{-6}$	Salpetersäure konz.	6,605
Nickelin (54 Cu, 26 Ni, 20 Zn)	$38{,}8 \cdot 10^{-6}$	„ bestleitende 31%	1,285
Platin	$13{,}47 \cdot 10^{-6}$	Kupfervitriollösung 5%	53,18
Quecksilber	$94{,}07 \cdot 10^{-6}$	„ 10%	31,37
Rheotan / Konstantan } (50 Cu, 50 Ni)	$50 \cdot 10^{-6}$	„ konz. 15%	23,83
Silber	$1{,}55 \cdot 10^{-6}$	reinstes Wasser	$3\text{—}14 \cdot 10^{9}$.

Anm. Will man, wie es zuweilen geschieht, die spez. Leitungswiderstände auf 1 m Länge und 1 qmm Querschnitt bezogen haben, so sind die Zahlen der Tabelle mit 10^4 zu multiplizieren.

Mit Erhöhung der Temperatur nimmt der Widerstand aller Metalle zu (am wenigsten derjenige der Legierungen Nickelin, Manganin, Rheotan, Konstantan), dagegen derjenige der Kohle und der Elektrolyten ab.

Das Selen zeigt die Eigentümlichkeit, durch Belichtung seinen Leitungswiderstand beträchtlich zu verringern.

§ 290. **Rheostat.** Drähte aus Neusilber, Nickelin, Manganin usw., welche auf Spulen oder zu Spiralen aufgewickelt sind und je einem bestimmten Vielfachen des Ω entsprechen, pflegt man zu **Widerstandssätzen** oder **Rheostaten** (griech. rhéō = ströme, statós = eingestellt, Rheostat = Stromeinsteller) zu vereinigen. Diese dienen meistens zur Regelung der Stromstärke.

Die technischen oder **Kurbelrheostaten** (Abb. 313) enthalten in einem Rahmen spiralig gewundene Drähte von bestimmtem Ohmwert in solcher Anordnung, daß sie durch Drehen einer Kurbel der Reihe nach in die Stromleitung eingeschaltet werden können.

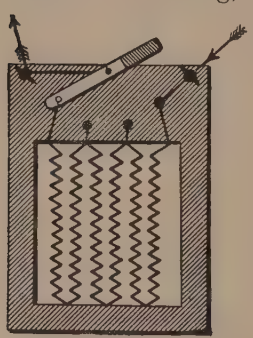


Abb. 313. Kurbelrheostat.

Bei den zu feinen Messungen verwendeten **Stöpselrheostaten** (Abb. 314) sind in einem Kasten eine größere Anzahl von genau abgeglichenen Drahtwiderständen enthalten. Die Enden eines jeden Widerstandes von bestimmtem Ohmwert (1, 2, 2, 5, 10, 20, 20, 50 . . Ω) sind mit zwei dicken, isolierten Metallklötzen verlötet; zwischen letztere wird ein dicker Metallstöpsel eingesetzt. Nach Herausziehen des Stöpsels muß der Strom, um

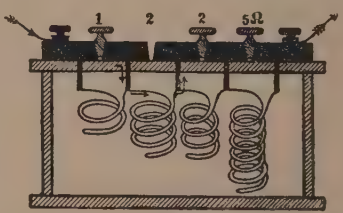


Abb 314. Stöpselrheostat.

von einem Metallklotz zum anderen zu gelangen, den zwischenliegenden Drahtwiderstand durchlaufen. Durch Einsetzen des Stöpsels wird dieser Draht wieder aus der Stromleitung ausgeschaltet, da der Strom nahezu ganz durch den gutleitenden Stöpsel geht. — Die Spulen der Stöpselrheostaten haben meist bifilare Wickelung, d. h. die beiden Hälften der ganzen Drahtlänge sind unmittelbar nebeneinander auf die Spule aufgewunden (Abb. 314 und § 312).

Aufgaben. 436. Welchen Widerstand hat eine aus Eisendraht von 3 mm Durchmesser (7,07 qmm) hergestellte Telegraphenleitung von 10 km Länge? [156,5 Ω.]

437. Welche Länge in m besitzt ein Draht aus Neusilber, Nickelin, Manganin oder Rheotan von 1 mm Durchmesser (0,785 qmm Querschnitt), welcher einen Widerstand von 1 Ω hat? [3,334 m; 2,023 m; 1,869 m; 1,57 m.]

438. Wieviel kg Kupfer ($\sigma = 8{,}8$) braucht man zu einer 500 m langen Leitung, welche einen Widerstand von 10 Ω haben soll? [4,246 kg.]

439. Welchen Widerstand hat ein mit 5%iger Schwefelsäure gefülltes Knallgasvoltameter, bei welchem die Elektroden bei einer Fläche von 20 qcm einen Abstand von 1,5 cm haben? [0,3616 Ω.]

440. Welchen Widerstand hat ein Daniell-Element, bei welchem die 10%ige Schwefelsäurefüllung eine Schichtdicke von 1,5 cm, die konz. Kupfervitriollösung eine solche von 2 cm hat und die wirksame Poloberfläche 2 qdm beträgt? [0,2575 Ω.]

441. Welche Länge muß man einem Nickelindraht von 0,5 qmm Querschnitt geben, um damit einen Widerstand von 200 SE auf genau 200 Ω zu ergänzen? [15,283 m].

§ 291. **Gesetze von Ohm und Kirchhoff, Stromkreise.** Die **elektromotorische Kraft** der Stromquelle, die **Stromstärke** und der **Leitungswiderstand** sind in jedem Stromkreise durch Gesetze miteinander verknüpft, welche von **Ohm** und **Kirchhoff**[1]) aufgestellt und nach ihnen benannt sind. Bei Anwendung dieser Gesetze hat man zwei Arten von Stromkreisen zu unterscheiden:

a) den **einfachen Stromkreis**, in welchem der elektrische Strom von der Stromquelle aus nur einen einzigen Weg durchläuft,

b) den **verzweigten Stromkreis**, bei welchem der Strom an einer oder an mehreren Stellen (Verzweigungspunkten) sich teilt, also gleichzeitig mehrere Wege zu durchlaufen hat, und nach deren Vereinigung wieder zur Stromquelle zurückkehrt.

§ 292. **Ohmsches Gesetz.** Das **Ohmsche Gesetz** findet ausschließlich beim **einfachen Stromkreis** und für **einzelne Leitungsstrecken** Anwendung. Es lautet: *Die Stromstärke* (J) *ist proportional der elektromotorischen Kraft* (E) *der Stromquelle und umgekehrt proportional dem Gesamtwiderstand* (R) *der Stromleitung.* Letzterer besteht aus dem **inneren** oder **wesentlichen Widerstand** R_i der Stromquelle und dem **äußeren Widerstand** R_a des Schließungsdrahtes samt den eingeschalteten Appa-

1) Von Kirchhoff (1824—1887), zuletzt Professor der mathematischen Physik in Berlin, rühren auch wichtige, zum Teil im Verein mit dem Chemiker Bunsen ausgeführte optische Untersuchungen her (§ 399).

raten. Man hat also $J = \frac{E}{R} = \frac{E}{R_i + R_a}$ und unter Berücksichtigung der für E, J und R geltenden Maßeinheiten J Ampere $= \frac{E \text{ Volt}}{(R_i + R_a) \text{ Ohm}}$.

Der wesentliche Widerstand der galvanischen Elemente ist notwendig mit der Größe der Polplatten und der Konzentration der Flüssigkeiten veränderlich; er beträgt für das Daniell-Element gewöhnlich 1—3, für das Bunsen-Element 0,1—0,3, für das Leclanché-Element 0,5—1,5 Ω.

Die gegenseitige Abhängigkeit von E, J und R läßt sich ohne weiteres zeigen, wenn man in den Stromkreis einer Batterie B (Abb. 315) ein Galvanometer oder Amperemeter G und einen Rheostaten R zur Änderung des Gesamtleitungswiderstandes einschaltet.

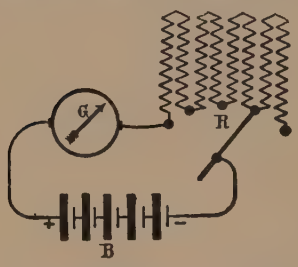


Abb. 315. Schaltung zum Nachweis des Ohmschen Gesetzes.

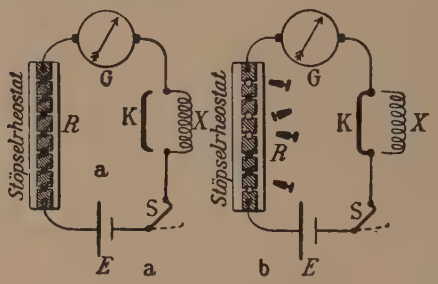


Abb. 316 Substitutionsmethode.

1. Beispiel. **Bestimmung eines Leitungswiderstandes nach der Substitutionsmethode.** Ist der Leitungswiderstand eines Drahtes, des Kohlenfadens oder Glühdrahtes einer Glühlampe, überhaupt eines festen Elektrizitätsleiters zu bestimmen, so bildet man aus einem konstanten galvanischen Element E, einem Galvanometer oder empfindlichen Amperemeter G, einem Stöpselrheostaten R, einem Stromschlüssel S und dem gesuchten Widerstand X einen Stromkreis und ermittelt die Einstellung des strommessenden Instruments, wenn zunächst kein Rheostatenwiderstand gezogen ist (Abb. 316a). Sodann ersetzt man den Widerstand X durch einen kurzen dicken Kupferdraht K und schaltet durch Ziehen von Stöpseln aus dem Rheostaten so lange Widerstand ein (Abb. 316b), bis die Stromstärke wieder die frühere geworden ist. Ist dann der gesamte Rheostatenwiderstand R, der ganze übrige Widerstand des Stromkreises r, so hat man nach dem Ohmschen Gesetz $J = \frac{E}{r + X} = \frac{E}{r + R}$, also $X = R$, d. h. der gesuchte Widerstand ist gleich dem Rheostatenwiderstand. Das Verfahren ist besonders zur Ermittelung größerer Widerstände brauchbar.

2. Beispiel. Das Ohmsche Gesetz ermöglicht nachzuweisen, daß zur Erzielung größter Stromstärke bei einer galvanischen Batterie

Hintereinanderschaltung (Abb. 317) bei **sehr großem**
Parallelschaltung (Abb. 318) „ **sehr kleinem**
Gruppenschaltung (Abb. 319) „ **mittlerem**
} **äußerem Widerstand**

am vorteilhaftesten ist (§ 266).

1. Man hat nämlich für 1 Element die Stromstärke $J = \frac{E}{R_i + R_a}$, für Serienschaltung (Abb. 317) von n Elementen zunächst $J' = \frac{nE}{n \cdot R_i + R_a}$. Ist R_a sehr

groß gegen R_i, so hat man nahezu $J = \frac{E}{R_a}$ und $J' = \frac{n \cdot E}{R_a} = n \cdot J$. Man erhält also durch Hintereinanderschaltung von n Elementen fast die n-fache Stromstärke wie bei Anwendung von nur einem Element.

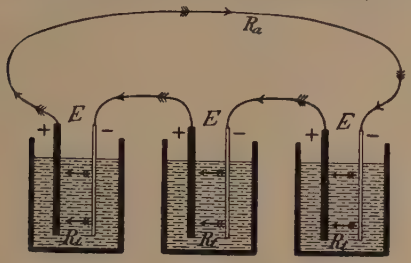


Abb. 317. Hintereinanderschaltung.

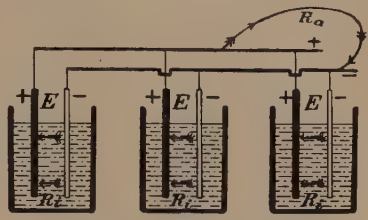


Abb. 318. Parallelschaltung.

2. Bei Parallelschaltung (Abb. 318) ergibt sich zunächst $J'' = \frac{E}{\frac{R_i}{n} + R_a}$.

Ist dann R_a sehr klein gegenüber R_i, so erhält man wieder angenähert für 1 Element $J = \frac{E}{R_i}$ und für n parallel geschaltete Elemente

$$J'' = \frac{E}{\frac{R_i}{n}} = \frac{nE}{R_i} = nJ,$$

also wieder nahezu die n-fache Stromstärke.

3. Bei Gruppenschaltung (Abb. 319) von $n = p \cdot q$ Elementen, wobei p Gruppen von je q parallel geschalteten Elementen in Serie verbunden sein sollen, ist die

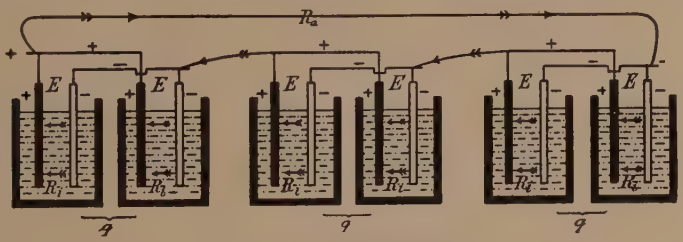


Abb. 319. Gruppenschaltung.

Stromstärke $J''' = \frac{p \cdot E}{R_a + p \cdot \frac{R_i}{q}}$. Soll nun J''' ein Maximum werden, so ist ein solches auch vorhanden für $(J''')^2 = \frac{p^2 \cdot E^2}{\left(R_a + p \cdot \frac{R_i}{q}\right)^2} = \frac{p^2 \cdot E^2}{\left(R_a - \frac{p}{q} R_i\right)^2 + 4 \frac{p}{q} R_a \cdot R_i}$.

Demnach wird $(J''')^2$ ein Maximum, wenn $\left(R_a - \frac{p}{q} R_i\right)^2 = 0$, also $R_a = \frac{p}{q} \cdot R_i$ ist. Diejenige Gruppenschaltung ist somit die günstigste, für welche der äußere Widerstand gleich (oder wenigstens nahezu gleich) dem inneren Widerstand der Batterie ist.

§ 293. **Klemmenspannung.** Aus $J = \frac{E}{R_i + R_a}$ folgt $E = J \cdot R_i + J \cdot R_a = E_i + E_a$. Der Anteil $E_i = J \cdot R_i$ der elektromotorischen Kraft wird

für den Stromdurchgang durch die Flüssigkeit benötigt, während die mit $E_a = J \cdot R_a$ bezeichnete elektromotorische Kraft für die äußere Leitung verfügbar ist und **Klemmenspannung** genannt wird. Da $E_a = J \cdot R_a = \frac{R_a}{R_i + R_a} \cdot E$ ist, so ist die bei geschlossenem Element für den Schließungsdraht verfügbare Klemmenspannung stets kleiner als die elektromotorische Kraft E des Elementes im offenen Zustande (Messung mit Quadrantelektrometer, § 257).

§ 294. **Messung von Spannungsdifferenzen. Voltmeter.** Im Stromkreise eines geschlossenen Elementes nimmt die Spannung von einem positiven Wert am Kupfer- oder Kohlenpol längs des Schließungsdrahtes ab bis zu einem negativen Wert am Zinkpol. Es besteht also zwischen den Enden irgendeines Leiterstückes vom Widerstand r eine Spannungsdifferenz $V_1 - V_2$ (Abb. 320). Man kann sich daher den Strom J in dem Leiterstück auch durch diese verursacht denken. Man hat dann

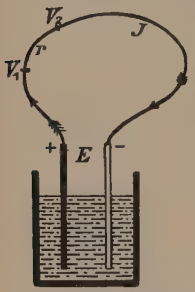


Abb. 320. Spannungsabfall längs des Schließungsdrahtes.

$$J = \frac{V_1 - V_2}{r} \quad \text{oder} \quad V_2 - V_1 = J \cdot r, \text{ d. h.}$$

Die an den Enden irgend eines Leiterstückes vorhandene Spannungsdifferenz (in Volt gemessen) *ergibt sich durch Multiplikation der Stromstärke* (in Ampere) *mit dem Widerstande des Leiterstückes* (in Ω).

Hiervon wird bei den Instrumenten zur Messung von Spannungsdifferenzen, den **Spannungsmessern** oder **Voltmetern**, Gebrauch gemacht. Diese stimmen im Aufbau mit den Amperemetern überein, haben jedoch zum Unterschied von diesen einen Multiplikator von hohem Widerstande. An den Strichen der Einteilung ist nicht die Stromstärke in **Ampere**, sondern die mit dem Widerstand des Instrumentes (in Ω) multiplizierte Stromstärke als **Volt** angeschrieben.

Aufgaben. 442. Welche Stromstärke liefert eine Batterie von 6 Bunsen-Elementen (R_i je 0,25 Ω) in einer Leitung von 20 Ω Widerstand, a) wenn die Elemente in Reihe, b) parallel, c) in Gruppen so geschaltet sind, daß je 2 bzw. je 3 Elemente parallel, die Gruppen aber in Serie verbunden sind? [0,53; 0,094; 0,28; 0,18 A.]

443. Eine Batterie von 20 Leclanché-Elementen ($E = 1{,}4$ V, $R_i = 1{,}2$ Ω) soll in einem äußeren Widerstande von 6 Ω größte Stromstärke liefern. Wie ist zu schalten, und wie groß ist die Stromstärke? [Je 2 ||; 1,167 A.]

444. Welche Stromstärke und welche Klemmenspannung liefern 3 in Serie geschaltete Daniell-Elemente von 1,08 V und 2 Ω bei einem äußeren Widerstand von 26,4 Ω? [0,1 A; 2,64 V.]

445. An die Pole eines Bunsen-Elementes von 1,90 V und 0,25 Ω ist eine äußere Leitung angelegt, die aus je 10 m Neusilber-, Eisen- und Kupferdraht von je 1 qmm Querschnitt besteht. Wie groß ist Stromstärke, Klemmenspannung und Spannungsdifferenz an den Enden eines jeden der 3 Drähte? [0,487 A; 1,779 V; 1,146; 0,539; 0,094 V.]

446. Eine Batterie von 4 in Reihe geschalteten Leclanché-Elementen ($E = 1{,}4$ V, $R_i = 1{,}5$ Ω) gibt an einem in den Stromkreis eingeschalteten Amperemeter eine

Stromstärke von 0,5 A. Wie groß ist der äußere Widerstand, und wie muß man diesen ändern, damit a) bei Parallelschaltung, b) bei Gruppenschaltung von 2×2 Elementen die Stromstärke gleich bleibt oder halb so groß wird? [5,2 Ω; a) 2,425 Ω; 5,225 Ω; b) 4,1 Ω; 9,7 Ω.]

447. Wie muß bei der Substitutionsmethode Strommesser und Stromquelle beschaffen sein? Für welche Widerstände wird sich das Verfahren besonders eignen? [§ 265, 283, 292.]

448. In einem mit Stromstärkemeßinstrument und Rheostat versehenen Stromkreis kann durch 2 mit verändertem Widerstand ausgeführte Stromstärkemessungen innerer Widerstand und elektromotorische Kraft der Batterie bestimmt werden (Methode von Ohm). Es sind die Gleichungen hierfür aufzustellen, wenn a) eine Tangentenbussole, b) ein Amperemeter zur Messung der Stromstärke benützt wird. [§ 292, 285, 284.]

449. Ein Amperemeter von 100 Ω Widerstand zeigt 0,05 A an. Welche Spannungsdifferenz herrscht zwischen den Klemmen des Amperemeters und welche Spannungen lassen sich damit messen, wenn die Einteilung des Instrumentes von 0,01 bis 1 A reicht? Wie läßt sich der Meßbereich auf das Doppelte vergrößern? [5 V; 1—100 V; § 294.]

450. [R. G. 1904.] 1. Tangentenbussole: Beschreibung; physikalische Erläuterung; Zweck; einfachste Formel; physikalische Bedeutung des Apparates; wovon hängt seine Konstante ab? 2. Kurze Beschreibung eines technischen Amperemeters und Voltmeters; physikalische Erläuterung; Zweck der Instrumente; worin unterscheiden sie sich voneinander? wie müssen sie in den Stromkreis eingeschaltet werden? [§ 282—285; 294, 296.]

451. [R. 1905.] Welches ist der Wortlaut und der mathematische Ausdruck für das Ohmsche Gesetz? Nach welchen Einheiten werden die in diesem Gesetze auftretenden drei Größen gemessen? Was ist unter jeder dieser Einheiten zu verstehen? [§ 292, 270, 248, 289.]

Übungen. a) Führe eine Widerstandsbestimmung nach der Substitutionsmethode aus und löse Aufgabe 448 durch den Versuch! — b) Untersuche unter Einschaltung eines Amperemeters in den Stromkreis die Abhängigkeit der Stromstärke vom äußeren Widerstand nach § 288! — c) Bestimme die Klemmenspannung verschiedener Elemente mit einem Voltmeter und vergleiche dieselben mit den Klemmenspannungen von Batterien von 2—3 Elementen in Serien- und Parallelschaltung! — d) Man versuche durch Spannungsmessungen an den Enden eines bekannten Widerstandes Stromstärken, mit Amperemeter und Voltmeter einen unbekannten Widerstand zu messen! — e) Bestimme die Klemmenspannung eines Elementes mit einem Voltmeter und verbinde bei angeschaltetem Voltmeter die Pole des Elements noch durch einen Widerstand von 10 Ω! Wie läßt sich das Ergebnis zur Bestimmung des inneren Widerstandes des Elements verwerten? — f) Bestimme die Spannungsdifferenzen an den Enden einer Reihe von hintereinander geschalteten Drähten von gleicher Länge und gleichem Querschnitt, aber verschiedenem Material, oder an den Enden von Drähten gleicher Länge und gleichen Materials, aber verschiedenen Querschnitts!

§ 295. Kirchhoffsche Gesetze.

Die **Kirchhoffschen Gesetze** sind eine Verallgemeinerung des Ohmschen Gesetzes und finden **nur für verzweigte Stromkreise** Anwendung; diese lauten:

Abb. 321. Verzweigungspunkt.

I. *Die Summe der Stromstärken aller zu irgend einem Verzweigungspunkte hinfließenden Ströme ist gleich der Summe der Stromstärken aller wegfließenden Ströme,* z. B. $i_1 + i_2 = i' + i'' + i'''$ (Abb. 321).

II. *In jedem aus dem verzweigten Stromkreise beliebig ausgewählten, vollständig geschlossenen, einfachen Stromkreis ist die Summe aller darin vorhandenen elektromotorischen Kräfte gleich der Summe der Produkte aus den Stromstärken und Widerständen der einzelnen Leiterstücke.*

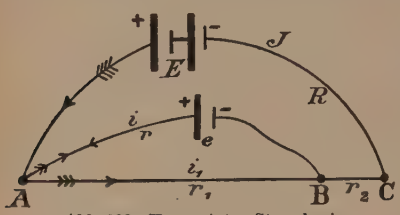


Abb. 322. Verzweigter Stromkreis.

Dabei muß der ausgewählte Stromkreis in einem bestimmten Sinne durchlaufen und dementsprechend das Vorzeichen der elektromotorischen Kräfte und Stromstärken gewählt werden. Z. B. ergibt sich für den einfachen Stromkreis $EAeBCE$ in Abb. 322: $E - e = J(R + r_2) \pm ir$. — Enthält der ausgewählte Stromkreis keine Elektrizitätsquellen, so ist in diesem die algebraische Summe der elektromotorischen Kräfte gleich **Null**.

§ 296. **Nebenschluß.** Als Anwendung der Kirchhoffschen Sätze ergibt sich in dem verzweigten Stromkreis (Abb. 323) nach Satz I für den Verzweigungspunkt A: $J = i + i_0$. Nach Satz II ist für den vollständig geschlossenen, einfachen Stromkreis AGBA: $0 = i \cdot r - i_0 \cdot r_0$, also $i \cdot r = i_0 \cdot r_0$ oder $i_0 : i = r : r_0$, d. h.: *Die Stromstärken in den Zweigen verhalten sich umgekehrt wie die Leitungswiderstände.* Wegen $i_0 = \frac{r}{r_0} \cdot i$ erhält man

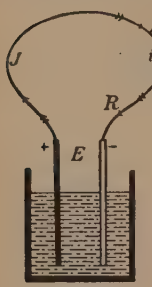


Abb. 323. Nebenschluß

$$J = i + i_0 = i + \frac{r}{r_0} \cdot i = \frac{r_0 + r}{r_0} \cdot i \text{ oder } J = \frac{r_0 + r}{r_0} \cdot i.$$

Enthält der Zweig AGB ein Galvanometer (Amperemeter) G, so läßt sich also die Stromstärke J im unverzweigten Teile des Stromkreises durch die Stromstärke i im Galvanometerzweig messen, wenn r_0 und r bekannt sind. Durch Anlegen eines **Nebenschlusses** AB (Shunt) lassen sich daher auch mit sehr empfindlichen Galvanometern Ströme von bedeutender Stärke messen, wenn nur das Verhältnis $\frac{r_0 + r}{r_0}$ genügend groß ist.

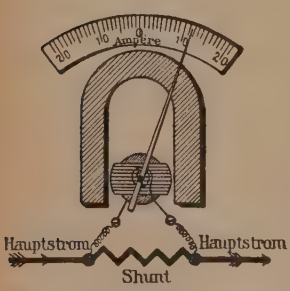


Abb. 324. Drehspulenamperemeter im Nebenschluß.

Die hochempfindlichen Drehspulen-Amperemeter sind stets mit einem Shunt versehen (Abb. 324) und so geeicht, daß sie die Stromstärke im unverzweigten Stromkreise angeben.

Desgleichen legt man bei Starkstromanlagen die Spannungsmesser (Voltmeter), welche die Klemmenspannung der Stromquelle angeben, wegen des hohen Widerstandes ihres Multiplikators stets in den Nebenschluß. Die Amperemeter werden dagegen, ausgenommen im vorerwähnten Fall, vom Hauptstrom durchflossen (Abb. 325).

§ 297. **Wheatstonesche Brücke.** In der zur genauen Vergleichung und Messung von Widerständen aller Art dienenden Anordnung der **Wheatstoneschen Brücke** (Abb. 326) hat man nach Satz I für die Verzweigungspunkte M und N: $J = i_1 + i_3 = i_2 + i_4$; für K: $i_1 = \pm i_0 + i_2$;

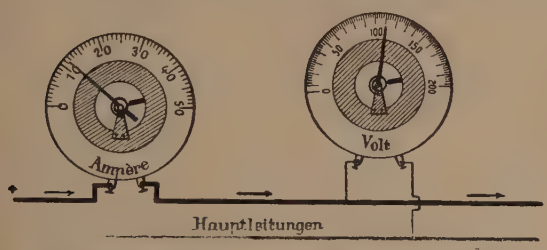


Abb. 325. Schaltung von Strom- und Spannungsmesser.

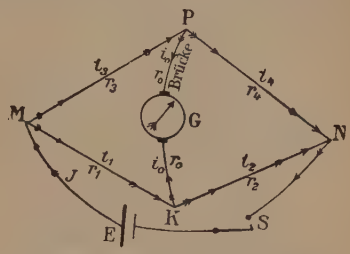


Abb. 326. Wheatstonesche Brücke.

für P: $i_3 = \pm i_0 + i_4$. Ferner gilt nach Satz II für die geschlossenen einfachen Stromkreise MKPM: $0 = i_1 r_1 \pm i_0 r_0 - i_3 r_3$ und KNPK: $0 = i_2 r_2 - i_4 r_4 \pm i_0 r_0$. Ist von den Widerständen r_1, r_2, r_3, r_4 etwa r_4 unbekannt, so werden zwei der anderen, etwa r_1 und r_2 so abgeglichen, daß in dem das Galvanoskop G enthaltenden Zweig KP, der **Brücke**, kein Strom fließt. Da dann $i_0 = 0$ ist, so hat man $i_1 = i_2$, $i_3 = i_4$, ferner $i_1 r_1 = i_3 \cdot r_3$ und $i_2 r_2 = i_4 r_4$. Durch Division und Berücksichtigung von $i_1 = i_2$, $i_3 = i_4$ erhält man schließlich $r_1 : r_2 = r_3 : r_4$, wodurch der unbekannte Widerstand r_4 bestimmt ist. — Die Widerstände r_1 und r_2 können durch zwei Stücke eines gleichmäßig dicken Drahtes (Meßdraht MN, Abb. 327), der Widerstand r_3 durch den Widerstand R eines Stöpselrheostaten gebildet werden. Man gleicht durch Verschiebung des Kontaktes K am Meßdraht auf Verschwinden des Stromes i_0 in der Brücke ab und hat dann zur Berechnung des gesuchten Widerstandes X die Proportion $r_1 : r_2 = R : X$. Die Widerstände der durch den Kontakt K abgeteilten Stücke des Meßdrahtes r_1 und r_2 verhalten sich aber wegen des gleichmäßigen Querschnittes des Meßdrahtes wie ihre Längen, so daß man schließlich X aus der Proportion $\overline{MK} : \overline{KN} = R : X$ berechnet. Der Stromschlüssel S dient dazu, den Strom der Stromquelle E nur ganz kurze Zeit zu schließen, damit nicht eine den Widerstand verändernde Erwärmung der Leiter entsteht.

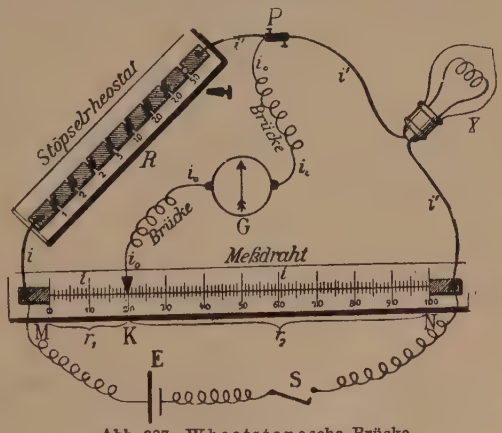


Abb. 327. Wheatstonesche Brücke.

Aufgaben. 452. Wie lassen sich mittels eines Amperemeters mit einem Meßumfange von 0,001 bis 0,01 A und 80 Ω Widerstand des Multiplikators Stromstärken von 0,1 bis 1 A bzw. 1 bis 10 A messen? [Shunt $\frac{80}{99}$ bzw. $\frac{80}{999}$ Ω.]

453. Bei einer Beleuchtungsanlage sollen 100 Glühlampen, von denen jede bei 200 Ω Widerstand eine Spannung von 100 V beansprucht, in Parallelschaltung zur Verwendung kommen. Welche Stromstärke benötigt man insgesamt und für jede einzelne Lampe, und welchen Widerstand haben die parallel geschalteten Glühlampen? [50 A; 0,5 A; 2 Ω.]

454. Wie groß ist der Widerstand r einer in 4 parallele Zweige von den Widerständen r_1, r_2, r_3, r_4 verzweigten Leitung zwischen den Verzweigungspunkten? Die Berechnung soll a) mit den Kirchhoffschen Sätzen, b) mit dem Ohmschen Gesetz gemacht werden. $\left[\frac{1}{r}=\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}+\frac{1}{r_3}+\frac{1}{r_4}.\right]$

455. Der Strom einer Stromquelle von E Volt und R Ohm innerem Widerstand verzweigt sich in 2 parallel geschaltete Zweige mit den Widerständen r_1, r_2. Wie groß ist die Stromstärke J im unverzweigten Teil des Stromkreises und in den Zweigen, wenn der unverzweigte äußere Stromkreis den Widerstand R_0 hat?

$$\left[J=\frac{E(r_1+r_2)}{(R+R_0)\cdot(r_1+r_2)+r_1r_2};\ i_1=\frac{r_2}{r_1+r_2}J;\ i_2=\frac{r_1}{r_1+r_2}J.\right]$$

456. Warum genügt bei der Widerstandsmessung mit der Wheatstoneschen Brücke ein Galvanoskop und eine inkonstante Stromquelle? Wie läßt sich ferner das Gesetz für die Wheatstonesche Brücke und das in § 296 gegebene Resultat unter Anwendung des Ohmschen Gesetzes ableiten (vgl. Abb. 327)? [§ 292—294.]

Übungen. a) Bestimme den Reduktionsfaktor (§ 283) eines Galvanometers mit Benützung eines Nebenschlusses! — b) Mache die Schaltanlage für Strom- und Spannungsmessung auf Grund der Schaltskizze Abb. 325! — c) Stelle eine Wheatstonesche Brücke zusammen und ermittle damit den Widerstand irgend eines Leiters! — d) Bestimme den Widerstand des Koblenfadens einer Glühlampe im kalten Zustande mit der Wheatstoneschen Brücke und vergleiche den gefundenen Wert mit dem durch Stromstärke- und Spannungsmessung im glühenden Zustand gefundenen Wert!

e) Wärmeerzeugung durch den elektrischen Strom.

§ 298. **Stromleistung (Stromeffekt).** *Die von einem elektrischen Strom in einem Leiter in jeder Sekunde geleistete Arbeit oder die Stromleistung (Stromeffekt = U) ist proportional der elektromotorischen Kraft (E) und der in der Sekunde durch den Leiter fließenden Elektrizitätsmenge, also der Stromstärke (J).* Man hat demnach

$$\textbf{Stromleistung } U = E \cdot J = J^2 \cdot R,$$

da nach dem Ohmschen Gesetz $E = J \cdot R$ ist.

Entsprechend den Einheiten für elektromotorische Kraft und Stromstärke hat man festgesetzt: *„Einheit der Stromleistung ist das Voltampere* (= VA) *oder Watt* (= W), *d. h. diejenige Leistung, welche in einem Leiter bei einer Spannungsdifferenz von* 1 V *durch einen Strom von* 1 A *geliefert wird,“* also

$$\textbf{Einheit der Stromleistung: 1 Volt} \times \textbf{1 Ampere} = \textbf{1 Voltampere}$$
$$\textbf{(= 1 VA) = 1 Watt (= 1 W)} = \frac{1}{9{,}81}\frac{\text{mkg}}{\text{sec}} = \frac{1}{736}\ \textbf{PS.}$$

Die gesamte in t Sekunden geleistete **Stromarbeit** mißt man dagegen in **Wattsekunden** (= Ws) oder **Joule** (§ 58) oder in der 3600mal größeren Einheit **Wattstunden** (= Wh). Man hat daher

$$\textbf{Stromarbeit } L = E \cdot J \cdot t \textbf{ Wattsekunden} = E \cdot J \cdot t \textbf{ Joule}$$
$$= \frac{1}{9{,}81} E \cdot J \cdot t \textbf{ mkg.}$$

§ 299. **Wärmewirkung des Stromes. Gesetz von Joule.** Vielfach wird die ganze von einem Strom geleistete Arbeit zur **Erwärmung des Leiters** verbraucht. Schickt man z. B. einen Strom durch einen dünnen Draht von hohem Widerstand, der in eine nichtleitende Flüssigkeit (Petroleum) eingelagert ist (Abb. 328), so beobachtet man an einem eingesetzten Thermometer ein Ansteigen der Temperatur, also auch der Wärmemenge, proportional der Zeitdauer (t) des Stromschlusses. Bei Vergrößerung der Stromstärke (J) auf das 2, 3, 4, ... fache ergibt sich in gleicher Zeit eine 4, 9, 16, ... mal so große Temperaturerhöhung. Ersetzt man ferner den Draht durch einen solchen von 2, 3, 4, ... fachem Widerstand (R), so erhält man in derselben Zeit und bei gleicher Stromstärke wie zuerst eine 2, 3, 4, ... mal so große Temperaturzunahme. Es ergibt sich somit: *Die in einem Leiter durch einen Strom entwickelte Wärmemenge (Stromwärme) ist proportional dem Widerstand des Leiters und der Stromdauer sowie dem Quadrat der Stromstärke* oder auch wegen $E = J \cdot R$ (Ohmsches Gesetz): *Die Stromwärme ist proportional der elektromotorischen Kraft an den Enden des Leiters, der Stromstärke und der Stromdauer* (Gesetz von Joule, 1841).

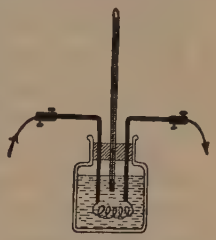


Abb. 328. Wärmewirkung des Stromes.

Bei gleicher Stromstärke ist daher die entwickelte Wärmemenge um so bedeutender, je größer der Widerstand des Leiters ist.

Da nach § 58 und 169 1 mkg = 9,81 Joule = $\frac{1}{427}$ kcal ist, also der Arbeit von 1 Joule eine Wärmemenge von $\frac{1000}{9{,}81 \cdot 427}$ cal = 0,2387 cal entspricht, so ergibt sich: eine Stromarbeit von

1 Wattsekunde = 1 Joule erzeugt eine Wärmemenge von 0,24 cal.

Allgemein hat man daher:

$$\textbf{Stromwärme } Q = 0{,}24\, E \cdot J \cdot t \textbf{ cal} = 0{,}24\, J^2 R \cdot t \textbf{ cal.}$$

§ 300. **Temperaturerhöhung infolge des Stromdurchganges.** Die im Leiter erzeugte **Temperaturerhöhung** hängt von seiner spezifischen Wärme sowie von seiner Wärmeabgabe nach außen, also von der Größe und Beschaffenheit seiner Oberfläche und von der Temperatur der Umgebung ab. Sie ist daher unter sonst gleichen Umständen bei dünnen Drähten größer als bei dicken Drähten von gleichem Widerstand und gleichem Material.

Soll ein Leiter vom Widerstand R durch einen Strom andauernd im Glühen (Temperatur über 500° C) erhalten werden, so bedarf man wegen der fortgesetzten Wärmeabgabe nach außen einer bestimmten Spannungsdifferenz E an den Enden des Leiters sowie einer bestimmten Stromstärke J, damit die in der Sekunde entwickelte Stromwärme das Glühen unterhält. Sind E und J nicht in ausreichender Größe verfügbar, so kann die Erwärmung nicht bis zum Glühen gesteigert werden.

Abb. 329. Glühlampe.

§ 301. **Glühlampe.** Bei der elektrischen **Glühlampe** [Edison[1]) 1879] wird ein dünner Kohlenfaden in eine möglichst vollständig luftleer gemachte Glasbirne (Abb. 329) eingeschlossen und durch einen Strom zum Glühen erhitzt. Der Kohlenfaden, welchen Edison aus Bambusfaser oder Kartenpapier fertigte, wird jetzt nur mehr aus Baumwolle (Cellulose) durch Glühen unter Luftabschluß hergestellt. Die Zuleitung des Stromes zum Kohlenfaden besorgen zwei in die Glasbirne eingeschmolzene Platindrähte. Letztere sind bei der meist gebräuchlichen Ausführung mit dem metallenen Knopf und Schraubengewinde des Lampensockels S verlötet. Knopf und Gewinde sind durch eine Isoliermasse voneinander getrennt und an die Glasbirne angekittet. Die dem Sockel angepaßte Fassung F (Edison-Fassung) dient zur bequemen Stromzuführung zu den Metallteilen des Sockels.

Bei der im lufterfüllten Raum verwendbaren **Glühlampe** von **Nernst** wird ein Magnesiumoxydstäbchen, welches in kaltem Zustande isoliert, erhitzt aber den Strom leitet, nach entsprechendem Vorwärmen (durch eine Spirituslampe oder eine elektrisch erhitzte Platinspirale) vom Strom zum intensiven Glühen erhitzt. — Die **Auersche Glühlampe** enthält in luftleerer Glasbirne einen Draht aus dem seltenen und schwer schmelzbaren Metall Osmium, die **Tantallampe** von Siemens & Halske und die **Wolframlampe** einen Draht aus den gleichfalls schwer schmelzbaren Metallen Tantal und Wolfram. Infolge ihres hohen Schmelzpunktes vertragen die Leuchtdrähte dieser **Metallfadenlampen** eine sehr hohe Glühtemperatur. Es ist aus diesem Grunde auch die Lichtausbeute bei den Metallfadenlampen und der Nernstlampe eine günstigere (1—1,5 Watt für 1 Hefnerkerze, § 355) als bei der Kohlenfadenlampe (3 W für 1 HK) und der Stromverbrauch bei gleicher Leuchtkraft nur etwa die Hälfte bis ein Drittel der elektrischen Leistung wie bei der Edisonlampe[2]).

1) Edison, geb. 1847 im Staate Ohio, arbeitete sich vom Zeitungsträger zum erfolgreichsten Erfinder der Neuzeit empor. Seine hauptsächlichsten Erfindungen sind ein Vielfachtelegraph 1874, der Phonograph 1877, die Glühlampe 1879, die Bleisicherungen 1881, der Kinematograph 1887.

2) W. Nernst (geb. 1864), jetzt Professor der Physik in Berlin, konstruierte seine Glühlampe im Jahre 1898; im gleichen Jahre wurde auch die Osmiumlampe von Auer von Welsbach (geb. 1858), dem Erfinder des Gasglühlichtes, angegeben und von ihm auch Wolfram benützt.

In neuester Zeit werden die Glasbirnen der Metallfadenlampen mit verdünntem Stickstoff gefüllt ($\frac{1}{2}$ **Wattlampen, Nitra-, Azolampen).** Durch die Drucksteigerung des Füllgases infolge der Erhitzung wird noch höhere Glühtemperatur und bessere Lichtausbeute ($\frac{1}{2}$ W für 1 HK) erzielt.

Wegen des geringen Widerstandes von Metalldrähten müssen die Glühdrähte der Metallfadenlampen sehr viel dünner und auch bedeutend länger sein wie die Kohlenfäden (daher vielfaches Hin- und Herführen des Drahtes oder enggewickelte Spiralen). — Die Glühlampen verwendet man fast stets in Parallelschaltung.

§ 302. **Davyscher Flammenbogen (Bogenlicht).** Zur Erzeugung des Davyschen **Flammenbogens** oder des **elektrischen Bogenlichtes** sendet man einen kräftigen Strom einer Stromquelle von 40—50 Volt Spannung durch zwei Kohlenstäbe hindurch, welche sich zuerst berühren und dann auf geringen Abstand voneinander entfernt werden. Der zwischen den Kohlenstäben übergehende Strom erhitzt die Enden derselben zu greller Weißglut, wobei die positive Kohle sich aushöhlt, die negative sich zuspitzt (Abb. 330). Die positive Kohle brennt ferner etwa 2,5mal so rasch ab als die negative. Bei zu großer Entfernung der Kohlenstäbe erlischt der Flammenbogen. Bringt man Metalle in denselben, so werden sie geschmolzen und sogar verdampft. Man hat die Temperatur im Krater der positiven Kohle zu 4000° C gemessen.

Abb. 330. Flammenbogen.

Abb. 331. Elektrischer Ofen.

In neuerer Zeit werden die Kohlenstäbe auch mit Metallsalzen (Magnesium-, Calcium-, Strontiumsalze) getränkt; dadurch wird die zwischen den Kohlenenden befindliche glühende Luft, der eigentliche Flammenbogen, der bei gewöhnlichen Kohlenstäben fast nicht leuchtet, selbst (weiß, gelb, rot) leuchtend und trägt zur Leuchtkraft der Lampe bei (Effektbogenlampen). Die glühenden Metalldämpfe erniedrigen auch die erforderliche Spannung auf 30—35 Volt.

Die hohe Temperatur benützt man beim **elektrischen Ofen** (Abb. 331), indem man in einem Tiegel aus unschmelzbarem Material (Kalk, Magnesia) einen Flammenbogen erzeugt. Man gewinnt im elektrischen Ofen z. B. Calciumcarbid zur Acetylengasbereitung aus Kalk und Kohle, das dem Diamant an Härte nahekommende Siliciumcarbid (Carborundum) aus Quarz und Kohle, ferner **Aluminium** durch Schmelzen und Elektrolyse von Tonerde usw. — Außerdem wird die hohe Temperatur des Flammenbogens zum Zusammenschweißen und Löten von Metallen verwendet.

Der Davysche Flammenbogen findet seine häufigste Verwendung zur Beleuchtung mit der **elektrischen Bogenlampe** (§ 287c). Bei dieser werden die zunächst sich berührenden Kohlenstäbe bei Stromdurchgang durch

Elektromagnete oder Solenoide voneinander entfernt und, wenn der Flammenbogen zu groß wird oder erlischt, wieder selbsttätig einander genähert. Der Verschiebung des Flammenbogens durch das ungleiche Abbrennen der Kohlenstäbe begegnet man dadurch, daß man die positive Kohle doppelt so rasch sich bewegen läßt wie die negative, oder meistens dadurch, daß man der positiven Kohle einen 2,5fachen Querschnitt gibt wie der negativen Kohle. Man rechnet bei den üblichen Kohlenstärken einen Abbrand von etwa 15 mm für jede Kohle in der Stunde. Die Leuchtkraft des Flammenbogens wächst mit der Stromstärke; man erhält bei

einer Stromstärke von . . .	4	6	8	10	15	20 Ampere
eine Leuchtkraft von rund	400	670	950	1400	2700	4000 Kerzenstärken

Im Mittel rechnet man als Effektverbrauch 0,37, bei Effektbogenlampen sogar nur 0,2 Watt für die Kerzenstärke. Das starke Licht von Bogenlampen dient zur Beleuchtung für große Räume und Plätze, für Scheinwerfer auf Leuchttürmen und Kriegsschiffen und in Festungen. (Der größte Scheinwerfer der Siemens-Schuckert-Werke mit Parabolspiegel von 2 m Durchmesser für 200 A liefert 316000 HK Lichtstärke.)

§ 303. **Schmelzsicherungen. Minenzündung. Galvanokaustik.** Die **Schmelzsicherungen (Bleisicherungen)** bringt man bei Starkstromanlagen in jeder Haupt- und Zweigleitung an, um die eingeschalteten Apparate und Leitungen vor zu starkem, gefahrdrohendem Strom zu schützen (Abb. 332a: S doppelpolige, S′, S″ einpolige Sicherung). Die Sicherungen bestehen aus Stanniolstreifen, Bleilamellen, Blei- oder Silberdrähten von solchem Querschnitt, daß beim Überschreiten der zulässigen Betriebsstromstärke ein Abschmelzen, also eine Unterbrechung der Leitung eintritt. Die Schmelzstreifen werden in feuersicheren Dosen leicht auswechselbar untergebracht (Abb. 332b).

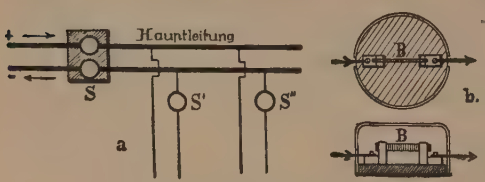


Abb. 332. Bleisicherungen.

Beim **Zünden von Minen** auf elektrischem Wege versieht man jede Mine mit einer Minenzündpatrone (Abb. 333). In den Zündsatz einer solchen Patrone führen zwei starke gut isolierte Leitungsdrähte, deren innere Enden durch einen kurzen dünnen Draht (aus Platin oder Eisen) miteinander verbunden sind. Dieser Verbindungsdraht wird durch einen Strom zum Glühen erhitzt und dadurch die Patrone zur Explosion gebracht (Elektrische Glühzündung).

Abb. 333. Minenzündpatrone.

In der Heilkunde benutzt man galvanisch glühend gemachte Platindrähte zum Ausbrennen von Wunden, Abschneiden von Geschwülsten (**Galvanokaustik**) und kleine Glühlampen zum Erleuchten der Körperhöhlen.

Aufgaben. 457. Eine Bogenlampe brennt mit 50 V Spannung und 20 A Stromstärke. Welche Leistung ist zu ihrem Betriebe nötig? [1000 W = 1,36 PS.]

458. Eine Stromquelle hat bei einer Klemmenspannung von 100 V und einem Nutzwiderstand von 10 Ω einen inneren Widerstand von 1 Ω. Wie groß ist die Stromleistung in der Nutzleitung und im gesamten Stromkreis und die in 1 sec in beiden erzeugte Wärmemenge? [1000; 1100 W; 0,24; 0,264 kcal.]

459. Eine 16kerzige Kohlenfadenlampe der A. E. G. benötigt zu ihrem Betriebe 100 V und 0,5 A. Wie groß ist der Widerstand des Kohlenfadens und die elektrische Leistung pro Kerzenstärke? Ist die Beleuchtung mit Glühlampen oder diejenige mit Bogenlampen vorteilhafter? [200 Ω; 3,125 W; § 302.]

460. Der äußere Stromkreis einer Batterie ist aus gleich langen und gleich dicken Drähten von Eisen, Kupfer, Platin und Silber gebildet. Wie verhalten sich die in den Leitungen erzeugten Wärmemengen, a) wenn die Drähte hintereinander, b) wenn sie parallel geschaltet sind? [§ 288, 289, 299, 295.]

461. In einem Stromkreis ist die elektromotorische Kraft E, die Stromstärke J, der innere und der äußere Widerstand bzw. R_i und R_a. Wie groß sind die in t Sekunden im inneren und äußeren Stromkreis erzeugten Wärmemengen, und wie verhalten sie sich zur gesamten, im Stromkreis entwickelten Wärme? [§ 299.]

462. Warum macht man die Glasbirnen der Glühlampen luftleer, und wann eignen sich Metalldrähte als Glühkörper? [§ 301.]

463. Durch einen Strom ist eine Platindrahtspirale zum Glühen erhitzt. Welche Erscheinung zeigt der glühende Platindraht, wenn man ihn zur Hälfte in kaltes Wasser taucht? [§ 289, 292, 299, 300.]

464. Durch einen kurzen dünnen Draht wird ein Strom von solcher Stärke hindurchgeschickt, daß der Draht eben glüht. Warum hört die Glüherscheinung auf, wenn man bei sonst unveränderter Anordnung des Stromkreises den Glühdraht beträchtlich verlängert? [§ 292, 299, 300.]

465. Wie muß man den Stromkreis in der vorigen Aufgabe einrichten, und wie verfahren, um bei kurzem und langem Glühdraht ein Glühen zu erzielen? [§ 290, 292, 299, 300.]

466. Warum schaltet man bei einer elektrischen Beleuchtungseinrichtung Glühlampen stets parallel? [§ 301, 288, 295.]

467. Wie führt man mittels eines Mischungskalorimeters eine Stromstärkemessung aus? Wie läßt sich die Stromstärke berechnen? [§ 167 c, 299.]

468. Wieviel 16kerzige Glühlampen (110 V, 0,5 A) und wieviel Bogenlampen (40 V, 4 A) lassen sich mit 1 PS in Betrieb setzen, und wie verhalten sich die gewonnenen Lichtmengen? [13; 4; 13 : 100.]

469. [R. G. 1902.] Die Pole einer Akkumulatorenbatterie von 8 V, deren innerer Widerstand vernachlässigt werden kann, sind durch eine aus zwei in Reihe geschalteten Drähten bestehende Leitung verbunden. Der eine Draht ist ein Eisendraht von 0,5 mm Dicke und 0,2 m Länge, der zweite ist ein Kupferdraht von 1 mm Dicke und 0,8 m Länge. Man soll angeben 1. in welchem Verhältnis die Wärmemengen stehen, die in derselben Zeit in den beiden Drahtstücken durch den Strom erzeugt werden, 2. wie groß (in Kalorien) die gesamte Wärmemenge ist, welche der Strom in der Sekunde entwickelt. Der Leitungswiderstand von 1 m Kupfer von 1 qmm Querschnitt ist 0,019 Ω; der Leitungswiderstand von 1 m Eisen von 1 qmm Querschnitt ist 0,133 Ω. [§ 298, 288, 289, 292; 7 : 1; 99,21 cal.]

470. [R. G. 1903.] Ein durch einen Elektromotor angetriebener Wagen von 120 Ztr. Gewicht soll in 1 min 100 m weit über eine schiefe Ebene mit dem Elevationswinkel $\alpha = 30^0$ hinaufgezogen werden. Wieviel Kilowatt elektrischer Leistung sind dazu nötig? Wie groß müßte die Stromstärke bei einer Betriebsspannung von 500 V sein? Die Reibung bleibe unberücksichtigt. [§ 298, 58; 49,07 kW; 98,13 A.]

471. [R. G. 1909.] Durch einen Draht von 10 m Länge und $^1/_2$ qmm Querschnitt fließt ein Strom von 10 A. In welcher Zeit wird sich ein Ölbad von 1 l Inhalt,

das den Eisendraht enthält, von 15° auf 75° C erwärmen, wenn die spez. Wärme des Öls 0,87, sein spez. Gewicht 0,8, die entsprechenden Konstanten des Eisens 0,1 und 7,8 und der spez. Widerstand des Eisens $^1/_8$ Ω ist? Erkläre zunächst die Einheit Watt und deren Zusammenhang mit dem mechanischen Wärmeäquivalent. [§ 299, 288, 166, 167; 11 min 40 sec.]

472. [R. 1907.] 5 Daniell-Elemente von je 1,12 V elektromotorischer Kraft und je 0,2 Ω innerem Widerstande sind in Serie geschaltet und durch einen Platindraht von 15 m Länge und 0,5 qmm Querschnitt geschlossen. Der spezifische Leitungswiderstand des Platins ist 0,1. 1. Welche Wärmemenge wird im Platindraht in 42,5 min entwickelt? 2. Welche chemischen Vorgänge spielen sich in den Daniell-Elementen ab, und nach welchen Gesetzen verlaufen sie? [§ 292, 288, 297, 267—269; 3,6 k cal.]

473. [R. 1909.] Zwei Akkumulatorzellen mit je 2 V elektromotorischer Kraft und je 0,15 Ω innerem Widerstand sind hintereinander geschaltet. Durch einen Eisendraht von 0,3 qmm Querschnitt und 5 m Länge wird der Stromkreis geschlossen. Um wieviel Grade würde sich der Eisendraht in 5 min erwärmen, wenn er keine Wärme an die Umgebung abgeben würde? Spez. Widerstand des Eisens 0,12, spez. Wärme des Eisens 0,11, spez. Gewicht des Eisens 7,6. [§ 299, 292, 288, 289, 166, 167; 347,27° C.]

Übungen. a) Löse die Aufgaben 463, 464, 465, 467 durch den Versuch! — b) Bestimme die elektrische Leistung für eine Kohlenfadenlampe und eine Metallfadenlampe von gleicher Leuchtkraft! — c) Schalte gleichlange und gleichdicke Drähte aus Kupfer, Eisen, Nickelin hintereinander und ermittle durch Versuch und Rechnung das Verhältnis der Stromleistungen in den drei Drähten!

f) Erzeugung elektrischer Ströme durch Wärme (Thermoelektrizität).

§ 304. **Thermoelektrizität.** Wird in einem aus zwei oder mehreren verschiedenen Metallen gebildeten Schließungskreis eine der Berührungsstellen (Lötstellen) erwärmt, so entsteht zwischen den beiderseits der Lötstellen befindlichen Metallen eine Spannungsdifferenz und daher in der geschlossenen Leitung ein sog. **thermoelektrischer Strom**. Zwei verschiedene, mit dem einen Ende verlötete Metallstreifen oder Drähte bilden ein **Thermoelement**" [Seebeck[1]) 1831] (Abb. 334a). — Die Metalle lassen sich in eine **thermoelektrische Spannungsreihe** so ordnen, daß in einem aus zwei Metallen derselben gebildeten Kreis der Thermostrom an der erwärmten Lötstelle vom voranstehenden zum nachfolgenden Metall der Reihe geht. Die wichtigsten Metalle der Reihe sind: *Wismut, Neusilber, Platin, Kupfer, Silber, Eisen, Antimon.* Die elektromotorische Kraft eines Thermoelementes ist sehr gering, z. B. für *Wismut-Antimon* bei 100° C Temperaturdifferenz der Lötstellen 0,07 Volt. Man vereinigt daher

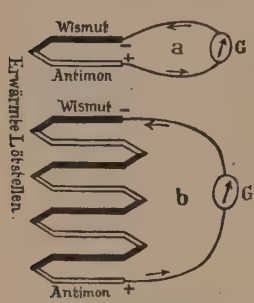


Abb. 334. Thermoelement und Thermosäule.

1) Seebeck (1805—1849) zuletzt Professor der Physik in Leipzig, beschäftigte sich mit Untersuchungen auf dem Gebiete der Thermoelektrizität und Akustik.

gewöhnlich eine größere Anzahl von Thermoelementen durch Hintereinanderschaltung so zu einer **Thermosäule** (Abb. 334 b), daß die einen Lötstellen alle gleichzeitig erwärmt, die anderen kalt gehalten werden können.

Nur bei großer Elementenzahl und bedeutender Temperaturdifferenz der Lötstellen können Thermosäulen als Ersatz galvanischer Batterien dienen. Man verwendet sie daher zu diesem Zwecke nur sehr wenig, dagegen häufig zur Messung sehr geringer Temperaturdifferenzen und zur Messung hoher und tiefer Temperaturen. Man sendet dann den entstehenden Thermostrom durch ein empfindliches Galvanometer (G, Abb. 334 a, b).

Sendet man durch die Lötstelle zweier verschiedenen Metalle (z. B. Wismut und Antimon) einen Strom von solcher Richtung, wie sie ein durch Erwärmung der Lötstelle auftretender Thermostrom haben würde, so tritt Abkühlung der Lötstelle auf und umgekehrt (Peltier-Effekt, beobachtet von Peltier 1834). Die Erscheinung ist mit einem in ein Thermoskop (§ 151) eingesetzten Thermoelement nachweisbar.

D. Erzeugung von elektrischen Strömen durch Induktion.

§ 305. **Elektro- und Magnetoinduktion.** „Als **Induktion** bezeichnet man die von Faraday (1831) entdeckte und praktisch höchst wichtige Erzeugung von elektrischen Strömen durch Einwirkung eines Magnetfeldes auf darin befindliche Stromleiter.“ Je nachdem das Magnetfeld durch einen Strom oder Magneten hervorgerufen wird, unterschied Faraday **Elektro-** oder **Voltainduktion** und **Magnetoinduktion**.

Zur Erzeugung von **Elektroinduktionsströmen** bedarf man einer **primären, induzierenden** oder **Hauptleitung** (I, Abb. 335), in welcher der Strom einer Stromquelle, z. B. einer galvanischen Batterie B, fließt, und einer **sekundären, induzierten** oder **Nebenleitung** (II, Abb. 335), welche vollständig von der primären Leitung isoliert und in sich geschlossen ist. Um bequem große Längen beider Leitungen aufeinander einwirken zu lassen, wickelt man meist beide Leitungen auf Spulen auf, die dann **Primär-** und **Sekundärspule** heißen. Für die Vorführung der Elektroinduktionsströme versieht man zweckmäßig die primäre Leitung mit einem Rheostaten R behufs Änderung der Stromstärke und einem Stromschlüssel S, die sekundäre Leitung dagegen mit einem Galvanoskop G zur Erkennung der elektrischen Vorgänge in derselben (Abb. 335).

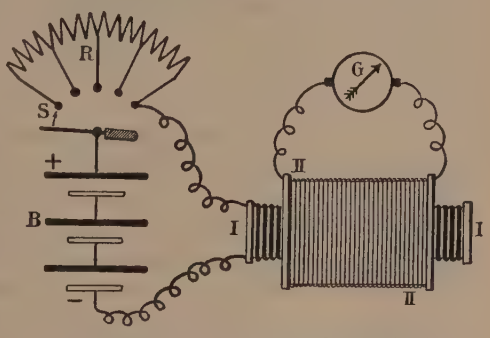


Abb. 335. Versuchsanordnung zur Elektroinduktion.

Zur Erzeugung von **Magnetoinduktionsströmen** benötigt man außer einem Magneten nur eine **sekundäre Leitung** (**Induktionsrolle**), da der Magnet die stromdurchflossene primäre Leitung vollständig ersetzt.

§ 306. **Erzeugung von Elektroinduktionsströmen.** Es entstehen in der sekundären Leitung **Elektroinduktionsströme** (Abb. 335):

1. *bei Schließen und Verstärken des Hauptstromes und bei Annähern der stromdurchflossenen primären Leitung an die sekundäre;*
2. *bei Öffnen und Schwächen des Hauptstromes und bei Entfernen der stromdurchflossenen primären Leitung von der sekundären.*

Die Induktionsströme sind von nur so langer Dauer, als sich der Stromzustand in der primären Leitung oder die gegenseitige Lage beider Strombahnen ändert. Durch die unter Nr. 1 genannten Verfahren entstehen Induktionsströme von entgegengesetzter Richtung wie der Hauptstrom, welche den gemeinsamen Namen **Schließungsinduktionsströme** führen. Durch die unter Nr. 2 genannten Maßnahmen werden mit dem Hauptstrom gleichgerichtete **Öffnungsinduktionsströme** erzeugt.

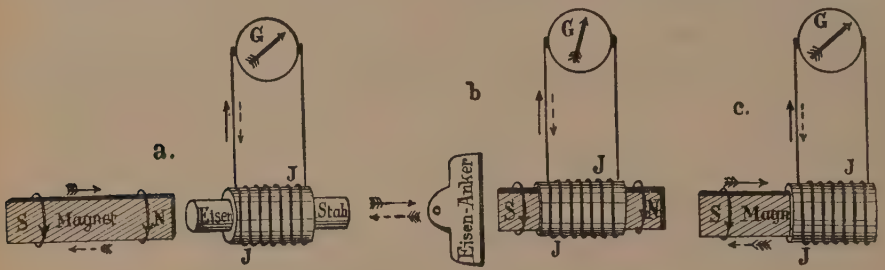


Abb. 336. Versuchsanordnung zur Magnetoinduktion.

§ 307. **Erzeugung von Magnetoinduktionsströmen. Magnetoinduktionsströme** entstehen in der nunmehr allein vorhandenen sekundären oder induzierten Leitung (Induktionsrolle J, Abb. 336):

1. *bei Entstehen* (§ 202, Abb. 336a) *und Verstärken* (§ 206 und 217, Abb. 336b) *eines Magnetpoles im Hohlraume der Induktionsspule und bei Annähern (Einschieben) eines Magnetpoles an die Rolle* (Abb. 336c);
2. *bei Verschwinden* (Abb. 336a) *und Schwächen* (Abb. 336b) *eines Magnetpoles im Hohlraume der Induktionsrolle und bei Entfernen (Herausziehen) des Poles von der Rolle* (Abb. 336c).

Die durch die Maßnahmen in Nr. 1 erzeugten Induktionsströme verhalten sich bezüglich ihrer Richtung zu den Ampèreschen Molekularströmen des Magneten (§ 280) wie Schließungsinduktionsströme, die durch die Verfahren in Nr. 2 erzeugten wie Öffnungsinduktionsströme. Alle mit Nordmagnetismus erzeugten Induktionsströme haben entgegengesetzte Richtung wie die entsprechenden durch Südmagnetismus hervorgerufenen.

§ 308. **Elektromotorische Kraft der Induktionsströme.** Aus der Größe der Ausschläge eines Galvanometers, dessen Multiplikator mit den Enden einer Induktionsspule verbunden ist, ergibt sich bei entsprechender Ausführung der in § 306 und 307 angegebenen Maßnahmen:

Die den Induktionsströmen zukommende Spannung oder elektromotorische Kraft ist der Geschwindigkeit proportional, mit welcher sich die Stärke $\left\{\begin{matrix}\textit{des Stromes}\\ \textit{des Poles}\end{matrix}\right\}$ *ändert oder die Annäherung oder Entfernung* $\left\{\begin{matrix}\textit{der beiden Leitungen}\\ \textit{des Magneten und der Induktionsrolle}\end{matrix}\right\}$ *ausgeführt wird.*

Sie ist ferner noch proportional der **Länge** bzw. **Windungszahl** der **sekundären Leitung**, in welcher die Induktion stattfindet. Denn in jeder Windung einer Sekundärspule wird die gleiche elektromotorische Kraft induziert. Da die einzelnen Windungen bei einer Spule hintereinander geschaltet sind, ergibt sich an den Enden der Spule eine ihrer Windungszahl entsprechende erhöhte Spannungsdifferenz.

§ 309. **Gesetz von Lenz. Rechtehandregel.** Die irgendwie erzeugten Induktionsströme lassen sich ihrer Richtung nach durch das **Lenz**sche **Gesetz** (1834) bestimmen: *Die Richtung des entstehenden Induktionsstromes ist stets eine solche, daß der Induktionsstrom durch seine elektrodynamische Wirkung* (§ 279) *auf den Hauptstrom die Bewegung zu hemmen sucht, welche zur Erzeugung des Induktionsstromes notwendig war.* Schließen und Verstärken des Hauptstromes sind dabei mit einer Annäherung, Öffnen und Schwächen mit einer Entfernung gleichbedeutend.

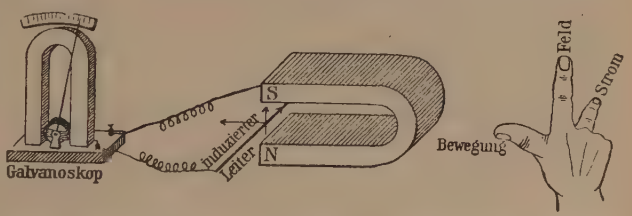


Abb. 337. Rechtehandregel zur Bestimmung der Richtung des Induktionsstroms.

Die Richtung eines Induktionsstromes wird auch durch die sog. **Rechtehandregel** (§ 277 Linkehandregel) angegeben: *Stellt man Daumen, Zeigefinger und Mittelfinger der rechten Hand gegenseitig senkrecht zueinander und hält den Daumen in Richtung der Bewegung des Leiters, den Zeigefinger in Richtung der Kraftlinien des Magnetfeldes, so gibt der Mittelfinger die Richtung des entstehenden Induktionsstromes an.* (Abb. 337).

Die Erzeugung von Induktionsströmen erfordert demnach (wegen der elektrodynamischen Gegenwirkung bzw. wegen des entgegengesetzten Antriebs des Stromleiters im Magnetfeld) einen **Arbeitsaufwand**, welchem die **Arbeitsfähigkeit** (**Energie**) des Induktionsstromes gleich ist.

§ 310. **Entstehung von Induktionsströmen nach Faraday und Maxwell.** Die in § 281 erwähnte Vorstellung von dem Vorhanden-

sein wirbelartiger elektrischer Ströme (Elektronenwirbel) in einem magnetischen Felde macht es verständlich, daß jede Veränderung des Feldzustandes, d. h. jede Änderung dieser Wirbelbewegung, einen Arbeitsaufwand erfordert. Als Äquivalent hierfür ergibt sich eine Wirkung auf alle im Magnetfeld befindlichen Leiter, in welchen ein Elektronenaustausch, d. h. ein elektrischer Strom auftritt, der die Änderung aufzuheben sucht.

Induktionsströme entstehen daher nach Faraday und Maxwell stets durch **Änderung der Anzahl von Kraftlinien, welche die induzierte Leitung durchsetzen.** Dabei ist es gleichgültig, ob das magnetische Feld von einem Stahl- oder Elektromagneten oder durch eine stromführende Leitung hervorgerufen ist. Schließt die induzierte Leitung aber stets dieselbe Anzahl von Kraftlinien ein, so findet keine Induktion statt.

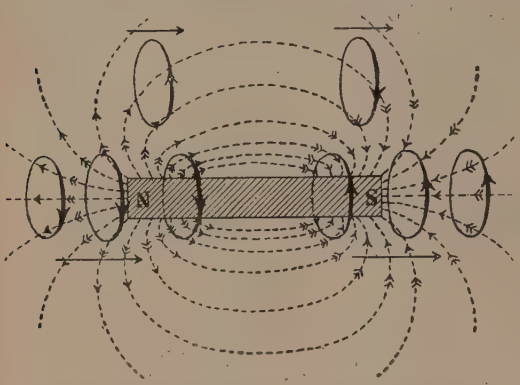


Abb. 338. Richtung des Induktionsstromes nach der Maxwellschen Regel.

Die Richtung der entstehenden Induktionsströme kann außer durch das **Lenzsche Gesetz** und die **Rechtehandregel** auch stets durch die **Maxwellsche Regel** bestimmt werden: *Blickt man auf die induzierte Leitung stets in der Richtung der Kraftlinien, so ruft eine Verminderung der die Leitung durchsetzenden Kraftlinienzahl einen Strom im Uhrzeigersinne (Zeigerstrom), eine Vermehrung der Kraftlinienzahl einen Strom entgegen der Uhrzeigerdrehung (Gegenstrom) hervor* (Abb. 338 sowie Abb. 336). Die induzierte elektromotorische Kraft ist proportional der in der Sekunde erfolgenden Änderung der Kraftlinienzahl, welche die induzierte Leitung durchsetzt. Umschließt also eine Leiterschleife zunächst insgesamt N_1, nach t Sekunden N_2 Kraftlinien (§ 216 und 278), so ist die Änderungsgeschwindigkeit der Kraftlinienzahl $\frac{N_1 - N_2}{t}$ und die induzierte elektromotorische Kraft $\boldsymbol{E = 10^{-8} \frac{N_1 - N_2}{t}}$ **Volt.** (Der Proportionalitätsfaktor 10^{-8} ist durch die Festsetzung des Volt als Spannungseinheit bedingt.)

Eine unmittelbare Bestimmung einer elektromotorischen Kraft in Volt und damit eines Widerstands in Ω kann mit dem von W. Weber (§ 277) angegebenen Erdinduktor ausgeführt werden, der aus einer großen genau gewickelten Drahtspule von bekannter Windungszahl und Windungsfläche besteht. Man dreht die Spule z. B. rasch um 180° um eine lotrechte Achse, so daß die Horizontalintensität des Erdmagnetismus induzierend wirkt. Da dann nach Messung der Horizontalintensität (§ 215) die induzierte elektromotorische Kraft in Volt berechnet, die Stromstärke

ferner mit der Tangentenbussole unmittelbar in Ampere bestimmt werden kann, so ist auch der Widerstand der gesamten Stromleitung in Ω gegeben.

§ 311. **Wirbelströme.** „Als **Wirbelströme** (**Foucault**sche Ströme) bezeichnet man diejenigen Induktionsströme, welche in dicken Metallmassen bei Bewegung eines benachbarten Magneten oder auch durch Änderung des Stromzustandes oder Abstandes einer stromdurchflossenen benachbarten Leitung hervorgerufen werden." Diese Induktionsströme verlaufen in geschlossenen Bahnen im Inneren der Metallmassen und erwärmen diese beträchtlich.

Abb. 339. Elektrische Dämpfung.

Da die Wirbelströme nach dem Gesetz von Lenz die Bewegung des induzierenden Magneten hemmen, benützt man sie zur raschen Beruhigung der Schwingungen der Galvanometermagnete, indem man diese mit einer dicken Kupferhülle umgibt (Elektrische Dämpfung, Abb. 339).

§ 312. **Selbstinduktion, Extraströme.** Jeder Teil einer stromdurchflossenen Leitung wirkt bei Veränderung des Stromzustandes induzierend auf einen benachbarten Teil der eigenen Leitung ein. Diese Erscheinung nennt man **Selbstinduktion**, die entstehenden Induktionsströme nach Faraday **Extraströme**, jetzt **Selbstinduktionsströme.** Es hat diese Erscheinung darin ihren Grund, daß jeder veränderliche Strom ein veränderliches Magnetfeld in seiner Umgebung hervorruft, welches induzierend wirkt. Die bei Stromschluß entstehenden **Schließungsextraströme** sind dem Strom selbst **entgegengerichtet** und verlangsamen dessen Anwachsen zur vollen Stärke. Dagegen sind die bei Stromunterbrechung auftretenden **Öffnungsextraströme** mit dem verschwindenden Strome **gleichgerichtet.** Wegen seiner hohen Spannung, welche durch die rasche Änderung des Magnetfeldes bedingt ist, erzeugt der Öffnungsextrastrom bei Unterbrechung einer Stromleitung einen **Öffnungsfunken**. Dieser ist in dickdrähtigen Solenoiden, zumal bei eingelegtem Eisenkern, besonders kräftig. Bifilar gewickelte Drähte (§ 290) haben keine Selbstinduktion.

Die von Stärke, Form und Windungszahl eines Leiters abhängige Selbstinduktion kann durch eine Zahl, den **Selbstinduktionskoeffizienten** (S. J. K., Zeichen L), bestimmt werden. Sein Zahlenwert ist derjenigen elektromotorischen Kraft in Volt gleich, welche auftritt, wenn im Leiter die Stromstärke in 1 sec von 0 auf 1 Ampere wächst bzw. abnimmt. Fließt im Leiter ein Strom von der Stärke J Ampere, der sich in der (kleinen) Zeit Δt um ΔJ ändert, so ist die elektromotorische Kraft der S. J. gegeben durch $e = -L \cdot \frac{\Delta J}{\Delta t}$, wobei das Vorzeichen sich auf die Richtung des Extrastromes bezieht. Als Maßeinheit für den S. J. K. dient das **Henry** ($= 10^9$ cm), d. h. der S. J. K. eines Leiters, in welchem durch Änderung der Stromstärke von 1 A in 1 sec die elektromot. Kraft von 1 Volt induziert wird. Den S. J. K. kann man für einfache Fälle durch Rechnung, im allgemeinen aber auch durch besondere (hier nicht angebbare) Versuche ermitteln. Für ein Solenoid mit einer Windungslage von der Länge l (cm) und n eng aneinanderliegenden Windungen vom Radius r (cm) ist z. B. der S. J. K. angenähert durch $L = \frac{4\pi^2 n^2 r^2}{c} \cdot 10^{-9}$ Henry berechenbar.

Übungen. a) Man mache die in § 306 und 307 genannten Versuche, indem man die einzelnen Maßnahmen einmal rasch, dann langsam ausführt! — b) Man erzeuge

Elektroinduktionsströme einmal mit, dann ohne Eisenkern in der Primärspule! — c) Beobachte die Stromstärke an einem Drehspulenamperemeter, wenn ein in den Stromkreis eingeschalteter Elektromagnet ohne und mit Anker erregt wird! — d) Untersuche den Unterbrechungsfunken einer Stromspule ohne und mit Eisenkern!

§ 313. **Induktionsapparat.** Ein **Induktionsapparat** (Abb. 340) besteht aus einer primären, dickdrähtigen Spule PP von mäßiger Windungszahl. In ihrem Hohlraum befindet sich zur Verstärkung der Induktionswirkung ein Eisenkern oder besser ein Bündel von Eisendrähten E. Eine sekundäre Spule SS mit sehr vielen Windungen eines wohlisolierten dünnen Drahtes ist auf die primäre Spule aufgeschoben. Die Induktionsströme werden erzeugt durch rasches Schließen und Öffnen des Primärstromes. Bei großen Apparaten [**Funkeninduktoren** nach Ruhmkorff[1])] sind noch die beiden Belegungen eines Blätterkondensators K mit zwei, beiderseits der Unterbrechungsstelle U liegenden Punkten der Primärleitung verbunden. Der Kondensator nimmt bei Unterbrechung des Primärstromes den Öffnungsextrastrom in sich auf, welcher einen starken Öffnungsfunken (§ 312) erzeugen, infolge der Leitfähigkeit der Funkenbahn die Unterbrechung des Primärstroms verzögern und eine geringe induzierte elektromotorische Kraft in der Sekundärspule geben würde (§ 308). Da aber die im Öffnungsextrastrom bewegte Elektrizitätsmenge nicht ausreicht, um

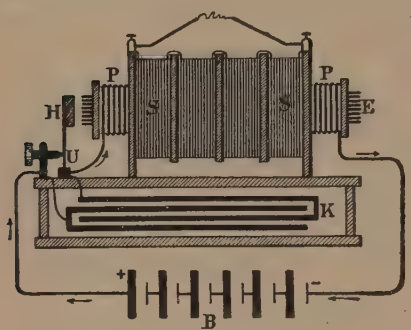


Abb. 340. Funkeninduktor.

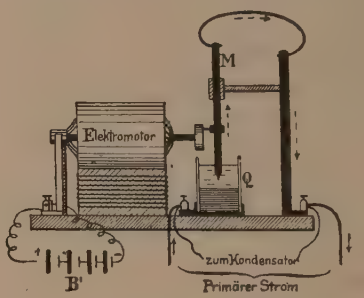


Abb. 341. Motorunterbrecher.

den Kondensator, welcher große Kapazität hat, zu hoher Spannung zu laden (§ 249), wird der Funke an der Unterbrechungsstelle durch den Kondensator beträchtlich vermindert. Dadurch entsteht aber andrerseits ein rascherer Abfall der Primärstromstärke auf Null, was eine höhere induzierte Spannung und vergrößerte Funkenlänge des Öffnungsinduktionsstromes in der Sekundärspule zur Folge hat.

Bei kleineren Funkeninduktoren wird das rasche Unterbrechen und Schließen des Primärstromes durch einen Wagnerschen Hammer H (Abb. 340) besorgt. Für diesen kann die Primärspule mit ihrem Eisenkern gleich als Elektromagnet dienen. — Für große Induktoren verwendet

1) Ruhmkorff (1803—1877), Mechaniker aus Hannover, gründete in Paris eine mechanische Werkstätte, welche durch ihre Induktionsapparate einen Weltruf erlangte.

man Motor- oder elektrolytische Unterbrecher. Bei ersterem (Abb. 341) wird ein Metallstift M mit Platinspitze durch einen kleinen Elektromotor in rascher Folge in ein Quecksilbergefäß Q eingetaucht und wieder herausgezogen. Der Elektromotor empfängt Strom von einer besonderen Batterie B'. — Beim elektrolytischen Unterbrecher (Wehnelt 1895, Abb. 342) schickt man den Primärstrom durch verdünnte Schwefelsäure unter Benützung einer kurzen Platinspitze Pt als Anode, einer Bleiplatte Pb als Kathode. Die Unterbrechung des Stromes wird hauptsächlich dadurch veranlaßt, daß der Elektrolyt an der Platinspitze, wo der Strom auf sehr kleinen Querschnitt eingeengt ist, stark erhitzt wird und zur Verdampfung kommt. Die Dampfhülle unterbricht den Strom sehr vollständig (bis zu 2000 mal in der Sekunde) und macht daher den Kondensator entbehrlich.

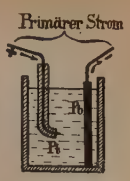


Abb. 342. Elektrolytischer Unterbrecher.

Eine an die Enden der Sekundärspule angeschlossene Leitung wird bei Tätigkeit des Induktors von Strömen rasch wechselnder Richtung, sog. **Wechselströmen**, durchflossen. Die Induktionsströme größerer Ruhmkorffscher Induktoren können wegen ihrer hohen Spannung bedeutende Luftstrecken durchschlagen. Beim Einschalten einer Luftstrecke gehen aber nur die Öffnungsinduktionsströme, welche höhere Spannung haben, über. In Geißlerschen Röhren erhält man daher die gleichen polaren Leuchterscheinungen (§ 244b) wie bei Benützung von Influenzmaschinen. Überhaupt lassen sich alle mit diesen Maschinen ausführbaren Versuche auch mit dem Induktionsapparat anstellen.

Anm.: Der Unterschied zwischen **Gleichstrom** (Strom von stets gleicher Richtung, z. B. von einer galvanischen Batterie) und **Wechselstrom** läßt sich graphisch dadurch veranschaulichen, daß man die zu verschiedenen Zeiten vorhandenen Stromstärken (oder Spannungen) parallel einer vertikalen Richtung (Ordinatenachse), die zugehörigen Zeiten längs einer horizontalen Achse (Abszissenachse) aufträgt (Abb. 343). Für einen Gleichstrom, welcher in eine Leitung hineingeschickt und nach längerer Dauer wieder unterbrochen wird, erhält man dann das in α) dargestellte Bild. Der allmähliche Anstieg beim Schließen und der Abfall bei Unterbrechung des Gleichstromes ist durch die Selbstinduktion in der Leitung bedingt. — Für einen Wechselstrom (z. B. einer Wechselstrommaschine) erhält man das durch die Wellenlinie β) gegebene Bild. Die Kurven oberhalb und unterhalb der Abszissenachse entsprechen dem Strom- oder Spannungsverlauf mit gleichgroßen Höchstwerten in der einen und anderen Richtung (sog. ungedämpfter Wechselstrom). — Der in der geschlossenen Sekundärspule eines Induktionsapparates verlaufende Wechselstrom liefert wegen der durch den Gang des Unterbrechers bedingten Pausen das Bild γ). Die steileren Zacken entsprechen den Öffnungsinduktionsströmen.

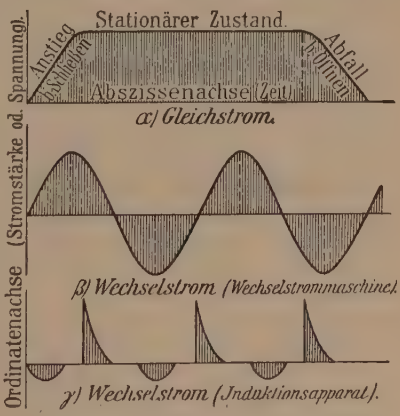


Abb. 343. Darstellung von Gleich- und Wechselstrom.

§ 313a. **Praktische Anwendungen des Induktionsapparates.**

a) Induktionsapparate ohne Kondensator verwendet man bei Fernsprechstationen (§ 321), ferner in der Medizin zum Anregen der Muskel- und Nerventätigkeit bei Lähmungserscheinungen (Faradisation).

b) Funkeninduktoren benötigt man anstatt der zu wenig leistungsfähigen Influenzmaschinen zur Untersuchung der Leuchterscheinungen in verdünnten Gasen und zur Erzeugung von **Röntgenstrahlen**, § 314,3.

c) Funkeninduktoren benützt man zum Aufladen von Kondensatoren zur **Erzeugung elektrischer Wellen** und bei der **Telegraphie ohne Draht (Funkentelegraphie)**, § 315.

d) In der Elektrotechnik dienen Induktionsapparate ohne Unterbrecher und Kondensator, aber mit einem in sich geschlossenen, unterteilten Eisenkern aus weichstem Schmiedeeisen zur Umwandlung eines durch die Primärspule geschickten Wechselstromes von niedriger Spannung und großer Stromstärke in einen solchen von hoher Spannung und entsprechend geringer Stromstärke oder umgekehrt **(Umformer, Transformator)** [§ 319].

Aufgaben. 474. Warum tritt bei Unterbrechung des einen Elektromagnet speisenden Stromes ein kräftiger Unterbrechungsfunke auf? [§ 307, 312.]

475. Inwiefern bedingt die Anwendung des Kondensators beim Ruhmkorffschen Induktorium eine Vergrößerung der Funkenlänge? [§ 308, 249.]

476. Warum kommt beim Ruhmkorffschen Induktorium den Öffnungsinduktionsströmen eine höhere Spannung zu als den Schließungsströmen? [§ 308, 312.]

477. Welche Erscheinung muß eine an die Pole eines Induktionsapparates angeschlossene Geißlersche Röhre zeigen? [§ 313; 244, 1b.]

478. Wie ladet man Leidener Flaschen mit einem Induktorium? [§ 235, 236, 313.]

479. Welchen Unterschied in der Wirkung zeigt ein Induktor, je nachdem seine Primärspule einen massiven Kern oder ein Eisendrahtbündel enthält? [§ 311, 313.]

480. Bei kleinen, für Heilzwecke verwendeten Induktionsapparaten bewerkstelligt man eine Schwächung oder Verstärkung der Induktionsströme dadurch, daß man eine dicke Messinghülse auf den Eisenkern der Primärspule schiebt oder davon entfernt. Wie erklärt sich dies? [§ 311, 313.]

481. Warum ist bei Induktionsapparaten zur Erzielung großer Funkenlängen eine hohe Windungszahl der sekundären Spule notwendig? [§ 308, 313.]

482. Wie muß man eine Induktionsspule lagern und drehen, damit der Erdmagnetismus einen Strom in derselben induziert? (Erdinduktor.) [§ 212, 310.]

483. [R. G. 1900 und 1907.] Was versteht man unter Elektroinduktion oder Voltainduktion und was unter Magnetinduktion? Man schildere einige Versuche, welche das Entstehen und den Verlauf von Induktionsströmen zeigen, und erläutere an ihnen die Gesetze der Induktion! [§ 305—310.]

484. [R. 1901.] Wie kann man mit 2 ineinanderpassenden Rollen aus isoliertem Kupferdraht, einer galvanischen Batterie und einem Galvanometer die Gesetze der elektrischen Induktion experimentell nachweisen? Wie lauten diese Gesetze? Wie ist der Versuch abzuändern, wenn man die Gesetze der durch Magnetismus hervorgerufenen Induktionselektrizität nachweisen will? Wie lauten letztere? [§ 305 bis 309.]

485. [R. 1904.] Ein Induktionsapparat (Funkeninduktor) ist in seiner einfachsten Gestalt durch Zeichnung und Text darzustellen. Auf welchen physikalischen Tat-

sachen beruht die Wirkungsweise desselben? Was ist der Zweck des Apparates, und welcher Art sind die von ihm abgenommenen Ströme? Zu welchen Versuchen lassen sich die letzteren verwenden? [§ 313, 306, 307, 312, 314.]

Übungen. a) Schalte unter Verwendung eines empfindlichen Galvanometers in den einen Zweig einer Wheatstoneschen Brücke eine Stromspule und stelle auf Verschwinden des Brückenstromes ein! Untersuche die Vorgänge durch Beobachtung des Galvanometers bei Schließen und Öffnen des die Brücke speisenden Stromes ohne und mit Eisenkern in der Spule! Erkläre die erhaltenen Ergebnisse! — b) Versuche die Lösung der Aufgaben 479 und 480 durch die physiologische Wirkung des Induktionsstromes! — c) Suche die Aufgabe 482 durch den Versuch zu lösen! — d) Versuche mit einem kleinen Funkeninduktor das Aufladen einer Leidener Flasche!

§ 314. Entladungserscheinungen in hochverdünnten Gasen. Kathodenstrahlen. Röntgenstrahlen. Radioaktive Strahlungen.

1. Sendet man durch ein verdünntes Gas, welches in einer Glasröhre eingeschlossen ist, mit Hilfe von Elektroden (Anode und Kathode, § 244b) den hochgespannten Sekundärstrom eines Induktoriums, so zeigt sich bei 15—10 mm Gasdruck ein (in gewöhnlicher Luft rotvioletter) Lichtfaden, der von der + Elektrode ausgeht und bis nahe an die Kathode reicht. Auf der Kathode sitzt fast punktförmig, wie in Luft von gewöhnlichem Druck, das negative Glimmlicht auf. Bei wachsender Verdünnung des Gases verbreitert sich der Lichtfaden mehr und mehr zum **positiven**, je nach der Gasart besonders **gefärbten Büschellicht**, das **negative Glimmlicht** umgibt die Kathode in 2—3 mm dicker Schicht; man erhält also schließlich die gewöhnliche Entladungserscheinung der Geißlerschen Röhre (§ 244b), die bis herab zu 2 und 1 mm Gasdruck ziemlich unverändert bleibt.

2. Bei Verdünnung des Gasinhaltes der Röhre unter 1 mm Druck verschwindet dann zunächst die positive Lichtgarbe mehr und mehr. Gleichzeitig nimmt das blaue Glimmlicht an Ausdehnung zu, erfüllt bei etwa 0,01 mm Druck fast die ganze Röhre und hat das positive Licht bis auf einen kleinen Rest an der Anode zurückgedrängt. Die das Füllgas kennzeichnende Färbung hat vollkommen aufgehört. Bei einer Verdünnung auf 0,001 mm Druck ist das positive und das Glimmlicht vollständig verschwunden. Dagegen geht senkrecht zur Kathodenoberfläche eine geradlinige, bei hoher Verdünnung unsichtbare Strahlung (die **Kathodenstrahlen**) aus, welche unter anderem eine Erwärmung und ein intensives Leuchten der Glaswand (Fluoreszenz, § 348) hervorruft und vom Magnet aus ihrer Richtung abgelenkt wird. Auch können durch auftreffende Kathodenstrahlen leicht bewegliche in der Röhre angebrachte Mühlrädchen in Drehung versetzt werden. Diese Erscheinungen wurden zuerst von Hittorf, dann von Crookes näher studiert (daher Hittorfsche oder Crookessche Röhren). Kathodenstrahlen ließ im Jahr 1894 und 1895 Lenard durch Aluminiumfolie von nur $\frac{1}{100}$ mm Dicke aus dem Innern des Entladungsrohrs in Luft austreten (**Lenardstrahlen**) und zeigte, daß sie negative Ladung führen und daher auch außerhalb des Rohres magnetisch ablenkbar bleiben, daß sie innerhalb wie außerhalb des Entla-

dungsrohres Körper von geringem spezifischem Gewicht zu durchdringen vermögen, von dichten Körpern, z. B. schweren Metallen, aufgehalten werden und photographisch wirksam sind.

Außer den Kathodenstrahlen beobachtet man bei hoher Luftverdünnung im Entladungsrohre noch Strahlen mit positiver Ladung, und zwar auf der der Anode abgewandten Seite einer siebartig durchlöcherten Kathode. Für diese von Goldstein i. J. 1886 entdeckten und als Kanalstrahlen bezeichneten Strahlen konnte i. J. 1898 W. Wien nachweisen, daß sie aus Atomen oder Atomgruppen des im Entladungsrohr enthaltenen Gases bestehen (s. w. u., 4).

3. Im gleichen Jahre 1895 entdeckte Röntgen, daß bei etwa 0,001 bis 0,0001 mm Druck erzeugte Kathodenstrahlen beim Auftreffen auf andere Körper (Glaswand, Platin) eine weitere Strahlung, die **Röntgenstrahlen**, hervorrufen, welche lebhafte Fluoreszenz erregen und photographisch wirksam sind. Auch wird die von Röntgenstrahlen durchdrungene Luft leitend, so daß ein geladenes Elektroskop fast augenblicklich entladen wird. Die Röntgenstrahlen zeigen aber selbst keine elektrische Ladung und sind auch nicht magnetisch ablenkbar. Jedoch sind in Übereinstimmung mit den Eigenschaften der Kathodenstrahlen und Lenardstrahlen die Schwermetalle, die Knochen des Menschen- und Tierkörpers für Röntgenstrahlen sehr wenig, dagegen Holz, Leder, Fleisch, überhaupt spezifisch leichte Körper in hohem Grade durchlässig. Erstere Stoffe liefern daher auf einem mit Baryumplatincyanür bestrichenen Fluoreszenzschirm ein Schattenbild (Abb. 344), welches dem Arzt besonders bei Knochenverletzungen wertvolle Dienste leistet. —

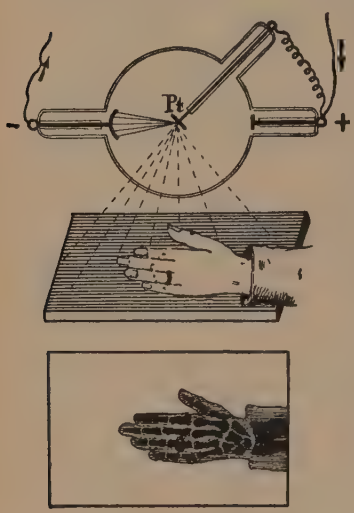


Abb. 344. Röntgenröhre.

Bei der jetzt meist verwendeten Form der Röntgenröhren werden die Röntgenstrahlen durch eine intensive Induktorentladung an einem Platinblech Pt, der sog. Antikathode, (Abb. 344) erzeugt, das von den Kathodenstrahlen getroffen wird.

4. Auf Grund von Versuchen über die Ablenkung von Kathodenstrahlen durch ein magnetisches und auch durch ein elektrisches Feld (1896—1899) ist festgestellt, daß diese Strahlen aus negativ geladenen kleinsten Elektrizitätsteilchen (Elektronen) mit einer Ladung von $4{,}774 \cdot 10^{-10}$ elektrostatischen Einheiten $= 1{,}591 \cdot 10^{-19}$ Coulomb bestehen (§ 228, 272). Die Elektronen werden mit großer Geschwindigkeit (bis $\frac{1}{3}$ Lichtgeschwindigkeit) von der Kathode fortgeschleudert. Ihre Masse ist zu rund $\frac{1}{2000}$ der Masse eines Wasserstoffatoms (kleinste bekannte Masse eines Grundstoffes) bestimmt worden.

Jedoch haben die Versuche zugleich ergeben, daß die Masse der Elektronen, deren Ladung man als unveränderlich ansehen muß, mit zunehmender Geschwindigkeit wächst. Man hat sich daher die Masse der Elektronen wenigstens zum Teil als bedingt durch die Selbstinduktion infolge ihrer raschen Bewegung im elektromagnetischen Felde zu denken, als sog. scheinbare oder elektromagnetische Masse (§ 419, 2). Auch Geschwindigkeit und Masse der vorwiegend positiv geladenen Kanalstrahlteilchen (s. Ziffer 2) konnte durch das gleiche Untersuchungsverfahren festgestellt werden, nämlich durch elektrische und magnetische Ablenkung, die sich aber schwächer und nach entgegengesetzter Richtung erfolgend ergab wie bei den Kathodenstrahlen. Die Geschwindigkeit beträgt $\frac{1}{200} - \frac{1}{300}$ Lichtgeschwindigkeit, die Masse ist gleich der ein- oder mehrfachen Atommasse des Füllgases der Entladungsröhre. Die Kanalstrahlteilchen erweisen sich also als Ionen, die Kathodenstrahlteilchen aber treten stets in gleicher Beschaffenheit auf, welche Stoffe auch ursprünglich das Entladungsrohr enthalten mochte; d. h.:

‖ *Die Elektronen sind ein wesentlicher Bestandteil aller Stoffe.*

Die Röntgenstrahlen erklärt man sich entstanden durch den Aufprall von Elektronen auf Körper, wobei ihre große Geschwindigkeit rasch vernichtet und eine wellenartig sich ausbreitende Störung (Bremsstrahlung) im Lichtäther hervorgerufen wird. Diese hat sich als Licht von der überaus kleinen Wellenlänge von $3 \cdot 10^{-8}$ mm (§ 353, 395) feststellen lassen. Zugleich erzeugt der Aufprall auch Eigenschwingungen im Elektronenverband des getroffenen Körpers (sekundäre Röntgenstrahlen), die für seinen molekularen Aufbau kennzeichnend sind (§ 404, 3 u. 415).

5. Im Jahre 1896 entdeckte Becquerel, daß die Uranverbindungen andauernd ohne besondere äußere Erregung Strahlen aussenden, welche, wie die Röntgenstrahlen, Fluoreszenz hervorrufen, auf photographische Platten einwirken, Metalle und andere Stoffe durchdringen und die Luft leitend machen. Ein geladenes Blättchenelektroskop wird infolgedessen entladen, wenn man ein Uranmineral in die Nähe des Knopfes bringt. Das Ehepaar Curie fand in der Folgezeit in der vorwiegend aus Uranoxyd bestehenden Pechblende (Hauptfundort Joachimstal in Böhmen) nach einer langwierigen Reihe von Auflösungs-, Umkristallisierungs- und Fällungsvorgängen in äußerst geringer Menge (im ganzen etwa 200 mg aus 1 t Pechblende) die neuen Grundstoffe, **Radium, Polonium** und **Aktinium**, welche diese Wirkungen besonders stark zeigen. Sie unterscheiden sich hauptsächlich durch ihr Atomgewicht, durch die Löslichkeit ihrer Salze in Wasser, durch die verschiedene Dauer ihrer Wirksamkeit und ihr Strahlungsverhalten. Da auch die seltenen Thoriumverbindungen ähnliche Eigenschaften aufweisen, nannte man alle diese Körper **radioaktive Stoffe** (Radium [Polonium], Aktinium, Thorium [Mesothorium, Radioblei]) und die von ihnen ausgehenden Wirkungen **Becquerelstrahlen.** Man fand, daß die Becquerelstrahlen aus drei verschiedenen **radioaktiven Strahlungen** bestehen, und zwar

a) aus **α-Strahlen,** welche durch Rutherford (1906) als positive, mit etwa $^1/_{12}$ Lichtgeschwindigkeit fortgeschleuderte Heliumatome mit doppelter Elementarladung erkannt wurden;

b) aus **β-Strahlen,** welche durch negative Elektronen, mit $^2/_3$ oder fast voller Lichtgeschwindigkeit ausgeschleudert, gebildet werden und alle Eigenschaften der Kathodenstrahlen aufweisen;

c) aus **γ-Strahlen,** welche das Verhalten sehr kräftiger Röntgenstrahlen zeigen und durch die Aussendung der α- und β-Strahlen hervorgerufen werden.

Die α- und β-Strahlen sind magnetisch, und zwar nach entgegengesetzten Seiten ablenkbar, die γ-Strahlen dagegen nicht. (Abb. 345 veranschaulicht diese Ablenkbarkeit durch ein starkes, senkrecht zur Zeichnungsebene von vorn nach hinten gerichtetes Magnetfeld. Die radioaktive Substanz befindet sich am Grunde der Höhlung eines dicken Bleiklotzes B.) Außerdem zeigen alle radioaktiven Stoffe eine etwas höhere Temperatur als ihre Umgebung, erzeugen also ständig Wärme. Endlich entwickeln Radium, Aktinium und Thorium chemisch vollkommen unwirksame Gase, die sog. **Emanationen,** welche sich auf benachbarten Körpern ablagern und diese vorübergehend selbst radioaktiv machen. Die Radiumemanation insbesondere wurde auch in der Bodenluft und in heißen Quellen nachgewiesen. Es entsteht aus ihr nach einiger Zeit Heliumgas, so daß man mit gewissem Recht vermutet, daß die radioaktiven Stoffe Substanzen sind, deren Moleküle in beständigem Zerfall begriffen sind. Bei diesem explosionsartigen Zerfall treten weitere radioaktive Stoffe von zum Teil nur sehr kurzer Lebensdauer auf, wobei gleichzeitig α- und β-Strahlen ausgesendet werden.

Abb. 345. Becquerelstrahlen.

Die Strahlungen der radioaktiven Stoffe erzeugen auf der Haut schwer heilende, das Zellgewebe zerstörende Wunden, werden aber auch zu Heilzwecken, insbesondere bei Krebs und Hautkrankheiten mit Erfolg verwendet. Die Heilwirkung vieler Thermalquellen, z. B. zu Bad Gastein, Pfäffers, Baden-Baden, ist auf ihren Gehalt an radioaktiven Stoffen zurückzuführen. Auch die elektrische Ladung der atmosphärischen Luft ist wahrscheinlich zum größten Teil durch die in der Erde vorhandenen radioaktiven Stoffe verursacht.

6. Ionen in Gasen. Lichtelektrischer Effekt. Schon in § 228 wurde ein Versuch über das Auftreten von Ionen in Flammengasen beschrieben und darauf die **elektrische Leitung der Flammengase** zurückgeführt. Zum Nachweis der Leitfähigkeit kann man auch in den Saum der Flamme eines Bunsenbrenners 2 Elektroden aus Platin EE einführen und sie unter Einschaltung eines empfindlichen Galvanometers G mit einer Stromquelle BB verbinden (Abb. 345a). Das Galvanometer zeigt einen Strom an, der beträchtlich an Stärke zunimmt, wenn man mittels

einer Kochsalzperle gelbleuchtenden Natriumdampf (+ Na-Ionen) an die Kathode gelangen läßt.

Daß Röntgenstrahlen (oder auch die Strahlungen radioaktiver Stoffe) die Luft leitend machen (s. dieser §, Ziffer 3, 5) läßt sich mit einer ähnlichen Versuchsanordnung zeigen, wobei man nur die Elektroden (Abb. 345 a) durch 2 größere, isoliert aufgestellte Metallplatten im Abstand von einigen cm ersetzt. Läßt man die Luft zwischen den Platten durchstrahlen (wobei Induktionswirkungen von seiten der Röntgenröhre und des Induktors durch einen großen mit Öffnung versehenen und geerdeten Metallschirm abgehalten werden müssen), so zeigt das Galvanometer sofort einen Strom an. Überraschend wirkt, daß die Stromstärke zunimmt, wenn man die Platten voneinander entfernt. Es bilden sich nämlich um so mehr Ionen, je größer die der ionisierenden Wirkung ausgesetzte Luftmenge ist.

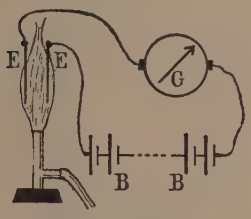


Abb. 345 a. Leitfähigkeit der Flammengase.

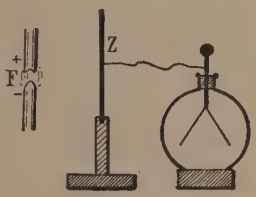


Abb. 345 b. Lichtelektrischer Effekt.

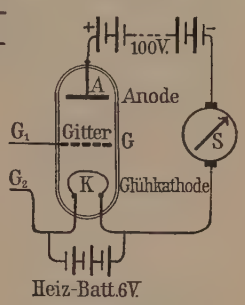


Abb. 345 c. Elektronenröhre.

Läßt man ferner durch den unsichtbaren Teil eines Dampfstrahles zwischen eingeführten Elektroden Funken (etwa mit einer Influenzmaschine erzeugt) hindurchschlagen, so bildet sich sofort ein Nebel. Denn die durch den Funken hervorgerufenen Luftionen wirken als Kondensationskerne für den Dampf. Durch solche Kondensationswirkungen von Luftionen konnte Wilson (Cambridge 1912) die Bahnen von α-Strahlen, die eine starke Ionisation der Luft erzeugen, sichtbar machen.

Der Elektronenaustritt aus weißglühenden Körpern wurde durch einen Versuch in § 228 gezeigt. Elektronen werden aber auch ausgetrieben, wenn man auf eine isoliert aufgestellte, frisch abgeschmirgelte Zinkplatte Z das kurzwellige (ultraviolette) Licht eines Davyschen Flammenbogens F oder auch Röntgen- oder γ-Strahlen fallen läßt (Abb. 345 b). Die Zinkplatte und ein damit verbundenes Blättchenelektroskop ladet sich positiv auf (**lichtelektrischer** oder **Hallwachseffekt**, 1888). Die Ladung nimmt mit wachsender Stärke der Bestrahlung zu.

Bei der **Elektronenröhre** (Abb. 345 c) erhitzt man im äußersten Vakuum einen Wolframdraht (Glühkathode K) zur Weißglut. Der dabei stattfindende Elektronenaustritt (vgl. § 228) kann bei seinem Übergang von K nach G als schwacher Strom an einem zwischen G_1 und G_2 eingeschalteten Galvanometer nachgewiesen werden. Legt man aber eine Stromquelle von 100 Volt unter Einschaltung eines Galvanometers S zwischen Anode A und Glühkathode K, wobei der + Pol an A liegt,

so werden die Elektronen nach A hingezogen und man erhält einen viel stärkeren Strom wie vorhin. Der Strom bleibt aber wegen Abstoßung der Elektronen aus, wenn die Stromquelle von 100 Volt mit ihrem — Pol an A liegt. Legt man noch an das Gitter G bei G_1 eine schwache Spannung von einigen Volt, so wird der Elektronenstrom beträchtlich verstärkt, wenn die am Gitter liegende Spannung +, dagegen abgeschwächt, wenn sie — ist. Das Gitter wirkt also wie ein Ventil. Eine zwischen G_1 und G_2 wirksame Wechselspannung verstärkt und schwächt abwechselnd den Strom im Anodenkreis ASK. Die Elektronenröhre kann somit zur Verstärkung schwacher Wechselstöme (z. B. beim Fernsprecher) dienen und wird daher jetzt bei der drahtlosen Telegraphie und Telephonie (§ 315, 4) überaus häufig angewendet.

§ 315. **Elektrische Schwingungen und Wellen. Telegraphie ohne Draht.** Obwohl alle nachfolgend beschriebenen Versuche auch mit Influenzmaschinen ausführbar sind, ist doch die Anwendung eines Funkeninduktors wegen der viel bedeutenderen zur Verfügung stehenden Elektrizitätsmengen bei weitem vorzuziehen.

1. Werden die Belege eines Kondensators (Franklinsche Tafel, Leidener Flasche) mittels eines Funkeninduktors zu einer hohen Spannungsdifferenz aufgeladen und über eine kurze Funkenstrecke und gut leitende Strombahn entladen, so erhält man als besondere Form des Spannungsausgleichs eine oszillierende Entladung (§ 237). Wegen der Selbstinduktion der Strombahn (§ 312) und der besonders großen Änderungsgeschwindigkeit der Entladungsstromstärke (§ 308) infolge des geringen Leitungswiderstandes tritt nämlich eine so bedeutende entgegengesetzt gerichtete elektromotorische Kraft der Selbstinduktion auf, daß die Belege des Kondensators sich umgekehrt wie zuerst laden und der Entladungsvorgang nur mit veränderter Stromrichtung sich mehrmals wiederholt. Der so entstehende Wechselstrom unterscheidet sich jedoch von den gewöhnlichen, durch Wechselstrommaschinen (§ 317, 3) erzeugten Wechselströmen niederer Frequenz (= Anzahl der Stromrichtungswechsel in 1 sec) zunächst durch ihre äußerst hohe Wechselzahl (Hunderttausende bis Millionen Wechsel in 1 sec), weshalb man sie Hochfrequenzwechselströme oder elektrische Schwingungen nennt. Die Wechselzahl nimmt ab mit Vergrößerung von Kapazität des Kondensators und Selbstinduktion der Entladungsbahn (größere Anzahl von Drahtwindungen). Da außerdem infolge der auftretenden Stromwärme in Leitung und Funkenstrecke bei jeder Neuaufladung der Kondensatorbelege die Spannungsdifferenz sich verringert, stellt sich der zeitliche Verlauf der elektrischen Schwingung nicht durch eine gleichmäßige hohe Wellenlinie dar wie in Abb. 343β, sondern durch eine solche mit abnehmender Wellenhöhe wie in Abb. 346. Da die durch genannte Ur-

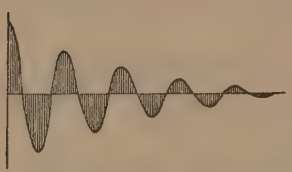


Abb. 346. Zeitlicher Verlauf einer elektrischen Schwingung.

sachen bedingte Abnahme der aufeinanderfolgenden Höchstwerte von Stromstärke oder Spannung als Dämpfung der Schwingungen bezeichnet wird, nennt man die nach Abb. 346 verlaufenden Wechselströme hoher Frequenz gedämpfte elektrische Schwingungen.

2. Indem Heinrich Hertz[1]) (1888—1890) bei seinen grundlegenden Versuchen über elektrische Schwingungen die Kondensatorbelege durch Metallplatten oder Metallstäbe mit zwischenliegender Funkenstrecke ersetzte, also die Kapazität und Selbstinduktion seines Schwingungserregers sehr klein machte, konnte er die Wechselzahl auf 100, ja 1000 Millionen erhöhen, so daß die **Wellenlängen** der elektrischen Schwingungen, d. h. die Strecken, um welche die elektrische Störung in der Zeitdauer einer Schwingung längs eines Drahtes oder in der Luft fortschreitet, nur wenige m bzw. cm betrug. So brachte er z. B. ein Paar dicke Metallstäbe mit zwischenliegender Funkenstrecke in die Brennlinie eines großen Parabolspiegels aus Metallblech (Abb. 347a links; der in der Abbildung gezeichnete, in Wirklichkeit nicht vorhandene Ausschnitt in der Metallfläche der Spiegel soll nur die Anordnung des Erregers und Empfängers kenntlich machen). Durch Aufladung der Metallstäbe mittels eines Funkeninduktors wird eine elektrische Schwingung erzeugt. Die dadurch im umgebenden Isolator (Luft) und im Lichtäther entstehenden wellenartigen Störungen (**elektrische Wellen**) gehen, von der Metallwand des Parabolspiegels zurückgeworfen, als ein paralleles Bündel **elektrischer Strahlen** in den Raum hinaus. Fängt man diese elektrischen Strahlen mit einem zweiten gleich großen Parabolspiegel (Abb. 347a rechts) auf, so werden sie wiederum von dessen Metallwand zurückgeworfen und in der Brennlinie vereinigt. Dort werden sie von zwei in der Brennlinie angeordneten Drähten aufgenommen und zu einer kleinen Funkenstrecke [oder auch zu einem Kohärer wie bei Marconis Empfangsstation (s. diesen §, Ziff. 4)] geführt und durch das Auftreten kleiner Funken (oder das Ansprechen des Kohärers) nachweisbar.

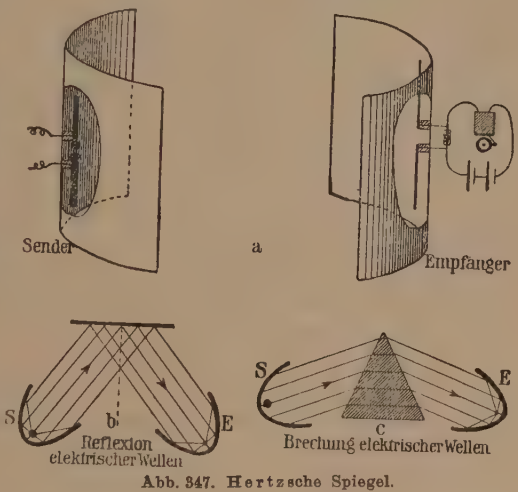


Abb. 347. Hertzsche Spiegel.

1) Hertz (1857—1894), zuletzt Professor in Bonn, bewies durch glänzende Experimente, daß die Ausbreitung elektrischer Störungen durch eine Wellenbewegung des Äthers erfolgt, welche in ihrem Verhalten mit den Lichtwellen übereinstimmt. Er bestätigte so die von Maxwell gefundenen theoretischen Resultate durch das Experiment.

Das Bündel elektrischer Strahlen, welches vom Erregerspiegel ausgeht, kann von einer ebenen Metallwand wie Licht von einem Spiegel zurückgeworfen und von einem großen Prisma aus Paraffin oder Pech aus der Richtung abgelenkt, d. h. gebrochen werden und zeigt überhaupt alle Erscheinungen, wie sie auch für Lichtstrahlen bekannt sind, also Reflexion, Abb. 347b, Brechung, Abb. 347c, Polarisation, Beugung (§ 356, 369, 404, 405). Die elektrischen Wellen unterscheiden sich nur durch ihre bedeutend größere Wellenlänge (von vielen km bis herab zu 3 mm) von den Lichtwellen (800—300 Milliontel mm).

Im Jahre 1894 hat (der jetzt in Amerika lebende ungarische Elektrotechniker) Nikolaus Tesla durch einen sog. Tesla-Transformator, der nur 10—20 dickdrähtige Windungen als Primärspule und etwa 500—1000 Windungen dünneren Drahtes als Sekundärspule enthält, die oszillierende Flaschenentladung auf hohe Spannung transformiert und so Ströme hoher Wechselzahl (10^5 bis 3.10^5 in 1 sec) und zugleich hoher Spannung erhalten. Diese als **Teslaströme** bezeichneten Hochfrequenzströme hoher Spannung zeigen bemerkenswerte Büschelentladungen auf der ganzen Länge der Leitungsbahn. Sie liefern auch durch das in der Umgebung der Strombahn auftretende Hochfrequenzfeld infolge Induktion ohne Anwendung von Elektroden in verdünnten Gasen schöne Leuchterscheinungen, die aber nicht die erhoffte praktische Anwendung zu Beleuchtungszwecken erfahren haben. Auffallend ist noch, daß die Teslaströme wie übrigens alle Hochfrequenzströme, nicht physiologisch wirksam sind, da sie zufolge einer Wirkung der Selbstinduktion nicht im Inneren, sondern nur an der Oberfläche der Leiter verlaufen.

Mit den wellenartigen elektrischen Störungen breiten sich zugleich mit derselben Schwingungsdauer, Wellenlänge und Geschwindigkeit zu ihnen stets senkrechte **magnetische Wellen** aus, die Hertz 1891 durch leicht beweglich aufgehängte Drahtkreise nachweisen konnte. Bei allen diesen Erscheinungen hat man es also in Wirklichkeit mit **elektromagnetischen Wellen** zu tun.

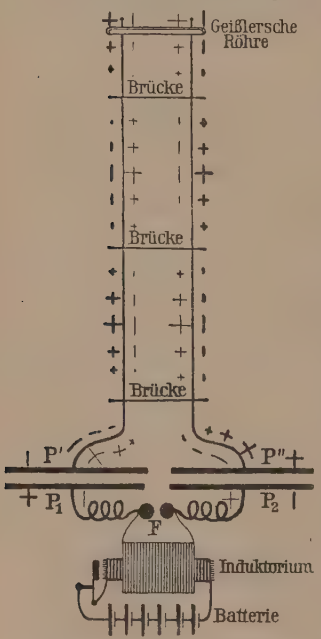


Abb. 348. Stehende elektrische Wellen (Anordnung von Lecher).

3. Elektrische Wellen kann man auch, wie ebenfalls Hertz zeigte, längs Drähten fortleiten, wobei sie am Ende des Drahtes zurückgeworfen werden und durch Interferenz mit den nach dem Ende hinlaufenden Störungen zu **stehenden elektrischen Wellen** (§ 328, 329) Veranlassung geben, deren Wellenlänge man genau messen kann. Eine hierfür geeignete Versuchsanordnung hat Lecher angegeben (Abb. 348). Es sind dabei zweien in einer Ebene liegenden Metallplatten P_1, P_2 (in der Abbildung im Schnitt gezeichnet) mit Funkenstrecke F eines Schwingungskreises zwei andere Platten P′ P″ parallel gestellt und an letztere zwei parallele, einige m lange Drähte angeschlossen. (Die beiden Plattenpaare können auch durch die Innen- bzw. Außenbelege zweier Leidener Flaschen

gebildet werden.) Die bei elektrischer Erregung in dem Schwingungskreis P_1FP_2 auftretenden Wechselspannungen induzieren im gleichen Zeitmaß Wechselspannungen in den Platten P′ und P″, welche sich längs der Drähte mit Lichtgeschwindigkeit [$= 3.10^{10}$ cm sec^{-1}] fortpflanzen. Infolge der Reflexion am Ende bilden sich stehende Wellen derart, daß an mehreren gegenüberliegenden Stellen beider Drähte kleinste Spannungsschwankungen (Knoten), in der Mitte zwischen diesen größte Spannungsänderungen (Schwingungsbäuche) auftreten. (In Abb. 348 sind die längs der Drähte zu gleicher Zeit vorhandenen Spannungen für zwei um die halbe Schwingungsdauer verschiedene Augenblicke durch dick- bzw. dünngezeichnete $\pm$ Zeichen sowie die an einer Stelle auftretenden Spannungsbeträge durch die Größe der Vorzeichen zur Anschauung gebracht.) Legt man nun über die isoliert befestigten Enden der Paralleldrähte eine elektrodenlose Geißlersche Röhre (am besten mit verdünntem Helium oder Neon gefüllt), so leuchtet der Gasinhalt der Röhre auf. Das Leuchten bleibt (fast) unvermindert, wenn die Stellen der Schwingungsknoten mit einem Draht überbrückt werden, da hier ständig (nahezu) die Spannung Null herrscht. Legt man aber die Drahtbrücke über eine beliebige andere Stelle der Paralleldrähte, so erlischt die Röhre, da sich jetzt die dort herrschenden größeren $\pm$ Spannungen ausgleichen und dadurch die ganze weitere Ausbreitung der elektrischen Wellen gestört wird. Der Abstand benachbarter Drahtbrücken ist die halbe Wellenlänge der an den Drähten entlang laufenden elektrischen Wellen. Die Schwingungszahl n der elektrischen Schwingungen kann dann aus der Wellenlänge λ und der Fortpflanzungsgeschwindigkeit $v = 3.10^{10}$ cm sec^{-1} der elektrischen Störungen bestimmt werden gemäß der Gleichung $3.10^{10} = n \cdot \lambda$ (§ 325). — Je größer die Platten P_1 P_2 des Schwingungskreises, also ihre Kapazität, sowie die Selbstinduktion der Entladungsbahn (durch Einschalten mehrerer Drahtwindungen) gemacht wird, desto größer ergibt sich die halbe Wellenlänge der längs der Drähte sich ausbildenden stehenden elektrischen Wellen, also der Abstand der auf den Drähten auflegbaren Drahtbrücken.

4. Bei der **Telegraphie ohne Draht (Funkentelegraphie)** ladet man die beiden Belege eines Kondensators K mit einem Funkeninduktor J zu hohen Spannungen und läßt sie über eine dickdrähtige, aus wenigen Windungen bestehende Entladungsbahn BB in einer kurzen Funkenstrecke S sich entladen (Abb. 349). Den Kondensator K samt Entladungsbahn BB und Funkenstrecke S bezeichnet man gewöhnlich als Thomsonschen Schwingungskreis; er dient als elektrischer Wellensender.

Diese im Schwingungskreis erregten **elektrischen Schwingungen** und die dadurch im Lichtäther hervorgerufenen **elektrischen Wellen** benützte Marconi 1896 zum Telegraphieren zwischen zwei Stationen ohne Anwendung eines Leitungsdrahtes. Als Empfänger für die elektrischen Wellen (Detektor, lat. = Entdecker) dient der von Branly 1890 an-

gegebene **Kohärer** (**Frittröhre** F, lat. cohaerere = zusammenhängen), welcher in einer Glasröhre Metallspäne in loser Berührung enthält. Der zunächst sehr große Widerstand der Späne sinkt auf wenige Ω herab, wenn elektrische Wellen auf die Metallspäne treffen. Man nimmt an, daß die elektrischen Schwingungen winzige Fünkchen hervorrufen, welche die Späne zusammenschweißen. Ein in den Kohärerstromkreis eingeschaltetes Läutewerk L tönt daher so lange, bis ein kurzer Schlag auf den Kohärer die Metallspäne wieder trennt. — Beim Telegraphieren ruft man in einem Thomsonschen Schwingungskreis (dem **Sender**) im Zeitmaß der Morsezeichen eine oszillierende Funkenentladung hervor, wodurch von einem an den Schwingungskreis angeschlossenen hochgeführten Draht, der Antenne, nach allen Richtungen elektrische Wellen ausgestrahlt werden. Als **Empfänger** dieser Wellen dient ein mit einer Empfangsantenne verbundener Kohärer, dessen Stromkreis anstatt des Läutewerks ein Relais in Verbindung mit einem Morseapparat zum Niederschreiben der Depesche enthält Der Relaishebel

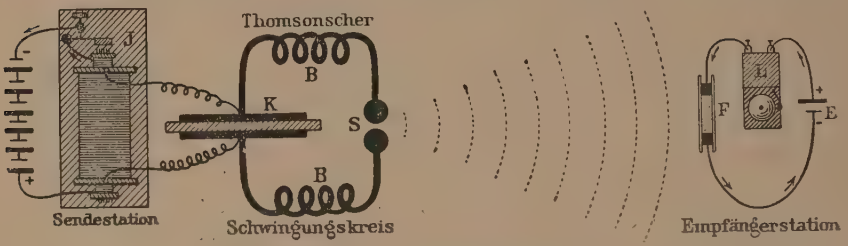


Abb. 349. Grundversuch zur Telegraphie ohne Draht.

bleibt so lange angezogen, bis der Kohärer durch einen Schlag wieder in schlecht leitenden Zustand versetzt und für Aufnahme neu ankommender Wellen empfänglich gemacht wird, was selbsttätig durch einen Wagnerschen Hammer geschieht. — Abb. 350a zeigt die mit einfachen Mitteln zusammenstellbaren Anordnungen von Sende- und Empfangsstation mit Kohärer und Schreibapparat. Die Stationen arbeiten am besten, wenn sie nach F. Braun († 1918) bezüglich ihrer Schwingungskreise und Antennen auf die gleiche Wellenlänge, d. h. auf elektrische Resonanz abgestimmt sind (vgl. die entsprechenden akustischen Anordnungen § 335).

Wegen der vielen Störungen, welche bei Anwendung des Kohärers auftreten, wurde in der Folgezeit der Empfang mittels Detektoren, die einen losen Kontakt zwischen Bleiglanz, Molybdänglanz oder Rotzinkerz und Metall enthalten, unter Benützung des Telephons zum Abhören der Morsezeichen ausgeführt. Wenn man dann außerdem die Primärspule des Induktoriums der Sendestation, anstatt mit Gleichstrom und Unterbrecher, mit Wechselstrom von 500 bis 1000 Schwingungen in 1 Sek. speist, so entsteht im Thomsonschen Schwingungskreis der Sendestation eine dementsprechende rasche Folge von gedämpften elektrischen Schwingungen

nach Art der Abb. 346. An dem in den Detektorkreis der Empfangstation eingeschalteten Telephon wird dann ein musikalischer Ton an Stelle eines Geräusches im Zeitmaß der Morsezeichen gehört. Wenn man verschiedene Sendestationen mit unterschiedlicher Wechselstromfrequenz betreibt, können diese Stationen an der Empfangsstation durch die im Telephon gehörte Tonhöhe erkannt werden (drahtlose Telegraphie mit tönenden Funken).

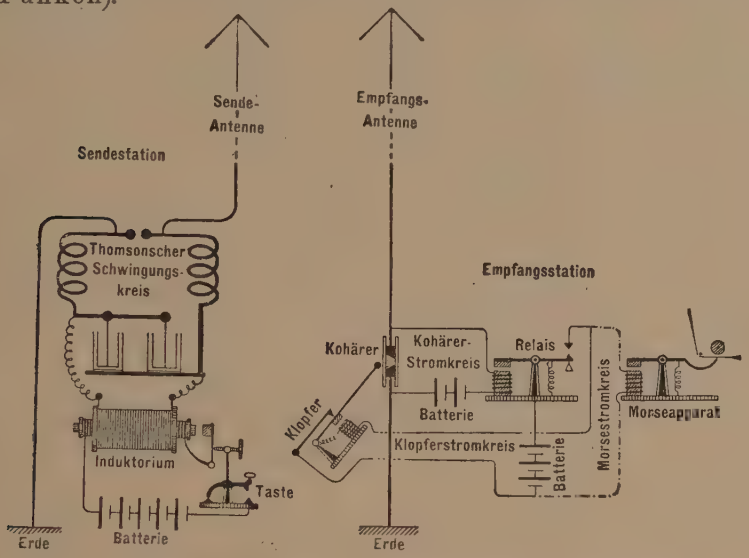


Abb. 350a. Anordnung einer Sende- und Empfangsstation mit Schreibempfang.

Da die Abstimmschärfe von Sende- und Empfangstation bei Anwendung gedämpfter elektrischer Wellen nur mäßig ist, war es ein großer Fortschritt, daß es dem Dänen Poulsen i. J. 1906 durch Benützung eines mit Gleichstrom von 200—600 Volt gespeisten Davyschen Flammenbogens (§ 302) anstatt der Funkenstrecke und des Induktors im Thomsonschen Schwingungskreis gelang, ungedämpfte Schwingungen (Abb. 343β) mit den für drahtlose Telegraphie notwendigen Schwingungszahlen zu erzeugen. Das Poulsensche Verfahren hat jedoch, obwohl es günstigste Abstimmung entsprechend dem akustischen Resonanzversuch (§ 335) ermöglicht, den Nachteil, daß die Schwingungen des Senders mit nur geringer Stärke hervorgerufen und daher nur mäßige Reichweiten erzielt werden können. — Starke elektrische Schwingungen, die allerdings nicht ungedämpft, sondern nur sehr schwach gedämpft waren, lehrte M. Wien i. J. 1908 erzeugen durch Anwendung einer sog. Löschfunkenstrecke, d. h. einer Funkenstrecke von nur wenigen Zehntelmillimeter Länge an Stelle der Funkenstrecken mit größerem Elektrodenabstand, wodurch neben großer Reichweite auch recht gute Abstimmung möglich wird (drahtlose Telegraphie mit tönenden Löschfunken).

In neuester Zeit ist es durch Benützung der sog. Elektronenröhren (Lieben 1913, de Forest 1914, § 314, 6) gelungen, vollkommen ungedämpfte elektrische Schwingungen von großer Gleichmäßigkeit zu erzeugen. Eine Hochspannungsgleichstromquelle von 600—5000 Volt ruft eine oszillierende Entladung in einem Thomsonschen Schwingungskreis hervor. An diesen ist nach einer der vielen Schaltungsmöglichkeiten (Abb. 350 b) eine Elektronenröhre und ein Gitterkreis angeschlossen, der durch die wachsende Aufladung des Gitters die oszillierende Entladung im Hauptkreis ständig wieder anregt. Elektronenröhren von kleineren Ausmaßen können dann zweckmäßig an der Empfangsstation auch

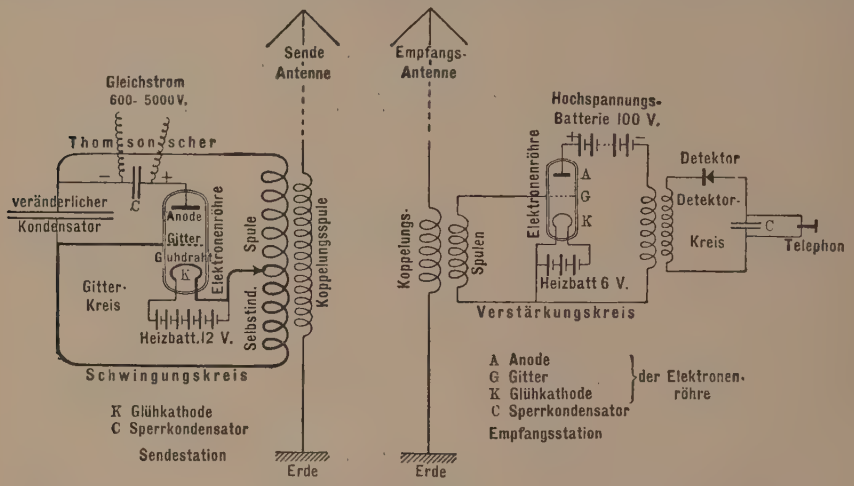


Abb. 350 b. Anordnung von Sende- und Empfangsstation mit Hörempfang für ungedämpfte Wellen.

zur Verstärkung der Lautwirkung am Telephon als Verstärkerröhren dienen (Abb. 350 b, rechts). Auch Wechselstrommaschinen mit einer Mindestfrequenz von 100000 Schwingungen in 1 Sek. werden zur Erzeugung ungedämpfter Schwingungen insbesondere für Großstationen (Nauen, Eilvese) verwendet. — Wird der mittels eines verschiebbaren Kontaktes passend einstellbare Gitterkreis der Sendestation (in Abb. 350 b stark angezogen) durch die Sekundärspule des Induktionsapparates eines Mikrophonstromkreises induziert, so kann die Sendeanordnung zu drahtloser Telephonie (wie beim Rundfunk) benützt werden. Die durch ein Mikrophon (§ 321) erzeugten Sprechströme lagern sich (ähnlich wie bei der sprechenden Bogenlampe § 321) über die ungedämpften Schwingungen des Thomsonschen Kreises. An der Empfangsstation kann man dann je nach ihrer Entfernung von der Sendestelle das Gespräch entweder einfach mit Detektorkreis oder mit Benutzung eines Verstärkerkreises (wie in Abb. 350 b, rechts) am Telephon abhören. Anstatt eines Detektors läßt sich auch die viel empfindlichere Elektronenröhre (dann Audion genannt) als Wellenempfänger verwenden.

§ 316. **Magnetelektrische Maschine.** Bei den **magnetelektrischen Maschinen** (Pixii 1832, Stöhrer 1844, Siemens 1857) erzeugt man elektrische Ströme durch Induktion dadurch, daß man einen mit Induktionsspulen besetzten Anker aus weichem Eisen möglichst nahe an den Polen eines oder mehrerer kräftiger Stahlmagnete vorbeibewegt. Die elektromotorische Kraft der Induktion wächst mit der Drehungsgeschwindigkeit des Ankers und mit der Zahl der Drahtwindungen seiner Spulen (§ 308). Bei Verwendung nur eines Stahlmagneten M und eines mit zwei Induktionsspulen besetzten hufeisenförmigen Ankers A (Abb. 351) wechselt der Induktionsstrom seine Richtung, wenn die Schenkel des umlaufenden Ankers den Magnetpolen gerade gegenüberliegen. Man kann nun die Enden der induzierten Leitung mit zwei auf der Drehungsachse des Ankers isoliert angebrachten **Metallringen** R_1, R_2 verbinden (Abb. 351 a, c). Nimmt man dann die Induktionsströme von diesen Ringen durch federnde Metallbürsten B_1, B_2 ab, so gehen sie als **Wechselstrom** (Abb. 343 β) in eine an die Bürsten angeschlossene Nutzleitung N, N über. Verbindet man aber die Enden der induzierten Leitung mit zwei auf der Drehungsachse isoliert angebrachten metallenen **Halbringen** H_1, H_2 (**Kommutator**, Abb. 351 b, d und Abb. 273 a, b), so gelangen die Induktionsströme gleichgerichtet, als **Gleichstrom**, in die äußere Leitung. Die stromabnehmenden Bürsten B'_1, B'_2 müssen dann gerade beim Wechsel der Stromrichtung vom einen Halbring auf den anderen übergehen.

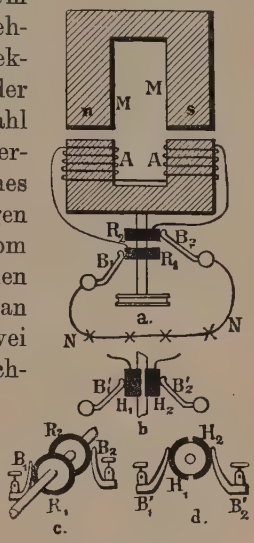


Abb. 351. Magnetelektrische Maschine.

Siemens[1]) verbesserte den rotierenden Anker der magnetelektrischen Maschine durch Verwendung eines zylindrischen Ankerkerns mit zwei Längsrinnen zur Aufnahme der Induktionsspule (Siemensscher Doppel-T-Anker, Abb. 351 a) Der Siemenssche Anker gestattet, neben größerer Annäherung an die induzierenden Magnetpole, längere Drahtstrecken der Induktionswirkung auszusetzen. — Jede rechteckige Drahtwindung eines solchen umlaufenden Ankers bewegt sich in einem homogenen Magnetfeld (Abb. 352). Der Induktionsstrom wechselt nach der Maxwellschen Regel in dem Augenblick seine Richtung, wo das Drahtviereck mit seiner

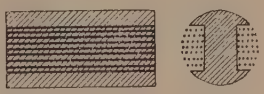


Abb. 351 a. Siemensscher Doppel-T-Anker

1) Siemens (1816—1892), war zunächst Artillerieoffizier, gründete aber dann 1847 zusammen mit dem Mechaniker Halske eine Telegraphenbauanstalt in Berlin, die bald durch ihre Erzeugnisse einen Weltruf erlangte. Durch Erfindung der Dynamomaschine wurde die Firma Siemens & Halske das bedeutendste elektrotechnische Geschäft der Welt.

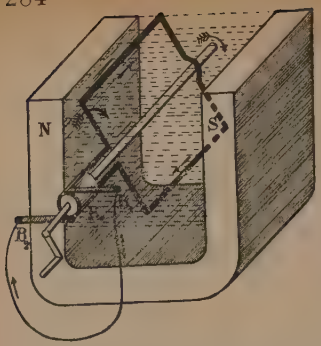


Abb. 352. Induktion in einer Leiterschleife des Siemensschen Ankers.

Ebene senkrecht zu den Kraftlinien steht. Zugleich müssen bei Erzeugung von Gleichstrom die Bürsten B_1 und B_2 von einem Halbring des Kommutators K auf den andern übergehen.

Derartige mit vielen Stahlmagneten versehene Maschinen dienten geraume Zeit zur Erzeugung von starken Strömen für elektrische Beleuchtung. — Kleine magnetelektrische Maschinen mit Siemensschem Anker sind jetzt noch zum Anruf an Fernsprechstationen in Verwendung.

Die magnetelektrische Maschine ist auch umkehrbar und wurde früher als elektromagnetischer Motor verwendet. Sendet man nämlich einen elektrischen Strom durch die Ankerwickelung, so kommt infolge der Magnetisierung des Ankerkernes der Anker im Magnetfelde des Magneten in Drehung.

§ 317. **Dynamoelektrische Maschine.** Die aus der magnetelektrischen Maschine hervorgegangene **dynamoelektrische Maschine** (Siemens 1867) besteht:

a) aus einem **feststehenden Elektromagnet** mit gußeisernem oder stählernem Kern;

b) aus dem **drehbaren Anker (Induktor)**, der mit einer geraden Anzahl von Induktionsspulen bewickelt ist. Der Kern des Ankers besteht zur Erzielung kräftiger Magnetisierung und zur Vermeidung von Wirbelströmen (§ 311), welche die Induktion in den Ankerspulen stören, aus dünnen, voneinander isolierten Weicheisenblechscheiben;

c) aus dem **Kollektor**, von welchem die bei Drehung des Ankers entstehenden Induktionsströme durch federnde Metallbürsten in die äußere Leitung (Nutzleitung) übergeführt werden.

Da nach vorhergegangener Magnetisierung der Kern des Elektromagneten remanenten Magnetismus besitzt, entstehen bei Drehung des Ankers zunächst schwache Induktionsströme in den Ankerspulen. Diese Ströme werden sowohl durch die Nutzleitung als auch durch die Drahtwindungen des Elektromagneten geführt und somit zur Verstärkung von dessen Magnetismus verwendet. Auf diese Weise tritt **Selbsterregung** und so lange **wechselseitige Steigerung von Magnetismus und Induktion** ein (dynamoelektrisches Prinzip von Siemens), bis die Maschine ihre für die gegebene Drehungsgeschwindigkeit höchste Leistung liefert. — Mittels Dynamomaschinen erzeugt man heutzutage die für die elektrische Beleuchtung, Kraftübertragung usw. benötigten starken elektrischen Ströme.

Anmerkung. **Wechselstrom- und Gleichstromkollektor.** Besteht der Kollektor einer Dynamomaschine aus zwei isoliert auf der Drehungs-

achse des Ankers angebrachten **Metallringen** (R_1, R_2 Abb. 353a), so liefert die Maschine **Wechselstrom**. Der von den Bürsten B_1, B_2 abgenommene Strom wechselt bei jeder Umdrehung des Ankers einmal (bei Vorhandensein von mehr als einem Elektromagnetpolpaar mehrmals) seine Richtung. Besteht der Kollektor aber nach Maßgabe der Zahl der Ankerspulen aus **isolierten Metallstreifen** (Abb. 353b), welche parallel der Drehungsachse des Ankers auf einem Zylinder aus Isoliermaterial befestigt sind, so werden die Induktionsströme gleichgerichtet und als **Gleichstrom** in die Nutzleitung übergeführt. Der Kollektor heißt daher auch Kommutator.

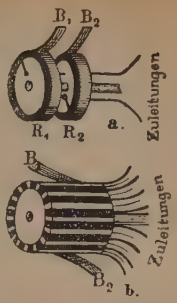


Abb. 353. Wechselstrom- und Gleichstromkollektor.

§ 318. **Dynamomaschinen mit Trommelanker und Ringanker. Wechselstrommaschine.** Der **Anker** der Dynamomaschinen ist entweder ein Siemensscher (auch Hefner-Alteneckscher) **Trommelanker** (1872) oder ein Grammescher **Ringanker** [Pacinotti 1860, Gramme[1]) 1871]. Über den Ankerkern, welcher stets aus dünnen, von einander isolierten Scheiben aus weichstem Schmiedeeisen besteht, ist eine gerade Anzahl von Induktionsspulen gewikkelt (Abb. 354a zeigt die Art der Wickelung einer Spule für den Trommelanker, Abb. 354b für den Ringinduktor). Alle Verbindungsstellen aufeinanderfolgender Spulen, welche insgesamt eine in sich geschlossene Leitung bilden, sind mit je einem Metallstreifen des Gleichstromkollektors verbunden.

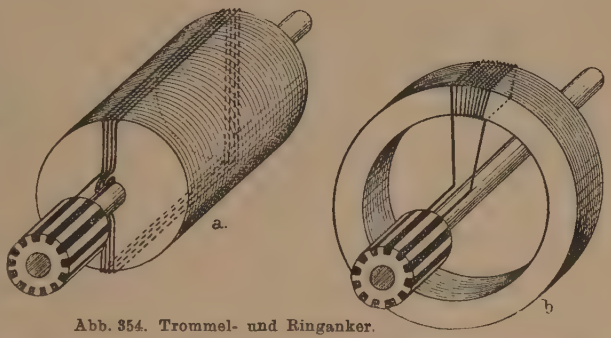


Abb. 354. Trommel- und Ringanker.

1. Zum Verständnis der Wirkungsweise einer Siemensschen **Dynamomaschine mit Trommelanker** denke man sich eine der rechteckigen Drahtspulen D des Ankers (Abb. 355) in einem kräftigen Magnetfeld NS gedreht. Die Enden der Spulen seien mit zwei voneinander isolierten Halbringen K′ (entsprechend 2 diametralen Metallstreifen des Gleichstromkollektors) verbunden. An die am Kollektor K′ schleifenden Bürsten BB′ sei ein Galvanoskop G angeschaltet. Dann zeigt das Galvanoskop G für jede halbe Drehung der Spule wie bei Abb. 352 (§ 316) einen Induktionsstrom von gleicher Richtung an. Dabei müssen aber die den Strom

1) Der Elektrotechniker Gramme (1826—1901) in Paris erfand den Ringanker, ohne von der Konstruktion Pacinottis Kenntnis zu haben.

aus dem Kollektor K′ abnehmenden Bürsten BB′ in dem Augenblick von einem Halbring auf den anderen übergehen, in welchem der Induktionsstrom seine Richtung wechseln würde, die Spule also mit ihrer Windungsebene senkrecht zu den Kraftlinien des Magnetfeldes NS steht. Die beiden Halbringe wirken also als Stromwender **(Kommutator)** für den bei der zweiten halben Umdrehung induzierten Strom. Eine gleichmäßige Drehung der Spule D im Magnetfeld liefert nunmehr einen Strom von stets gleicher Richtung, der eine dauernde Ablenkung am Galvanoskop hervorbringt. — Würde man das Innere der Spule D mit weichem Schmiedeeisen ausfüllen, so würden dadurch die Kraftlinien des Magnetfeldes konzentriert, und die Induktionswirkung wäre bedeutend kräftiger.

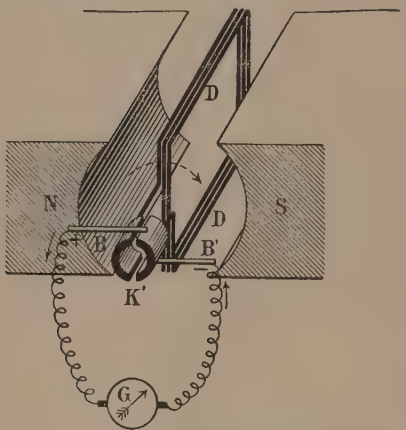


Abb. 355 Induktion in einer Drahtspule eines Trommelankers.

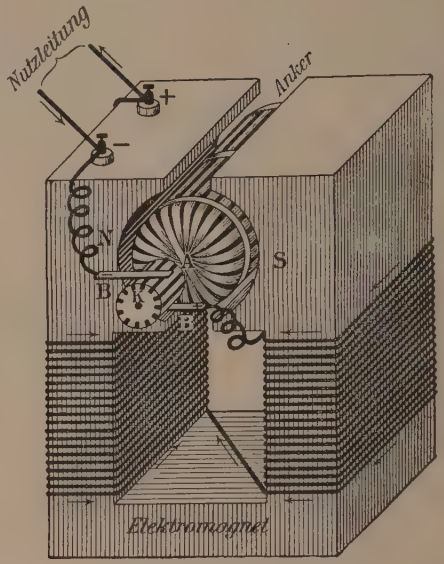


Abb. 356. Dynamomaschine mit Trommelanker.

Eine Gesamtansicht der **Dynamomaschine mit Trommelanker** zeigt Abb. 356, in welcher nur, um die Wickelungsart des Ankers besser erkenntlich zu machen, die Verbindungsdrähte aufeinanderfolgender Spulen des Ankers mit den Metallstreifen des Kollektors sowie die Drehungsachse und das Achsenlager des Ankers weggelassen sind. In der Abb. 356 bedeuten NS die halbzylindrisch ausgefrästen Polschuhe des Elektromagneten, K ist der Gleichstromkollektor, BB sind die den Ankerstrom abnehmenden Bürsten. Bei Drehung des Ankers erleiden die zwischen N und S verlaufenden Kraftlinien des Magnetfeldes infolge Hysteresis des Kernes (§ 204) eine Verzerrung in der Drehrichtung, welche bei gleichmäßiger Drehung unverändert bestehen bleibt. Man kann sich daher den Ankerkern mit seinen Kraftlinien feststehend und nur die Induktionsspulen in der Drehrichtung wie in Abb. 355 um denselben bewegt denken. Die an diametralen Stellen des Kollektors aufliegenden Bürsten BB teilen die gesamte Ankerwickelung für jede Stellung des

Ankers in zwei parallel geschaltete Hälften. Die in den Wickelungshälften induzierten Ströme vereinigen sich an den Bürsten zu einem einzigen Strom, der durch die Elektromagnetwickelung in die Nutzleitung abfließt.

2. Für die **Dynamomaschine mit Ringanker** ergibt sich folgendes: Bei erregtem Elektromagnet E (Abb. 357) gehen die Kraftlinien vom Nordpol N aus durch die beiden Hälften des Ankerkerns nach dem Südpol S hinüber. Der normale Verlauf der Kraftlinien erleidet jedoch bei Drehung des Ankers wie im vorigen Falle infolge Hysterēsis des Kernes eine Verzerrung in der Drehrichtung (Abb. 357, punktierte Linien), welche wieder bei gleichmäßiger Drehung unverändert bestehen bleibt. Man kann sich daher ebenfalls den Ankerkern mit seinen Kraftlinien feststehend und nur die Induktionsspulen in der Drehrichtung über demselben verschoben denken. Nach der Maxwellschen Regel entstehen dann in den Ankerspulen Induktionsströme, welche beide Ringhälften in entgegengesetzter Richtung umlaufen (Abb. 357). Wo diese Ströme zusammenfließen, werden sie durch die am Kollektor K schleifenden Bürsten gesammelt und als Gleichstrom in die Nutzleitung mit den Verbrauchsstellen VVV und in die Wickelung des Elektromagneten E übergeführt.

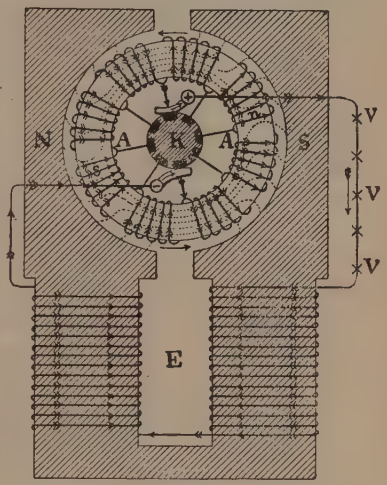


Abb. 357.
Dynamomaschine mit Ringanker

3. Verbindet man bei einer Dynamomaschine mit Trommel- oder Ringanker zwei diametrale Metallstreifen des Gleichstromkollektors mit den beiden Metallringen eines auf der Achse angebrachten Wechselstromkollektors, so erhält man eine selbsterregende **Wechselstrommaschine**. Es geht dann nämlich ein Teil des Ankerstromes als Gleichstrom durch die Wickelungen des Elektromagneten und erregt diesen. Der andere am Wechselstromkollektor abgenommene Stromanteil durchfließt als (einphasiger) **Wechselstrom** die angeschlossene Nutzleitung. — Bei größeren **Wechselstrommaschinen** speist man die Elektromagnete, welche auf einem ringförmigen Gußeisen- oder Stahlgestell angeordnet sind, durch einen von einer besonderen Maschine erzeugten Gleichstrom (Abb. 358). Auf der Achse des sich drehenden Ankers AA einer solchen Wechselstrommaschine ist dann nur ein Wechselstromkollektor K angebracht. (In Abb. 358 ist dieser der Deutlichkeit wegen durch zwei konzentrische Ringe, die Verbrauchsstellen des Wechselstromes [∼] in der Nutzleitung sind durch VV dargestellt.) — Bei Wechselstrommaschinen für große Leistung sind die von einer Gleichstrommaschine gespeisten Elektromagnete sternförmig auf einem sich drehenden Polrad angeordnet, wäh-

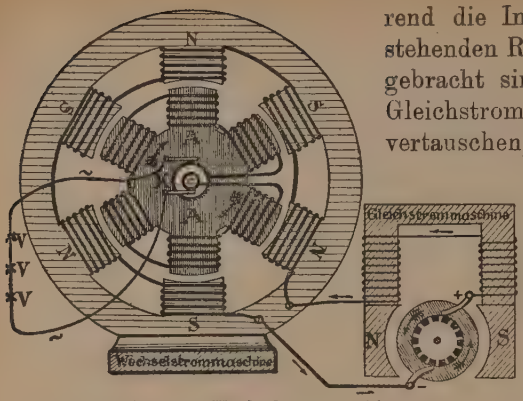


Abb. 358. Wechselstrommaschine.

rend die Induktionsspulen an dem feststehenden Ringgestell aus Weicheisen angebracht sind. (In Abb. 358 wäre dann Gleichstrommaschine und Nutzleitung zu vertauschen, die Magnetpole NS an AA, die Ankerspulen bei NS zu denken.)

Die Wechselstrommaschine verwendet man besonders für elektrische Licht- und Kraftanlagen, welche weit entfernt vom Aufstellungsort der Dynamomaschine liegen. Es läßt sich nämlich der Wechselstrom durch Transformatoren in hochgespannten Wechselstrom umwandeln, den man im Gegensatz zum Gleichstrom wegen seiner hohen Spannung in dünneren und daher billigeren Drähten fortleiten kann. An den Verbrauchsstellen wird der hochgespannte Wechselstrom wieder in einen weniger lebensgefährlichen Strom von niedriger Spannung herab transformiert (§ 319).

§ 318a. **Schaltungsweisen von Anker und Elektromagnet.** Bei einer Gleichstrommaschine kann man den im umlaufenden Anker erzeugten Strom entweder ganz oder nur zum Teil durch die Wickelung

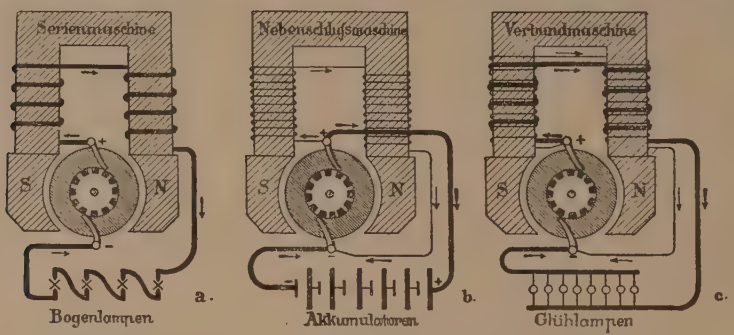


Abb. 359. a. Serienmaschine. b Nebenschlußmaschine. c. Verbundmaschine.

des Elektromagneten senden. Man unterscheidet danach die Dynamomaschine in **Hauptstrom-** oder **Serienmaschinen** (Abb. 359a) und in **Nebenschlußmaschinen** (Abb. 359b). **Die Verbund-** oder **Compoundmaschine** (Abb. 359c) endlich vereinigt beide Schaltungsweisen, ihr Elektromagnet ist also mit einer Hauptstrom- und zugleich mit einer Nebenschlußwickelung versehen. Die hauptsächlichste Anwendung dieser Arten von Maschinen ist durch Abb. 359 veranschaulicht.

§ 319. **Die Dynamomaschine als Generator und Motor. Kraftübertragung.** Wenn man den Anker einer Dynamomaschine durch äußere

Kraft (Dampfmaschine, Gasmotor, Wasserkraft usw.) in einem starken, von ihrem eigenen Strom erzeugten Elektromagnetfelde in Drehung versetzt, so erzeugt die Maschine einen elektrischen Strom, sie wirkt als **Generator.** Leitet man aber einen von einem solchen Generator (oder auch anderweitig) gelieferten Strom durch eine zweite Dynamomaschine, so kommt deren Anker in Drehung und kann demnach als **Elektromotor** wie eine Dampfmaschine usw. Arbeit leisten. Hierauf beruht die **elektrische Kraftübertragung** (elektrische Eisenbahnen). Die mit Gleichstrom betriebenen Elektromotoren für größere Leistung haben Ring- oder Trommelanker, für geringe Leistung (unter 0,1 PS) meist Doppel-T-Anker. Die Drehung des Ankers bei Stromzufuhr tritt infolge der Wechselwirkung der Elektromagnetpole auf die im Ankerkern erzeugten Pole ein, welch letztere durch den in die Wickelung eingeleiteten Strom entstehen.

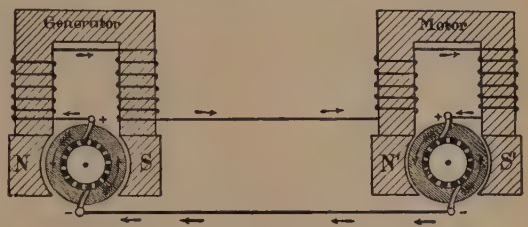


Abb. 360. Elektrische Kraftübertragung durch Gleichstrom

Bei Kuppelung zweier Gleichstrommaschinen (Abb. 360) bietet eine solche Arbeitsübertragung keine Schwierigkeit, falls man Generator und Elektromotor in mäßigem Abstand aufstellen kann. Bei bedeutender Entfernung würde jedoch die Anlage wegen der nötigen großen Leitungsquerschnitte zu teuer. Man verwendet dann zur Kraftübertragung vor-

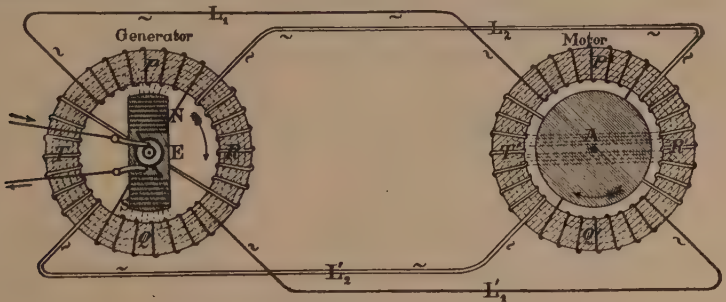


Abb. 361. Kraftübertragung durch Drehstrom.

teilhafter eine besondere Art von Wechselstrom, sog. **Drehstrom** (mehrphasiger Wechselstrom). Ein **Drehstromgenerator** (Abb. 361) besteht im wesentlichen aus einem nach Art des Grammeschen Ringes gebauten festliegenden Ringinduktor, in dessen Höhlung zur Hervorrufung der Induktion ein von einem Gleichstrom gespeister Elektromagnet E durch einen Motor gedreht wird. Innerhalb des gleich beschaffenen Ringelektromagneten des **Drehstrommotors** ist ein aus dünnen Eisenblechscheiben zusammengesetzter zylindrischer Anker **A**, der sog. Läufer, drehbar. Entprechende Spulenpaare von Ringinduktor und Ringelektromagnet

sind in der aus Abb. 361 ersichtlichen Weise durch Leitungen $L_1 L_1'$, $L_2 L_2'$ miteinander verbunden. Der umlaufende Elektromagnet E des Generators induziert der Reihe nach die Spulenpaare PQ, RT, QP, TR usw. so, daß bei einem Induktionsmaximum in einem Spulenpaar das folgende stromlos ist. Nach einer halben Umdrehung des Elektromagneten E wechselt der im nämlichen Spulenpaar induzierte Strom seine Richtung Die Leitungen $L_1 L_1'$, $L_2 L_2'$ werden also von Wechselströmen (~) durchflossen. Dabei entspricht immer einem Stromstärkemaximum in der einen Leitung eine durch den Wert Null hindurchgehende Stromstärke und zugleich Stromrichtungswechsel in der anderen Leitung (zweiphasiger Wechselstrom, Abb. 362a). Jede Hälfte eines solchen Wechselstromes magnetisiert den Ringkern des Motors und damit auch den eisernen Läufer (s. Kraftlinienverlauf Abb. 361). Die Magnetisierung wandert aber im Elektromagnetkern und Läufer des Motors im gleichen Sinne im Kreise herum (daher **magnetisches Drehfeld**) wie die Induktion in den Spulenpaaren des Generators. Da nun die diametrale Magnetisierung des Läufers infolge Hysteresis des Eisens immer etwas hinter derjenigen des Ringkernes des Motors zurückbleibt, so tritt eine Drehung des Läufers ein, welche zur Arbeitsleistung benützt wird.

Wird die Ringwickelung des Generators und Motors (Abb. 361) in 6 gleiche Teile geteilt, so erhält man in den gegenüberliegenden Spulenpaaren bei Drehung des Elektromagneten des Generators 3 Wechselströme, welche je um $\frac{1}{3}$ der Umlaufzeit des Elektromagneten gegeneinander in Phase verschoben sind (dreiphasiger Wechselstrom, Abb. 362b). Anstatt der zunächst erforderlich erscheinenden 6 Verbindungsleitungen von Generator- und Motorringwickelung reichen bei geeigneter Schaltung, der sog. Sternschaltung Abb. 362c und der Dreiecksschaltung Abb. 362d, 3 Fernleitungen aus.

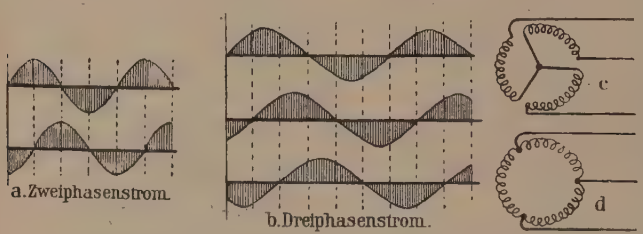


Abb. 362. Gleichzeitiger Stromverlauf in den Leitungen a) bei Zweiphasenstrom, b) bei Dreiphasenstrom, c) Sternschaltung, d) Dreiecksschaltung.

Bei der **elektrischen Kraftübertragung durch Wechselstrom** sendet man die vom Generator erzeugten Ströme nicht unmittelbar durch die Fernleitung zum Motor, sondern transformiert sie in der Generatorstation durch einen Transformator (mit 1, 2, 3 Kernen und Induktionsspulenpaaren je nach der Phasenzahl des Wechselstromes) zunächst auf hohe Spannung von 10—100000 Volt (lebensgefährlich!), um sie an der Motorstation vor Eintritt in den Motor wieder auf niedrige (nicht lebensgefährliche) Spannung von 100—200 Volt herabzutransformieren. Mit dieser Niederspannung wird dann der Elektromotor betrieben. Da die Strom-

stärken für die Übertragung sich umgekehrt wie die Spannungen verhalten, ist es möglich, für die Fernleitungen dünne Drähte zu verwenden, was die Kosten der Kraftübertragungsanlage beträchtlich verringert.

§ 320. **Telephon.** Das **Telephon** (Bell 1875) dient zur Übertragung der menschlichen Stimme auf große Entfernungen. Es besteht aus einem kräftigen Stabmagneten, dessen einer Pol mit einer Induktionsspule J versehen ist (Abb. 363). (Bei Verwendung eines Hufeisenmagneten tragen beide Pole Induktionsspulen.) In geringer Entfernung von diesem Pol befindet sich ein dünnes, kreisrundes Schallblech B aus weichem Eisen. Das Schallblech wird am Rande durch das Gehäuse des ganzen Apparates festgehalten, in der Mitte aber kann es frei hin und her schwingen. Durch Daraufsprechen kommt das Schallblech in regelmäßige Schwingungen, wobei es sich rhythmisch dem Pol des Magneten nähert und wieder von ihm entfernt. Dadurch werden (nach § 307) Induktionsströme **(Wechselströme)** erzeugt. Führt man letztere mittels einer Drahtleitung durch die Induktionsrolle eines zweiten Telephons, so wird der Magnetismus von dessen Magnetstab rhythmisch geschwächt und wieder verstärkt. Das Schallblech des zweiten Telephons kommt somit in ebensolche Schwingungen, wie sie das Eisenblech des ersten Telephons infolge des Daraufsprechens ausführt. Man hört daher am zweiten Telephon die gegen das erste gesprochenen Laute. Man benützt bei einem Gespräch das Telephon an jeder Station abwechselnd zum Sprechen und Hören. — Die Rückleitung zwischen zwei Fernsprechstationen kann wie bei der Telegraphie durch eine Erdleitung ersetzt werden.

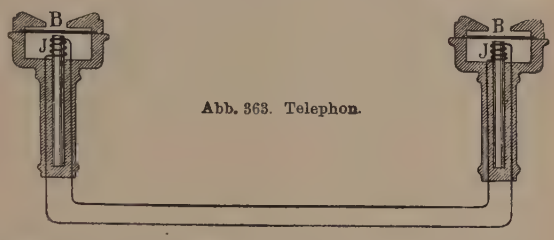


Abb. 363. Telephon.

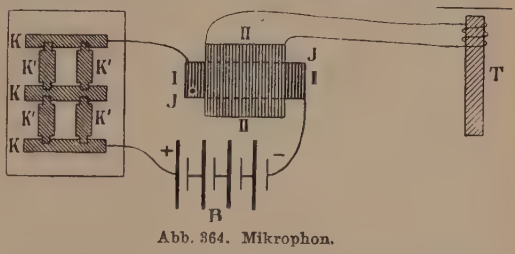


Abb. 364. Mikrophon.

Die äußerst schwachen Telephonströme ermöglichen bei guter Isolation der Leitung eine Verständigung auf eine Entfernung von wenigen km. Zur Verstärkung der Lautwirkung und zum Fernsprechverkehr auf größere Entfernungen bedient man sich an der Empfangsstation zwar auch des Telephons als **Hörapparat**, man **spricht aber** an der Aufgabestation gegen ein **Mikrophon** (§ 321).

§ 321. **Mikrophon.** Beim **Mikrophon** (Hughes 1878) sind auf einem dünnen Brettchen aus Tannenholz mehrere prismatische Kohlenstäbchen K, K, K festgeleimt (Abb. 364). In Vertiefungen derselben ist eine größere

Anzahl von anderen Kohlenstäbchen K′K′ locker eingesetzt. Der Strom einer galvanischen Batterie B wird durch die festen und losen Kohlenstäbchen sowie durch die primäre Rolle I eines kleinen Induktionsapparates J hindurchgesendet. Die Enden der sekundären Rolle II sind durch Drahtleitungen mit der Induktionsspule des Telephons T der Empfangsstation verbunden. Das durch Daraufsprechen in Schwingungen versetzte Mikrophonbrettchen bewirkt eine rhythmische Veränderung in der Berührung der Kohlenstäbchen. Dadurch entstehen wegen des wechselnden Widerstandes der Berührungsstellen regelmäßige Stromstärkeänderungen. Letztere induzieren in der Sekundärrolle des Induktionsapparates so kräftige Wechselströme, daß diese auch nach dem Durchlaufen langer Drahtleitungen das Schallblech des Empfangstelephons in Schwingungen versetzen können.

Anstatt der Stäbchenmikrophone verwendet man in neuer Zeit **Körner-(Dosen-)Mikrophone** (Abb. 365 M, M′). In einer flachen Dose sind zwischen zwei Kohlenplatten $K_1 K_2$ kleine Kohlenkörner locker eingebettet. Die

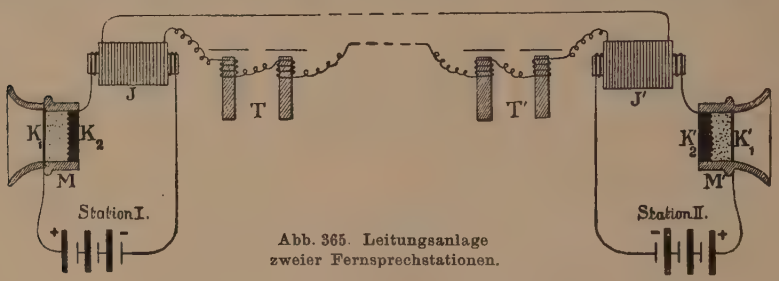


Abb. 365. Leitungsanlage zweier Fernsprechstationen.

eine Kohlenplatte K_1, K_1' ist dünn und dient als Schallplatte, die andere K_2, K_2' ist dick und eingekerbt und bildet den Boden der Dose. Infolge der großen Zahl der Berührungsstellen ist die Lautwirkung des Körnermikrophons eine bedeutend größere als beim Stäbchenmikrophon.

Läßt man den durch ein Mikrophon erzeugten Wechselstrom auf eine Gleichstromleitung induzierend wirken, welche eine Bogenlampe speist, so entstehen durch die Überlagerung des Gleichstromes und des induzierten Wechselstromes Stromschwankungen und damit Temperaturänderungen im Flammenbogen, welche als Töne gehört werden **(Sprechende Bogenlampe)**. Beleuchtet man mit dem Lichte eines solchen Flammenbogens, der zugleich für das Auge unsichtbare rhythmische Änderungen seiner Lichtstärke aufweist, ein weitentferntes Selenstäbchen, so treten in diesem regelmäßige Widerstandsänderungen auf. Man kann dann diese an einem Telephon, welches in einem das Selenstäbchen enthaltenden Batteriestromkreis eingeschaltet ist, als Töne hören **(Lichttelephonie)**.

Aufgaben. 486. Aus welchen Gründen werden die Ankerkerne der Dynamomaschinen aus dünnen, voneinander isolierten Eisenblechscheiben hergestellt? [§ 202, 204, 311.]

487. Warum liefert eine Dynamomaschine bei vielen dünndrähtigen Ankerwindungen hochgespannten Strom, bei wenigen dickdrähtigen Ankerwindungen große Stromstärke bei geringer Spannung? [§ 308.]

488. Wie verhält sich eine Serien- und eine Nebenschlußmaschine bei Öffnen und Schließen ihrer Nutzleitung? [§ 318a, 292.]

489. Warum und wie dreht sich ein Dynamoanker, wenn ein Strom von gleicher Richtung, wie ihn die Maschine gibt, in sie eingeleitet wird? [§ 318, 319.]

490. Kann man eine magnetelektrische Maschine als Motor verwenden? Wie verhält es sich bei Umkehrung des in ihren Anker eingeleiteten Stromes? [§ 316.]

491. Durch welche Anordnung kehrt eine als Motor verwendete Serienmaschine ihre Drehungsrichtung um? [§ 318a, 319.]

492. Warum müssen zwei Dynamomaschinen, welche Strom in dieselbe Nutzleitung liefern sollen, vor Schaltung ihres Stromes auf die Nutzleitung auf gleiche Spannung gebracht werden? [§ 266.]

493. Warum eignet sich die Nebenschlußmaschine besonders zum Laden von Akkumulatoren und zur Elektrolyse? [§ 274, 275, 318a.]

494. Zeichne die Leitungsanordnung für eine durch Wechselstrom gespeiste Beleuchtungsanlage bei weitentfernter Aufstellung des Generators! [§ 319, 313a, d.]

495. Wie verhalten sich Galvanoskop und Telephon, wenn ein Gleichstrom oder ein Wechselstrom hindurchgeschickt wird? [§ 276, 283, 320.]

496. Warum kann man eine in einer Morseleitung telegraphierte Depesche in einer parallellaufenden Leitung mit dem Telephon abhören? [§ 306.]

497. Wie läßt sich direkt mit dem Telephon zeigen, daß bei Erschütterung des Mikrophonbrettes Stromstärkeänderungen eintreten? [§ 320, 321.]

498. Welche Möglichkeiten hat man zur Erzeugung von elektrischen Strömen, und wie verhalten sich diese hinsichtlich der praktischen Verwertbarkeit? [§ 237, 242, 243, 264—266, 274, 275, 304, 305 u. f.]

499. Welche Wirkungen zeigt der elektrische Strom innerhalb und außerhalb seiner Bahn? [§ 267 u. f.; 298 u. f.; 312; — 276 u. f.; 305 u. f.]

500. [R. G. 1905.] Man beschreibe den Grammeschen Ring und dessen Wirkungsweise in einem Gleichstromelektromotor! [§ 318, 319.]

Übungen. a) Löse die Aufgaben 495 und 497 durch den Versuch! — b) Ermittle den inneren Widerstand eines galvanischen Elements mit Hilfe der Wheatstoneschen Brücke, benütze jedoch als Stromquelle für die Brücke den Wechselstrom eines kleinen Induktionsapparates, an Stelle des Galvanoskops aber ein Telephon! — c) In einem mit Stromschlüssel versehenen Stromkreis ist ein aus Stanniol- und Papierblättern aufgebauter Blätterkondensator und zuerst ein empfindliches Galvanoskop, dann ein Telephon eingeschaltet. Untersuche die Vorgänge bei Benützung eines galvanischen Elements oder der Sekundärspule eines kleinen Induktionsapparats als Stromquelle!

IX. Die Lehre vom Schall (Akustik).

A. Wellenlehre.

§ 322. **Schwingungsbewegung, Wellenbewegung.** Stört man in einem elastischen Körper **(Mittel, Medium)** von (zunächst) unbegrenzter Ausdehnung, z. B. bei einer Wasseroberfläche, bei einem langen gespannten Seil oder bei einer am Ende aufgehängten Spiralfeder, den Gleichgewichtszustand der Teilchen an irgend einer Stelle, so ist dies die Ursache für zwei wohl zu unterscheidende Vorgänge im Medium. Es ergibt sich:

1. *Die Teilchen an der Störungsstelle und in der Folge auch alle übrigen Teilchen des Mediums führen stetig sich wiederholende, hin und her gehende Bewegungen um ihre Gleichgewichtslagen aus,* welche man *Schwingungen* oder *Oszillationen* (lat. oscillum = Schaukel) nennt. Die Teilchen entfernen sich bei ihren Schwingungen stets nur äußerst wenig von der Gleichgewichtslage.

2. *Die Schwingungsbewegung schreitet von der Störungsstelle aus infolge der zwischen den einzelnen Teilchen wirkenden Elastizität mit einer durch die Art des Mediums bedingten Geschwindigkeit geradlinig nach allen Richtungen fort und verursacht den als Wellenbewegung bezeichneten Zustand des Mediums.* „Die gerade Linie, längs welcher die Fortpflanzung der Störung erfolgt, wird **Strahl** (Schallstrahl, Lichtstrahl, Wärmestrahl, elektrischer Strahl) genannt." Auf einem Strahle machen nach und nach immer weiter von der Erschütterungsstelle entfernte Teilchen des Körpers dieselbe Schwingungsbewegung, wie das Teilchen an der Störungsstelle, beginnen aber ihre Schwingungen um so später, je weiter sie von der Störungsstelle entfernt sind. Da infolgedessen die aufeinanderfolgenden Teilchen eines Strahles in einem bestimmten Zeitpunkt verschieden große Abstände von der Gleichgewichtslage haben, die sich aber auf bestimmten Strecken längs des Strahles wiederholen, ergibt sich eine gegenüber dem Ruhestand veränderte Lage der Teilchen auf dem Strahle, welche maßgebend ist für die Art der vorhandenen Wellenbewegung.

Wellenbewegungen dienen überaus häufig in der Natur zur Übertragung von Bewegungsenergie von einem Körper auf einen anderen durch Vermittelung eines elastischen Mediums (Schall, Licht, Wärme, elektrische Erscheinungen).

3. Die **Schwingung eines Teilchens** um seine Gleichgewichtslage ist meistens eine geradlinige (lineare), seltener bewegt sich das oszillierende Teilchen in kreisförmiger oder elliptischer Bahn. Bei geradliniger Schwingung, die auch als **harmonische Bewegung** bezeichnet wird, ist stets die Bewegung eine beschleunigte, wenn sich das Teilchen nach der Gleichgewichtslage hin bewegt (von A oder B aus nach C, Abb. 366), dagegen eine verzögerte, wenn sich das Teilchen von der Ruhelage entfernt (von C aus nach A oder B).

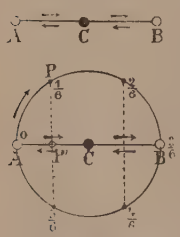


Abb. 366. Zusammenhang von geradliniger und Kreisschwingung.

Die größte Entfernung (CA oder CB) von der Gleichgewichtslage, welche ein Teilchen erreicht, heißt Schwingungsweite (Amplitude), eine andere zu irgend einer Zeit erreichte kleinere Entfernung Ausschlag oder Ausweichung (Elongation). Die Zeit, welche das Teilchen zu einem vollständigen Hin- und Hergang (also zur Zurücklegung des Weges ACBCA) braucht, nennt man Schwingungsdauer. — Läßt man den schweren Körper eines Fadenpendels in gleichförmiger Bewegung eine Kreisbahn beschreiben, so sieht ein in der Ebene der

Kreisbahn gehaltenes Auge die Bewegung des Körpers als geradlinige Schwingung, als harmonische Bewegung (§ 95). Letztere wird in derselben Zeit hin und zurück, also vollständig ausgeführt, in welcher der Körper die Kreisbahn durchläuft. Wenn man also einen Punkt P gleichmäßig auf einem Kreise bewegt, so führt die Projektion P′ des Punktes auf einem Durchmesser ACB eine geradlinige Schwingung aus (Abb. 366). Dies kann man benützen, um den Ausschlag eines geradlinig hin und her schwingenden Teilchens nach einem beliebigen Bruchteil der Schwingungsdauer zu bestimmen.

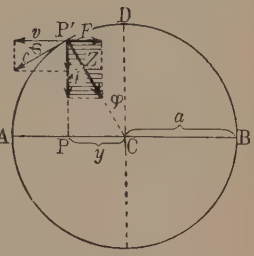


Abb. 367.
Harmonische Bewegung.

Geht das schwingende Teilchen bei einer solchen harmonischen Bewegung von der Ruhelage C aus und macht es in der Zeit der Schwingungsdauer T den Weg CACBC (Abb. 367), so muß das gleichförmig mit der Geschwindigkeit $c = \frac{2a\pi}{T}$ bewegte Hilfsteilchen P′ vom Punkt D aus links herum den Kreis durchlaufen. Hat das Hilfsteilchen nach der Zeit t (= Phasenzeit) den Bogen $DP' = a \cdot \varphi$ zurückgelegt (Zentriwinkel φ in Bogenmaß = Phasenwinkel), so ist die Entfernung y des in harmonischer Bewegung befindlichen Punktes P aus der Ruhelage $y = a \cdot \sin \varphi$. Nun ist aber wegen (Bogen $a \cdot \varphi$) : $(2a\pi) = t : T$ der Phasenwinkel $\varphi = \frac{2\pi}{T} \cdot t$; man hat somit zur Phasenzeit t für das schwingende Teilchen

$$\text{Ausschlag} = \text{Elongation} = y = a \cdot \sin \frac{2\pi}{T} \cdot t.$$

Zerlegt man die in P für das Hilfsteilchen gültige Zentripetalkraft $Z = \frac{4ma\pi^2}{T^2}$ in Komponenten, so ergibt die Komponente F die auf den harmonisch bewegten Punkt P von der Gleichgewichtslage C aus wirksame Kraft. Da $F : Z = y : a$ ist, hat man $F = \frac{y}{a} \cdot Z = y \cdot \frac{4m\pi^2}{T^2}$. Der in geradlinig harmonischer Bewegung befindliche Punkt wird also stets mit einer der Elongation y proportionalen Kraft in die Gleichgewichtslage zurückgezogen. — Die augenblickliche Geschwindigkeit v des harmonisch bewegten Punktes P ergibt sich aus dem bei P′ gezeichneten Geschwindigkeitsparallelogramm zu

$$v = c \cdot \cos \varphi = \frac{2a\pi}{T} \cdot \cos \frac{2\pi}{T} \cdot t.$$

§ 323. **Wasserwellen. Transversale Wellenbewegung.** Die bekannteste Wellenbewegung ist die, welche eine durch Einwerfen eines Steines in ihrem Gleichgewichtszustande gestörte Wasseroberfläche zeigt.

Abb. 368. Wasserwellen.

Ein lotrechter Durchschnitt durch die bewegte Wasseroberfläche hat die durch Abb. 368 dargestellte Form. Diese Form der Wasserwellen ergibt sich daraus, daß die Wasserteilchen der Oberfläche, wie die Gebrüder Weber (1825) festgestellt haben, Kreisbewegungen ausführen, deren Ebenen senkrecht zur Wasseroberfläche stehen.

Eine von den Wasserwellen verschiedene und sehr häufig vorkommende Art der Wellenbewegung erfolgt in der Weise, wie sie ein durch Wind bewegtes Ährenfeld, ferner ein einerseits befestigter, langer Gummischlauch ausführt, dessen anderes Ende rasch auf und ab bewegt wird. Die Störung des Gleichgewichtszustandes geschieht dabei so, daß das zuerst erschütterte Teilchen des Körpers in einer zum Strahle senkrechten Geraden A′AA″ (Abb. 369) um seine Gleichgewichtslage A hin und her schwingt, also **Querschwingungen** ausführt. Da jedes Teilchen seine Schwingungsbewegung etwas später beginnt als das vorhergehende, so entsteht eine **fortschreitende transversale Wellenbewegung.** Es liegen dann aufeinanderfolgende Teilchen, welche im Ruhezustand eine gerade Linie bilden, in einem bestimmten Zeitpunkt auf einer Wellenlinie, wie sie Abb. 369 zeigt. Diese besteht aus **Wellenbergen** ABC, EFG, ... und darauffolgenden **Wellentälern** CDE, GHJ, ... *Ein Wellenberg und ein folgendes Wellental bilden eine Welle der transversalen Wellenbewegung* (vgl. auch die Wasserwellen).

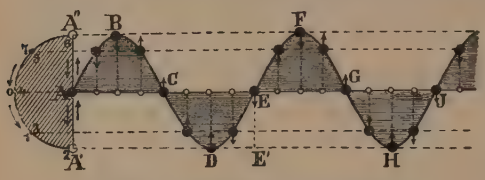


Abb. 369. Transversale Wellenbewegung.

Während nämlich das Teilchen A des Strahles AJ eine vollständige Schwingung ausgeführt, d. h. den Weg AA′AA″A zurückgelegt hat (Abb. 369), ist die elastische Störung von A nach E fortgeschritten. Das Teilchen E ist dann gerade im Begriffe, von E nach E′ aus seiner Gleichgewichtslage sich herauszubewegen usw. Die Teilchen A, E, J ... befinden sich also im gleichen Schwingungszustande oder in gleicher Phase. Allgemein gilt: „Irgend zwei Teilchen eines Strahles befinden sich in gleicher Phase, wenn sie gleichen Ausschlag und gleiche Bewegungsrichtung haben", z. B. die Teilchen B, F ... oder D, H ... usw.

§ 324. **Longitudinale Wellenbewegung.** Eine ebenfalls häufig auftretende Wellenbewegung verläuft ähnlich wie die Bewegung in einer einseitig befestigten langen Spiralfeder, welche am anderen Ende etwas

Abb. 370 Longitudinale Wellenbewegung.

gestreckt und dann losgelassen wird, und annähernd wie die Störung in einem stehenden Eisenbahnzug, an welchen die Lokomotive angestoßen wird. Dabei schwingen die Teilchen des elastischen Körpers in Richtung des Strahles selbst geradlinig hin und her, führen also **Längsschwingungen** aus. Dann entsteht die **fortschreitende longitudinale Wellenbewegung** (Abb. 370). Bei dieser sind die Teilchen des Körpers auf

einem Strahle teils stärker zusammengedrängt, teils mehr auseinandergezerrt wie in der Ruhelage. Es wechseln dann **Verdichtungen** mit darauffolgenden **Verdünnungen** ab. *Die Welle einer longitudinalen Wellenbewegung besteht aus einer Verdichtung und der folgenden Verdünnung.* Während das Teilchen A den Weg AA′ AA″ A zurücklegt, schreitet die elastische Störung bis C fort, so daß das Teilchen C eben im Begriffe steht, in gleicher Weise wie A seine Schwingung auszuführen. Aus gleichem Grunde wie oben (§ 323) haben dann die Teilchen A, C, E ... den gleichen Schwingungszustand (gleiche Phase), desgleichen die Teilchen B, D ...

§ 325. **Wellenlänge, Schwingungsdauer, Fortspflanzungsgeschwindigkeit.** „Bei jeder Art von Wellenbewegung bezeichnet man die kleinste Entfernung von irgend zwei in gleicher Phase befindlichen Teilchen als Wellenlänge." Während der Dauer T der Schwingung irgend eines Teilchens pflanzt sich die elastische Störung um die Wellenlänge λ fort (Abb. 368—370). Ist dann V die Länge, um welche die Erschütterung in 1 Sekunde längs des Strahles fortschreitet, oder die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellenbewegung, so gilt die Beziehung

$$\lambda = V \cdot T$$

Wellenlänge = Fortpflanzungsgeschwindigkeit × Schwingungsdauer.

Die Schwingungsdauer T ist meist nur ein sehr geringer Bruchteil einer Sekunde; daher werden in 1 Sekunde $\frac{1}{T} = n$ vollständige Schwingungen von einem Teilchen ausgeführt. Die Zahl $n = \frac{1}{T}$ heißt die Schwingungszahl des Teilchens; aus $\lambda = V \cdot T$ oder $\frac{\lambda}{T} = V$ folgt dann

$$n \cdot \lambda = V$$

Schwingungszahl × Wellenlänge = Fortpflanzungsgeschwindigkeit.

Der Ausschlag y eines beliebigen Teilchens P auf dem Strahle im Abstand $AP = x$ vom Ausgangspunkt A der Störung und zu der für den Ausgangspunkt gültigen Phasenzeit t läßt sich aus dem Wert $y = a \cdot \sin \frac{2\pi}{T} \cdot t$ der Ausweichung des Teilchens A an der Störungsstelle zur Zeit t (§ 322, 3) finden. Denn denselben Ausschlag y hat das beliebige Teilchen P des Strahles um diejenige Zeit t' später, welche die Störung zur Zurücklegung der Strecke x braucht. Es ist aber $x = V \cdot t'$, also hat man als Ausweichung y des Teilchens P zur Phasenzeit t des Teilchens an der Störungsstelle $y = a \cdot \sin \frac{2\pi}{T} \cdot (t - t')$ oder unter Berücksichtigung des Wertes von t' als sog. Gleichung des Strahles

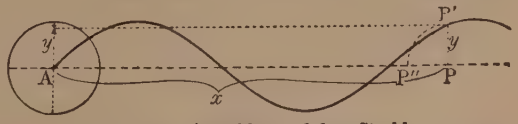


Abb. 371. Ausschlag auf dem Strahl.

$$y = a \cdot \sin \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{V}\right) = a \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right).$$

Dieser Ausschlag y ist vom Teilchen P aus senkrecht als PP′ oder längs des Strahles als PP″ aufzutragen, je nachdem es sich um transversale oder longitudinale Wellenbewegung handelt.

§ 326. **Wellenbewegung und Aggregatzustand. In festen Körpern können transversale und longitudinale Wellenbewegungen auftreten,** da feste Körper gegen eine Zusammendrückung und gegen Formveränderungen Widerstand leisten. **In Flüssigkeiten** (abgesehen von der Wellenbewegung an der Oberfläche) **und in Gasen sind nur longitudinale Wellenbewegungen möglich,** da diese Körper nur gegen eine Zusammendrückung Widerstand leisten. — **Der Lichtäther führt nach unserer gegenwärtigen Kenntnis nur transversale Wellenbewegungen aus** (Licht-, Wärme-, elektrische Strahlung).

§ 327. **Prinzip von Huyghens. Reflexion und Brechung einer Wellenbewegung.** Ein in eine ruhende Wasseroberfläche geworfener Stein ruft eine in konzentrischen Ringen sich ausbreitende Wellenbewegung hervor. Denn die von der Einwurfsstelle ausgehenden Wellenberge und Wellentäler legen in irgend einer Zeit nach allen Richtungen dieselbe Wegstrecke zurück. Ebenso gelangt in einem allseitig gleichbeschaffenen (isotropen) Medium eine longitudinale oder transversale Welle in 1, 2, 3 . . . Zeiteinheiten zu konzentrischen Kugelflächen (**Wellenflächen**), welche mit einem Radius gleich der 1-, 2-, 3-, . . . fachen Fortpflanzungsgeschwindigkeit (= V) um die Störungsstelle M als Mittelpunkt konstruiert sind (Abb. 372). *Wegen der durchaus gleichen Anordnung aller Teilchen eines Mediums kann man* (nach Huyghens)[1] *jede Stelle einer Wellenfläche als Ausgangspunkt einer gleichartigen Wellenbewegung (Elementarwellen) betrachten.* Die von den Punkten A_1, B_1, C_1 . . . (Abb. 372) ausgehenden Elementarwellen erreichen nach der Zeiteinheit Kugelflächen vom Radius V, welche sämtlich von der mit dem Radius $2V$ um M beschriebenen Kugelfläche A_2 B_2 C_2 . . . eingehüllt werden usw. Man kann somit sagen: *Die wirkliche Wellenbewegung erfolgt so, als ob sie durch Übereinanderlagerung von Elementarwellen entstanden wäre* (Prinzip von Huyghens).

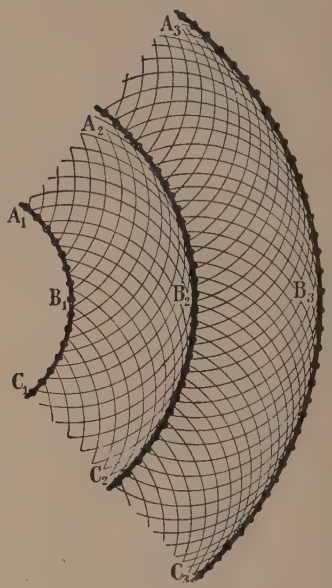


Abb. 372. Huyghenssches Prinzip.

1) Huyghens (1629—1695) ist der Erfinder der Pendeluhr, entdeckte eine Reihe wichtiger Gesetze über die Pendelbewegung, war aber auch auf dem Gebiete der Astronomie (Entdeckung des Saturnringes) und Optik hervorragend tätig.

Bei sehr weit entfernter Störungsstelle M kann man ein kleines Stück einer kugelförmigen Wellenfläche als eben und das zugehörige darauf senkrechte Strahlenbündel als parallel ansehen. „Man nennt ein Bündel paralleler Strahlen mit ebener Wellenfläche eine **Planwelle**."

Trifft nun eine Planwelle in irgend einer Richtung auf die ebene Trennungsfläche eines zweiten elastischen Mediums, so senden die von den parallelen Strahlen getroffenen Teilchen P_1, P_2, P_3 ... der Trennungsfläche Elementarwellen in das erste Medium zurück und in das zweite Mittel hinein.

Für die Konstruktion der in das erste Medium **zurückgeworfenen** oder **reflektierten Wellenbewegung** ist zu berücksichtigen, daß der Grenz-

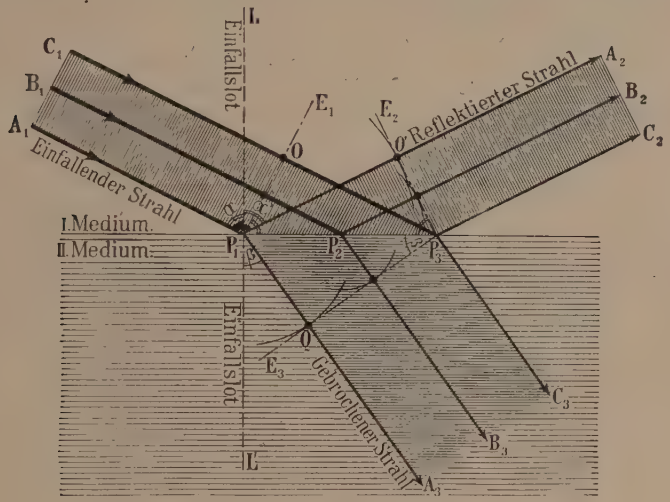


Abb. 373. Reflexion und Brechung einer Wellenbewegung.

strahl $A_1 P_1$ des (in der Zeichnungsebene gelegenen) Strahlenbündels in P_1 zuerst die Trennungsfläche trifft (Abb. 373). Bis aber die Wellenbewegung im Grenzstrahl $C_1 P_3$ in P_3 die Trennungsfläche erreicht, ist die von P_1 ausgehende Elementarwelle bis zu einer mit dem Radius $\overline{O P_3} = \overline{P_1 O'}$ um P_1 konstruierten Kugelfläche gelangt. Die vom mittleren Punkt P_2 ausgehende Elementarwelle hat dagegen erst eine um P_2 mit dem Radius $\frac{1}{2} O P_3$ konstruierte Kugelfläche erreicht und ähnlich für alle anderen Punkte der Trennungsfläche zwischen P_1 und P_3. Die durch $P_3 E_2$ dargestellte gemeinsame Tangentialebene aller dieser Elementarwellen ist die Wellenfläche der reflektierten Planwelle $P_1 A_2$, $P_3 C_2$. Aus $\triangle P_1 O P_3 \cong \triangle P_3 O' P_1$ folgt die Gleichheit der in Abb. 373 bezeichneten Winkel und die Gleichheit der Winkel α und α' (**Einfallswinkel** und **Reflexionswinkel**), welche die im Einfallspunkt zur Trennungsfläche errichtete Senkrechte $P_1 L$ (**Einfallslot**) mit den Richtungen der einfallenden

und reflektierten Strahlen bildet. Es ergeben sich also für die **Reflexion einer Wellenbewegung** die Gesetze:

1. *Einfallender Strahl* (z. B. A_1P_1), *Einfallslot* (P_1L) *und reflektierter Strahl* (P_1A_2) *liegen in einer Ebene* (Einfalls- oder Reflexionsebene).
2. *Einfalls- und Reflexionswinkel sind einander gleich.*

Für die in das zweite Medium übergehende Wellenbewegung (Abb. 373) sind aber im allgemeinen Fortpflanzungsgeschwindigkeit und Wellenlänge andere als im ersten Medium (V_2, λ_2 bzw. V_1, λ_1). Dagegen bleibt die Schwingungsdauer (bzw. Schwingungszahl) unverändert, da ja die den beiden Medien angehörigen Teilchen der Trennungsfläche im Rhythmus der einfallenden Wellenbewegung schwingen. Bis die Wellenbewegung im Grenzstrahl C_1P_3 des einfallenden Strahlenbündels die Strecke OP_3 zurücklegt, schreitet die von P_1 ausgehende Elementarwelle bis zu einer Kugelfläche fort, welche mit einem Radius $\overline{P_1Q} \lesseqgtr \overline{OP_3}$ beschrieben ist, je nachdem $V_2 \lesseqgtr V_1$ ist. Die durch P_3E_3 dargestellte gemeinsame Tangentialebene aller Elementarwellenflächen im zweiten Medium ist die Wellenfläche der im zweiten Medium verlaufenden Planwelle $P_1A_3, P_3C_3 \ldots$. Dieses Strahlenbündel verläuft in anderer Richtung wie das einfallende, letzteres erfährt also in der Trennungsfläche eine Knickung (**Brechung der Wellenbewegung**). Es sei dann β (= **Brechungswinkel**) der Winkel des gebrochenen Strahlenbündels mit dem Einfallslot LP_1L' und τ die Zeit, welche die Wellenbewegung im Grenzstrahl C_1P_3 des einfallenden Strahlenbündels zur Zurücklegung der Strecke $\overline{OP_3}$ braucht. Dann ist $\overline{OP_3} = V_1 \cdot \tau = \overline{P_1P_3} \cdot \sin\alpha$ und $\overline{P_1Q} = V_2 \cdot \tau = P_1P_3 \cdot \sin\beta$, daher unter Berücksichtigung der Unveränderlichkeit von V_1 und V_2

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \textbf{konstant}.$$

Man hat also für die **Brechung einer Wellenbewegung** die Gesetze:

1. *Der einfallende Strahl, das Einfallslot und der gebrochene Strahl liegen in einer Ebene* (Einfalls- oder Brechungsebene).
2. *Die Sinus von Einfalls- und Brechungswinkel stehen für dieselben zwei Medien in einem konstanten Verhältnis* (Brechungsverhältnis, Brechungsquotient).

§ 328. **Interferenz.** Längs desselben Strahles können gleichzeitig zwei oder mehrere Wellenbewegungen in derselben Richtung oder einander entgegenlaufen. „Das Ergebnis des gleichzeitigen Zusammenwirkens zweier oder mehrerer Wellenbewegungen an derselben Stelle eines Mediums nennt man eine **Interferenz**." Es gilt dann: *Jedes Teilchen bewegt sich um die algebraische Summe derjenigen Ausschläge aus der Gleichgewichtslage heraus, um welche sich das Teilchen durch jede einzelne Störung aus seiner Ruhelage entfernen würde.*

Interferieren Wellenzüge von gleicher Wellenlänge, so entsteht wieder eine Wellenbewegung von einfacher Form, nur mit anderer Schwingungsweite (Abb. 374a). Bei ungleicher Wellenlänge wird dagegen die entstehende Wellenform eine verwickeltere (Abb. 374 b).

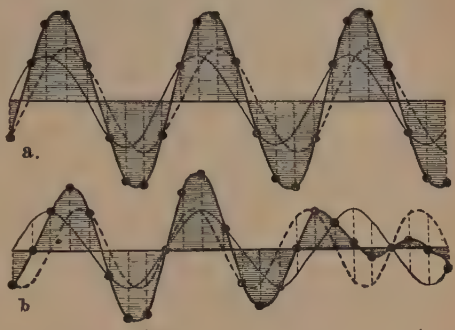


Abb. 374 Interferenz.

§ 329. **Stehende Wellenbewegung.** Eine Interferenz besonderer Art ist die **stehende Wellenbewegung**. Eine stehende transversale Wellenbewegung kann leicht mittels eines gespannten Fadens erhalten werden, dessen eines Ende durch den schwingenden Klöppel einer elektrischen Klingel oder durch eine Zinke einer tönenden Stimmgabel hin und her bewegt wird. Bedingungen für ihr Zustandekommen auf einem Strahl sind:

1. Der elastische Körper muß begrenzt sein;

2. Die Schwingungsbewegung an der Störungsstelle muß andauern, so daß von da aus fortgesetzt neue Wellen ausgehen;

3. die an der Grenze des Körpers reflektierte Wellenbewegung muß in der gleichen Richtung, in welcher sie gekommen war, in den Körper zurückkehren.

Bei der Zurückwerfung der Wellenbewegung an der Grenze des Körpers treten Unterschiede auf, die ähnlich dem Verhalten von zwei pendelartig aufgehängten Kugeln mit sehr verschiedener Masse sind. Läßt man die kleine Kugel auf die ruhende große stoßen, so kehrt erstere nach dem Stoß die Bewegungsrichtung um. Stößt aber die große Masse auf die kleine, so setzt nach dem Stoße die große Kugel ihre Bewegung in der angefangenen Richtung fort. Grenzt dementsprechend der Körper, nach dessen Ende eine Wellenbewegung hinläuft, an ein dichteres, schwerer bewegliches Mittel, so kehrt ein ankommender Wellenberg als Wellental und umgekehrt zurück (Zurückwerfung mit Wechsel des Zeichens). Bei angrenzendem dünneren Mittel aber wird ein ankommender Wellenberg wieder als Wellenberg, ein eintreffendes Wellental als Wellental zurückgeworfen (Reflexion ohne Wechsel des Zeichens).

Bei stehender Wellenbewegung bleiben auf einem Strahle gewisse in Abständen gleich der halben Wellenlänge befindliche Punkte beständig in Ruhe. „Die stets in der Ruhelage verbleibenden Teilchen werden als **Knotenpunkte** der stehenden Schwingung bezeichnet.“ Nur die zwischen je zwei Knotenpunkten liegenden Teilchen führen Schwingungen aus, und zwar diejenigen in der Mitte am lebhaftesten. „Man nennt die Stellen größter Oszillationsbewegung **Schwingungsbäuche**.“ Alle Teilchen zwischen zwei benachbarten Knotenpunkten schwingen stets gleichzeitig

auf die Gleichgewichtslage zu oder von derselben weg, erreichen also auch gleichzeitig ihre größten Ausweichungen.

Grenzt der im Zustande stehender Schwingung befindliche Körper an ein dichteres Medium, so befindet sich an der Grenze stets ein Schwingungsknoten, d. h. die Stelle, an welcher Reflexion eintritt, bleibt in Ruhe (Abb. 375a, c). *Grenzt der schwingende Körper aber an ein dünneres Medium, so befindet sich an der Grenze stets ein Schwingungsbauch* (Abb. 375b, d).

Den Schwingungszustand der Teilchen eines Strahles bei stehender transversaler Wellenbewegung stellt Abb. 375a, b dar. In jeder Figur ist die gleichzeitige Lage der Teilchen für zwei um die halbe Schwingungsdauer verschiedene Zeitpunkte durch ● bzw. ○ angedeutet.

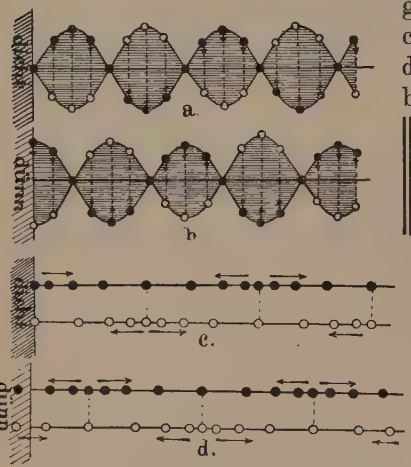


Abb. 375a—d. Stehende Wellenbewegungen.

Bei stehenden longitudinalen Schwingungen tritt an einem Knotenpunkt abwechselnd Verdichtung und Verdünnung auf, im Schwingungsbauch dagegen schwingen die Teilchen ohne Dichtigkeitsänderung äußerst lebhaft hin und her (Abb. 375c, d; in jeder Abbildung findet die untere Anordnung der Teilchen auf dem Strahle um eine halbe Schwingungsdauer später statt wie die obere).

Übungen. a) Man knüpfe an den Klöppel einer elektrischen Klingel einen Faden und belaste ihn am anderen über einen Stift gehenden Ende mit einem kleinen Gewicht! Man beobachte dann die beim Schwingen des Klöppels auftretenden Erscheinungen! — b) Man ersetze den Faden durch einen dickeren und ändere auch die Belastung und die Häufigkeit der Schwingungen durch Verstellen der Kontaktschraube der Klingel! — c) Man schlage eine Stimmgabel an, halte sie an das Ohr und drehe sie dann zwischen den Fingern! Man beschreibe und erkläre die sich ergebende Erscheinung!

Aufgaben. 501. Wie groß ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit und Schwingungszahl einer Wellenbewegung, wenn dieselbe in 6 sec 8610 m zurücklegt und die Wellenlänge 2,5 m beträgt? [1435 m pro sec; 574.]

502. Welche Fortpflanzungsgeschwindigkeit hat eine Welle von 0,766 m Länge und einer Schwingungszahl gleich 435? [333 m pro sec.]

503. Welche Beziehung besteht zwischen Schwingungszahl und Wellenlänge verschiedener Wellen in demselben Medium bei gleicher Fortpflanzungsgeschwindigkeit, und wie verhalten sich Geschwindigkeit und Wellenlänge bei Übergang einer Wellenbewegung in ein anderes Medium? [§ 325, 327.]

504. Man zeichne die Wellenform, welche durch Interferenz von zwei in gleicher Richtung fortschreitenden transversalen Wellenzügen entsteht, wenn a) die Wellenlänge beider gleich, aber eine Phasenverschiebung von $\frac{1}{2}$ resp. $\frac{1}{4}$ Wellenlänge vorhanden ist, b) die Wellenlängen sich wie 1 : 2 verhalten! [§ 323, 328.]

505. In einer ruhenden Wasseroberfläche erregt man durch gleichzeitiges Einwerfen zweier Körper an zwei verschiedenen Stellen zwei gleiche Wellenbewegungen. Man zeichne das entstehende Interferenzsystem! [§ 323, 325, 328.]

B. Erscheinungen des Schalles.

§ 330. Ursache der Schallerscheinungen; Schallfortpflanzung. „Erscheinungen, welche wir durch Vermittlung unseres Ohres empfinden, bezeichnet man als **Schallerscheinungen**. Die Ursache einer Schallempfindung nennt man **Schall**.“ Schalle werden stets durch elastische Schwingungen fester und luftförmiger Körper hervorgerufen. (Flüssigkeiten werden zur Schallerzeugung nicht verwendet.) Die Schwingungen des Schall aussendenden Körpers A (Abb. 376) erzeugen in der umgebenden Luft abwechselnd Verdichtungen und Verdünnungen. Letztere breiten sich, indem sie eine **longitudinale Wellenbewegung** in der umgebenden Luft hervorrufen, geradlinig längs **Schallstrahlen** nach allen Richtungen aus und gelangen so auch zu dem für ihre Wahrnehmung bestimmten Gehörorgan.

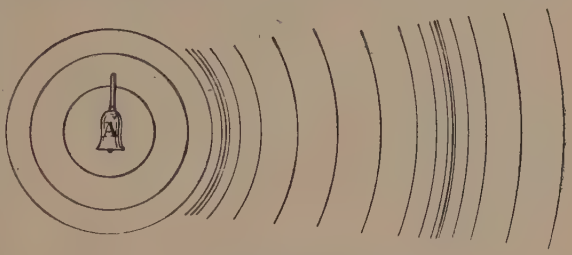


Abb 376. Longitudinale Schallwellen in Luft.

‖ *Die Geschwindigkeit v der Ausbreitung aller Schalle in Luft beträgt bei 0° C 333 m pro sec* und wächst mit zunehmender Temperatur t nach der Formel $v = 333\sqrt{1 + \gamma t}$; γ bedeutet hierin den Ausdehnungskoeffizient der Gase $\gamma = 0{,}003665 = \frac{1}{273}$ (§ 160). Die Schallgeschwindigkeit in Luft haben Humboldt und Arago im Jahre 1822 durch sorgfältige Versuche ermittelt. Es wurden dabei in gemessener Entfernung von den Beobachtern Kanonenschüsse gelöst und die Zeit bestimmt, welche zwischen dem Aufblitzen eines Schusses und der Ankunft des Knalles beim Beobachter verfloß.

‖ *Feste und flüssige Körper vermögen den Schall sehr gut fortzupflanzen;* die Schallgeschwindigkeit ist aber in denselben beträchtlich größer wie in der atmosphärischen Luft, z. B. in Stahl 5090, in Glas 5990, Tannenholz 4180, Wasser 1435 m pro sec. Weiche lockere Körper, z. B. Filz, Wolle, Teppiche, schwächen den Schall stark ab und dienen daher zur Schalldämpfung.

Da die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in einem elastischen Mittel mit der in ihm wirksamen elastischen Kraft, die durch den Elastizitätsmodul E (§ 28) gegeben ist, wachsen und mit zunehmender Dichte δ des Stoffes abnehmen muß, so läßt sich nach Newton (1687) die Schallgeschwindigkeit v berechnen aus $v = \sqrt{\frac{E}{\delta}}$. Man erhält v in cm sec^{-1}, wenn E in $\frac{\text{Dyn}}{\text{qcm}} = \frac{\text{g cm sec}^{-2}}{\text{cm}^2}$ (§ 80), δ in

$\frac{g}{cm^3}$ angegeben wird. So ist z. B. für Blei $E = 1800 \frac{kg}{qmm} = \frac{1800 \cdot 981000}{0{,}01} \frac{Dyn}{qcm}$ $\delta = 11{,}3 \frac{g}{cm^3}$, also $v = \sqrt{\frac{180000 \cdot 981000}{11{,}3}}$ cm $sec^{-1} = 1250$ m sec^{-1}, während die Beobachtung 1300 m sec^{-1} ergibt.

Bei Flüssigkeiten entspricht der Elastizitätsmodul E dem reziproken Wert des Koeffizienten der Volumenverminderung pro 1 Atm. Druck (§ 105), bei Gasen ist statt E der Druck des Gases P zu setzen, also $v = \sqrt{\frac{P}{\delta}}$. Nun ist nach dem Gay Lussac-Mariotteschen Gesetz (§ 161) $V \cdot P = V_0 \cdot P_0 (1 + \gamma t)$ oder wegen $V = \frac{G}{\delta}$, $V_0 = \frac{G}{\delta_0}$ auch $\frac{P}{\delta} = \frac{P_0}{\delta_0}(1 + \gamma t)$, also Schallgeschwindigkeit $v = \sqrt{\frac{P}{\delta}}$ $= \sqrt{\frac{P_0}{\delta_0}(1 + \gamma t)}$. Da aber die so für Gase berechneten Werte zu klein ausfallen, ist die Newtonsche Formel durch Laplace (1816) dahin ergänzt worden, daß wegen der durch die Verdichtung und Verdünnung des Gases auftretenden Erwärmung bzw. Abkühlung noch mit dem Verhältnis der spezifischen Wärmen $\frac{c_p}{c_v}$ bei konstantem Druck bzw. konstantem Volumen (§ 166 u. 169) multipliziert werden muß, so daß die Schallgeschwindigkeit in Gasen $v = \sqrt{\frac{P_0}{\delta_0} \cdot \frac{c_p}{c_v}(1 + \gamma t)}$ wird, was der Beobachtung entspricht.

§ 331. **Notwendigkeit materieller Körper zur Schallfortpflanzung.** Zur Fortpflanzung des Schalles ist ein materieller Körper durchaus notwendig. Im luftleeren Raume findet keine Schallfortpflanzung statt (§ 141e). Die Schallausbreitung in der atmosphärischen Luft ist nur dann eine ungestörte, wenn die Luft eine durchaus gleichmäßige, d. h. nicht durch örtliche Erwärmung und Luftströmungen gestörte Beschaffenheit hat. Aus diesem Grunde sind Schalle bei Nacht besser und weiter hörbar als bei Tage.

Abb. 377. Reflexion des Schalles.

§ 332. **Reflexion des Schalles.** Durch Reflexion von Schallwellen an Mauern, Wäldern, Bergwänden entsteht bei größerer Entfernung des Beobachters von der schallreflektierenden Wand ein **Echo**, bei geringerer Entfernung ein **Nachhall**. — Da ferner die Reflexion nach § 327 so erfolgt, daß der einfallende und reflektierte Schallstrahl mit dem Einfallslot zur reflektierenden Wand gleiche Winkel bilden, so kann man durch geeignet gestaltete Rohre (**Sprachrohr, Nebelhorn, Hörrohr**) den Schall nach einer bestimmten Richtung leiten. Das Ticken einer auf den Boden eines langen Glaszylinders gelegten Taschenuhr ist z. B. in großer Entfernung noch wahrnehmbar, wenn man das aus dem Zylinder kommende Bündel von nahezu parallelen Schallstrahlen durch eine Glasplatte reflektieren läßt (Abb. 377).

§ 333. **Knall, Geräusch, Ton.** Eine einzelne heftige Erschütterung eines elastischen Körpers hört man als **Knall**, eine größere Anzahl von

Erschütterungen, welche in unregelmäßigen Zeitabschnitten aufeinanderfolgen, als **Geräusch.** *Ein in regelmäßigen, rasch aufeinanderfolgenden Schwingungen befindlicher Körper liefert einen Ton oder Klang.* Damit regelmäßige Schwingungen als Ton empfunden werden, ist es erforderlich, daß der schwingende Körper mindestens 15 und nach neueren Untersuchungen höchstens 20—25000 Schwingungen in der Sekunde ausführt.

§ 334. **Tonhöhe, Tonstärke, Klangfarbe.** Bei einem Ton unterscheidet man die **Höhe, Stärke** und **Klangfarbe** desselben. *Die Höhe eines Tones wächst mit der Schwingungszahl, die Tonstärke dagegen mit der Schwingungsweite jeder einzelnen Erschütterung.* Um die Abhängigkeit der Tonhöhe von der Schwingungszahl zu zeigen, bläst man gegen die auf einem Kreise angeordneten Löcher einer umlaufenden Metallscheibe (**Sirene**, Abb. 378). Der Luftstrom erzeugt, sowie er durch ein Loch der Scheibe gelangt, in der dahinter befindlichen Luft eine Verdichtung. Diese eilt als fortschreitende longitudinale Welle durch die umgebende Luft fort. Bei langsamer Drehung der Sirene hört man zunächst ein Geräusch. Bei zunehmender Umlaufgeschwindigkeit wird durch die in gleichen Zeitabschnitten und rasch nacheinander erfolgenden Luftverdichtungen ein Ton erzeugt, dessen Höhe mit der Anzahl der Luftstöße in der Sekunde wächst. Die Tonstärke kann durch Verstärkung des Luftstromes, also durch Vergrößerung der Schwingungsweite der Luftteilchen, vermehrt werden. Auch durch schwaches oder starkes Zupfen an einer Saite läßt sich die Abhängigkeit der Tonstärke von der Schwingungsweite zeigen.

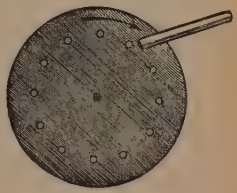


Abb 378. Sirene.

Außerdem ist allbekannt, daß die Tonstärke auch von der Entfernung des Beobachters von der Tonquelle abhängt. Es gilt: *Die Tonstärke nimmt umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung vom tönenden Körper ab,* sie ist also in 2-, 3-, 4facher Entfernung nur $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{16}$ von derjenigen in einfacher Entfernung. Dies ergibt sich unmittelbar daraus, daß nach § 327 die von der Schallquelle ausgehende Energie sich auf immer größere Kugelflächen ausbreitet.

„Als **Klangfarbe** bezeichnet man die Eigentümlichkeit eines Tones, vermöge deren man bei gleicher Tonhöhe, also gleicher Schwingungszahl, doch die Töne nach ihrem Ursprung unterscheiden kann, d. h. ob sie von einer Violine, einer Trompete, einer Flöte usw. erzeugt sind."

Bewegt sich eine Tonquelle (Schwingungszahl n, Wellenlänge des Tones λ), z. B. eine pfeifende Lokomotive, mit der Geschwindigkeit c auf einen Beobachter zu oder von ihm fort, so wird das Ohr des Beobachters in der Sekunde von $\frac{c}{\lambda}$ Schallwellen mehr bzw. weniger getroffen, als wenn Tonquelle und Beobachter gegenseitig einen unveränderlichen Abstand haben. Der Ton der Tonquelle erscheint dem Beobachter höher bei Annäherung, tiefer bei Ent-

fernung der Tonquelle (Dopplersches Prinzip 1842). Die vom Beobachter wahrgenommene Schwingungszahl des Tones ergibt sich zu $n' = n \pm \frac{c}{\lambda}$, je nachdem sich die Entfernung von Tonquelle und Beobachter verkleinert (+) oder vergrößert (—). Das Dopplersche Prinzip gilt auch für bewegte Lichtquellen und für bewegte Elektronen und Ionen; es hat in der Astronomie für Bestimmung der Eigengeschwindigkeit der Fixsterne und für das von Kanalstrahlen (§ 314, 2) ausgesandte Licht sowie in der Relativitätstheorie (§ 418) wertvolle Anwendung gefunden.

Aufgaben. 506. Wie groß ist die Schallgeschwindigkeit in Luft bei 10°, 15°, 20° C? [339,04; 342,02; 344,98 m pro sec.]

507. Welche Wellenlänge hat ein Ton, dessen Wellenlänge in Luft 1 m beträgt, in Stahl, Holz oder Wasser? [15,28; 12,55; 4,31 m.]

508. Wie groß ist die Wellenlänge des höchsten und tiefsten hörbaren Tones? [0,0095—0,0083 m bzw. 0,0166—0,0133 m; 22,2 m.]

509. Kann man eine Explosion auf einem Gestirn auf der Erde hören? [§ 331.]

510. Welche Erscheinung zeigt, daß hohe und tiefe Töne die gleiche Fortpflanzungsgeschwindigkeit haben? [§ 330, 334.]

511. Wie erklärt sich das Rollen des Donners? [§ 330.]

512. Unter welchen Bedingungen kommt ein mehrfaches Echo zustande, wenn für das Aussprechen einer Silbe $\frac{1}{5}$ Sekunde gerechnet wird? [§ 330, 332.]

513. Welche Schwingungszahl hat der Pfiff einer Lokomotive, wenn der Ton der Pfeife ursprünglich eine Schwingungszahl 500 hat und die Lokomotive mit der Geschwindigkeit 10 m/sec fährt? [515; 485; § 334.]

§ 335. **Resonanz.** Eine in der Hand gehaltene und angeschlagene Stimmgabel hört man nur sehr schwach. Der Ton wird aber sehr kräftig, wenn man die Stimmgabel mit ihrem Stiel auf die Tischplatte oder ein Holzkästchen aufsetzt. Es ergibt sich also: *Jeder tönende Körper veranlaßt andere Körper, welche im gleichen Rhythmus schwingen können, zum Mittönen.* Man bezeichnet diese Erscheinung als **Resonanz.** Eine Stimmgabel S′ (Abb. 379) gerät ferner in deutlich hörbares Tönen, wenn man eine zweite S von genau gleicher Tonhöhe kräftig erklingen läßt. Die Resonanzschwingungen macht man durch ein kleines Pendel sichtbar, welches lose an der Stimmgabel S′ anliegt und durch das Mitschwingen abgeschleudert wird. Ändert man aber die Tonhöhe der letzteren Stimmgabel durch geringes Beschweren einer Zinke mit Wachs usw., so bleibt sie stumm und das Pendel in Ruhe, wenn die andere auch noch so kräftig tönt.

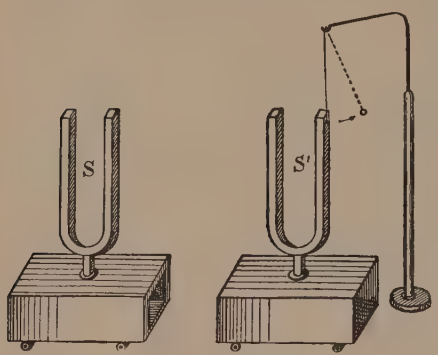


Abb. 379. Resonanzversuch.

Wird ferner eine angeschlagene Stimmgabel über einen Glaszylinder gehalten (Abb. 380), so ist ihr Ton kaum hörbar. Durch Eingießen von Wasser erzielt man nach und nach immer kräftigere Resonanz der im Zylinder befindlichen Luft bis zu einem Maximum. Bei weiterem Ver-

kürzen der Luftsäule nimmt die Resonanz wieder ab. Man findet somit: *Lufträume von bestimmten Abmessungen zeigen ein Mittönen nur bei einem ganz bestimmten Ton.* Man kann daher mit Hilfe solcher auf einen einzigen Ton abgestimmten Lufträume die in einem Tongemenge vorhandenen Töne unterscheiden. Die zu diesem Zweck von Helmholtz konstruierten **Resonatoren** (Abb. 381) sind Röhren oder Hohlkugeln aus Blech oder Glas mit einem Ansatzröhrchen zum Einstecken in das Ohr. Bei Erklingen des Tones, auf welchen der Resonator abgestimmt ist, hört man ein kräftiges Mittönen der Luft im Resonator (vgl. das Rauschen ans Ohr gehaltener Meermuscheln). — Andere, insbesondere flächenförmige Körper (Tischplatten, dünne Holzbretter) sind befähigt, bei Tönen von beliebiger Höhe mitzuschwingen und daher die Töne zu verstärken; solche Körper heißen dann **Resonanzböden** (Verwendung bei Musikinstrumenten).

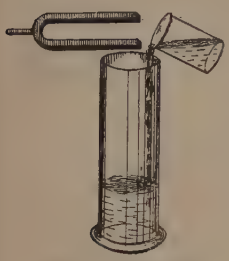


Abb. 380. Resonanz einer Luftsäule.

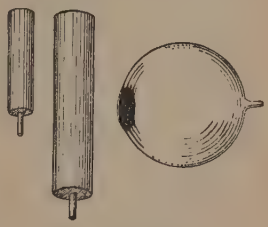


Abb. 381. Resonatoren von Helmholtz.

§ 336. **Formen der tönenden festen Körper.** Feste Körper verwendet man zur Klangerzeugung in Form von **Stäben (Stimmgabeln)** und **Saiten** oder in Form von **Platten (Membranen, Glocken).** **Transversaltöne** erhält man stets durch seitliches Anschlagen oder durch Anstreichen mit dem Violinbogen, **Longitudinaltöne** bei Stäben und Saiten durch Reiben oder Anstreichen in der Längsrichtung. Die Longitudinaltöne sind stets außerordentlich hoch und schrill und finden daher keine praktische Anwendung.

§ 337. **Stehende Schwingungen bei einem tönenden festen Körper.** Da die zur Tonerzeugung gewöhnlich verwendeten Körper stets geringe räumliche Ausdehnung haben, ergibt sich nach § 329 und auf Grund der in den folgenden §§ 338 mit 341 beschriebenen Versuche: *Jeder tönende feste Körper befindet sich im Zustande stehender Schwingungen und gibt seinen tiefsten Ton (Grundton), wenn ihm die möglichst einfache Schwingungsform zukommt. Bei komplizierterer Schwingungsform erklingt ein höherer Ton (Oberton).* Meist sind neben der einfachsten Schwingungsform zugleich auch noch kompliziertere Schwingungszustände vorhanden, so daß außer dem Grundton auch noch Obertöne erklingen. Daher konnte auch Helmholtz (1859) durch Untersuchung der Töne mittels Resonatoren feststellen: *Die Klangfarbe des Tones ist bedingt durch die Art und Zahl der mit dem Grundton zugleich erklingenden Obertöne.*

§ 338. **Schwingungsform von Stäben.** Ein **transversal schwingender Stab,** welcher seinen Grundton gibt und am einen Ende, in der Mitte oder an beiden Enden festgeklemmt ist, nimmt die in den Abb. 382a, b, c

dargestellten Schwingungsformen an (§ 337). Die Befestigungsstellen müssen stets Knotenpunkte der auftretenden stehenden Schwingungen sein. — Ein an zwei Stellen unterstützter Stab gibt dagegen seinen Grundton bei einem Schwingungszustand wie in Abb. 382d. (Jede der Abb. 382a—d zeigt den Stab in den zwei äußersten um die halbe Schwingungsdauer zeitlich verschiedenen Lagen [dicke und dünne Linie].) — Ein **U**-förmig gebogener Stab (**Stimmgabel**, Abb. 382e) befindet sich im gleichen Schwingungszustand wie ein mit zwei Knoten schwingender Stab. Die Biegungsstelle schwingt also bei der Stimmgabel lebhaft auf und ab, was durch loses Aufstützen ihres Stieles auf eine feste Unterlage erkenntlich ist. — Je kürzer und dicker die Stäbe sind, um so höher ist ihr Ton.

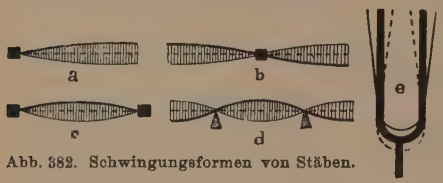


Abb. 382. Schwingungsformen von Stäben.

Am einen Ende befestigte Stahlstäbe werden bei Spieldosen, an zwei Stellen unterstützte Stäbe bei der Glas- und Holzharmonika benützt. Stimmgabeln verwendet man in der Musik zum Stimmen der Instrumente (Normalstimmgabel mit 435 Schwingungen in 1 sec).

Bringt man an einer Stimmgabelzinke eine feine Metallspitze (Schreibspitze) an und führt die tönende Stimmgabel über eine berußte Glas- oder Metallplatte in Richtung ihrer Zinken weg, so zeichnet die Schreibspitze feine Wellenlinien in die Rußfläche ein (Abb. 383). Die so erhaltene Stimmgabelkurve kann zur Ermittelung der Schwingungszahl der Stimmgabel sowie zur genauen Messung kleiner Zeiten dienen (Stimmgabelchronograph). Man braucht nur neben der Stimmgabelkurve durch eine Registriervorrichtung Zeitmarken in die Rußfläche einzeichnen zu lassen und die Anzahl der Wellen zwischen den Marken zu zählen.

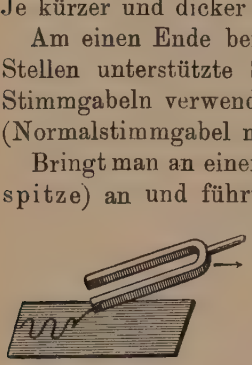


Abb. 383. Schreibstimmgabel.

§ 339. **Schwingungen von Saiten.** Die stets an beiden Enden befestigten **Saiten** geben ihren Grundton, wenn sie im ganzen schwingen. Höhere Töne erhält man bei Saiten entweder durch stärkeres Spannen

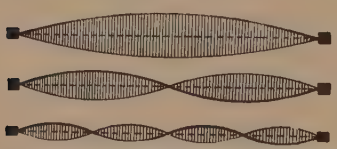


Abb. 384a. Schwingungsformen einer Saite.

Abb. 384b. Flageolettöne.

oder durch Verkürzen der Saite, endlich auch durch leichtes Berühren mit dem Finger an bestimmten Stellen. Dadurch werden diese Stellen zu Knotenpunkten (Abb. 384a), und die Saite schwingt in mehreren Abteilungen (**Flageolettöne**). Die im letzteren Falle auftretenden Knoten und Bäuche erkennt man aus dem Verhalten von kleinen auf die Saite

aufgesetzten Papierreitern. Die Reiter bleiben an den Knoten sitzen, an den Bäuchen werden sie abgeworfen (Abb. 384b).

Grenzt man die Saite anstatt durch loses Berühren einer Stelle wie bei Erzeugung der Flageolettöne durch einen Steg ab, so wird der Ton um so höher, je kürzer die Saite genommen wird.

Gibt eine Saite von der Länge l ihren Grundton, so ist wegen des Auftretens stehender Schwingungen die Wellenlänge ihres Tones $\lambda = 2l$, also ihre Schwingungszahl $n = \frac{V}{2l}$, wenn V die Schallgeschwindigkeit im Saitenmaterial ist. Außerdem ergibt sich nach Taylor (1716) die Schwingungszahl der Saite $n = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{P}{m}}$, wobei die Spannung P der Saite in Dyn anzugeben ist und m die Masse eines Stückes der Saite von 1 cm Länge darstellt. Ist die Dicke der Saite d (= Durchmesser) und das spezifische Gewicht des Saitenmaterials s, so hat man wegen $m = \frac{d^2\pi}{4} \cdot 1 \cdot s$ noch $n = \frac{1}{l \cdot d}\sqrt{\frac{P}{\pi \cdot s}}$. Spannt man also eine Saite durch ein 4mal so großes Gewicht, so ergibt sich unter sonst gleichen Verhältnissen (gleiche Dicke, gleiches Material) ein Ton von doppelt so hoher Schwingungszahl. Eine Saite von doppelt so großer Dicke bei gleicher Spannung und gleichem Material liefert einen Ton von halb so großer Schwingungszahl, wie die entsprechende dünnere Seite.

§ 340. **Schwingende Platten.** **Platten** und **Membranen** schwingen beim seitlichen Anstreichen oder Anschlagen in einzelnen Abteilungen, zwischen welchen ganze Linien **(Knotenlinien)** in Ruhe bleiben. Diese Linien lassen sich auf ebenen Glas- oder Metallplatten durch feinen aufgestreuten Sand sichtbar machen (**Chladnische**[1]) **Klangfiguren** 1787). Der Sand wird an den lebhaft schwingenden Teilen der Platte abgeworfen und häuft sich an den Knotenlinien an (Abb. 385). Die Form der Klangfiguren ist um so einfacher, je tiefer der Ton der Platte ist.

Abb. 385. Klangfiguren.

§ 341. **Stehende longitudinale Schwingungen in begrenzten Luftsäulen. Pfeifen.** **In begrenzten Luftsäulen,** welche zum Tönen gebracht werden, **bildet sich eine stehende longitudinale Wellenbewegung aus.** So befindet sich bei dem in Abb. 380 dargestellten Versuch die Luftsäule beim Maximum der Resonanz im Zustande stehender longitudinaler Schwingungen mit einem Knoten an der Wasseroberfläche, einem Bauch am oberen Ende der Röhre. — Bringt man ferner einen Glas- oder Stahlstab durch Reiben der Länge nach zum Tönen, so erzeugt dieser durch Resonanz stehende Schwingungen in einer durch einen verschiebbaren Kork abgegrenzten Luftsäule in einer Röhre (Abb. 386). Gleichmäßig in der Röhre verteiltes trockenes Korkmehl

1) Chladni (geb. 1756 zu Wittenberg, † 1827 in Breslau) ist Begründer der Akustik als einheitlicher physikalischer Disziplin; er bereiste, Lehrvorträge über akustische Gegenstände haltend, Deutschland, Frankreich und Italien.

häuft sich dann an den Knoten K, K der stehenden Wellenbewegung an und bildet an den Bäuchen feine Querrippen (**Kundtsche Staubfiguren**, Abb. 386). Beide Erscheinungen können zur Bestimmung der Wellenlänge des benützten Tones dienen. Damit ist aber die Tonhöhe aus der Schallgeschwindigkeit in Luft und wegen des stehenden Schwingungszustandes des Stabes auch die Schallgeschwindigkeit im Stabmaterial berechenbar. — Luftsäulen, welche in Röhren eingeschlossen sind, können durch Anblasen mittels geeigneter Mundstücke in stehende longitudinale Schwingungen versetzt werden und heißen dann **Pfeifen**. Man findet: *Eine Pfeife gibt*, ähnlich wie tönende feste Körper, *ihren Grundton, wenn die Schwingungsform der eingeschlossenen Luftsäule die möglichst einfache ist.* Am angeblasenen Ende ist stets ein Schwingungsbauch vorhanden, am anderen Ende dagegen ein Schwingungsbauch oder ein Schwingungsknoten, je nachdem die Pfeife **offen** oder **gedeckt** ist (Abb. 387a offene, Abb. 387b gedeckte Pfeife). Man erkennt aus dem Schwingungszustande ohne weiteres, daß die offene und die halb so lange gedeckte Pfeife denselben Ton geben.

Abb. 386. Kundtsche Staubfiguren.

Abb. 387 a Offene, b gedeckte Pfeife.

§ 341a. **Königs manometrischer Flammenzeiger.** Die durch alle Arten von Tönen in der Luft hervorgerufenen longitudinalen Wellen mit ihren Verdichtungen und Verdünnungen können durch den von dem Akustiker König in Paris 1862 angegebenen manometrischen **Flammenzeiger** sichtbar gemacht werden. Dieser besteht aus einer kleinen, durch eine Gummimembran in 2 Kammern geteilte Dose (Abb 388; die Dose ist im Durchschnitt gezeichnet). Mittels eines Schalltrichters führt man die Schallwellen der Membran zu, deren Schwingungen das durch die zweite Kammer zu einem kleinen Brenner strömende Leuchtgas in Verdichtungen und Verdünnungen versetzt, so daß die Flamme abwechselnd höher und niedriger brennt. Beobachtet man die Flamme in einem rasch gedrehten Spiegel, so liefert sie ein gezacktes, ohne Einwirkung von Schallwellen ein gleichmäßig breites Lichtband.

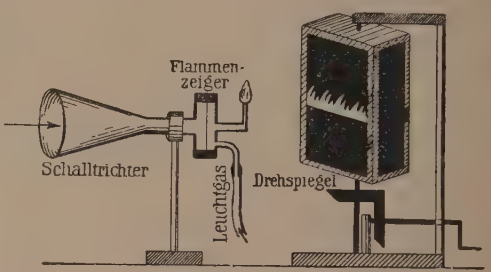


Abb. 388. Königs manometrischer Flammenzeiger nebst Drehspiegel.

Übungen. a) Man untersuche die Abhängigkeit der Tonhöhe einer Saite von ihrer Länge und der Spannung (durch ein angehängtes Gewicht)! — b) Man klebe an eine Stimmgabelzinke eine Schreibspitze und fahre nach dem Anschlagen der

Stimmgabel mit der Schreibspitze über eine berußte Glastafel und ändere dabei die Raschheit der Bewegung! — c) Man halte eine angeschlagene Stimmgabel (a-Gabel) über einen hohen Glaszylinder (Abb. 380) und suche durch Erzielen der Resonanz durch Eingießen von Wasser die Schwingungszahl der Stimmgabel zu bestimmen! — d) Ermittelung der Schallgeschwindigkeit in verschiedenen Stäben durch die Kundtschen Staubfiguren.

§ 342. **Tonintervalle.** „Das Verhältnis der Schwingungszahlen zweier Töne nennt man ihr **Intervall**.“ Man unterscheidet in der Musik die Intervalle von Grundton (Prim) und Oktave (Intervall 1 : 2), bzw. von Grundton und Quinte (2 : 3), Quarte (3 : 4), großer Terz (4 : 5) und kleiner Terz (5 : 6), von einem großen ganzen Ton (8 : 9), einem kleinen ganzen Ton (9 : 10) und einem halben Ton (15 : 16).

Im Intervall einer Oktave hat man in der Musik zunächst 6 Töne so eingeschoben, daß die Intervalle aufeinanderfolgender Töne einen ganzen oder halben Ton ausmachen. So hat man z. B. in der als C-Dur-Tonleiter[1]) bezeichneten Tonfolge:

	c	d	e	f	g	a	h	$\bar{c}$
die Intervalle hinsichtlich des Grundtones	1	$\frac{9}{8}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{15}{8}$	2
die Intervalle hinsichtlich des vorhergehenden Tones .		$\frac{9}{8}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{16}{15}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{16}{15}$

Der Ton e macht also $\frac{5}{4}$ mal so viel Schwingungen in der Sekunde wie der Grundton c, er ist also die große Terz des Grundtons, der Ton g macht $\frac{3}{2}$ mal so viel Schwingungen in der Sekunde wie der Grundton c, er ist also die Quinte von c usw.

Um aber von jedem Ton aus in Quinten, Quarten usw. fortschreiten zu können, braucht man noch 5 weitere Töne, so daß das Intervall einer Oktave im ganzen 12 Töne umfaßt. Diesen gibt man ein gleichmäßiges Intervall von $1 : \sqrt[12]{2}$ von Ton zu Ton (gleichschwebende Temperatur), so daß nur die Oktaven das reine Intervall 1 : 2 haben. Man hätte sonst bei Instrumenten mit fester Stimmung (Klavier, Zither, Orgel, Flöte, Trompete usw.) zu viele Töne nötig, um von einem Ton aus in reinen Intervallen weitergehen zu können. Es ergeben sich so unter Zugrundelegung des Tones a mit **435** ganzen, also 870 einfachen Schwingungen in 1 sec (Normal-a, Kammerton) folgende Schwingungszahlen für die C-Dur-Tonleiter:

c	cis des	d	dis es	e fes	f eis	fis ges	g	gis as	a	ais b	h ces	$\bar{c}$
258,7	274	290,3	307,6	325,9	345,3	365,7	387,5	410,6	**435**	460,9	488,3	517,3
1	$\sqrt[12]{2}$	$\sqrt[12]{2^2}$	$\sqrt[12]{2^3}$	$\sqrt[12]{2^4}$	$\sqrt[12]{2^5}$	$\sqrt[12]{2^6}$	$\sqrt[12]{2^7}$	$\sqrt[12]{2^8}$	$\sqrt[12]{2^9}$	$\sqrt[12]{2^{10}}$	$\sqrt[12]{2^{11}}$	2
1	1,05946	1,12246	1,18921	1,25992	1,33484	1,41421	1,49831	1,58740	1,68179	1,78180	1,88775	2

1) Die Bezeichnungen Dur und Moll stammen nicht vom Klangcharakter der Tonleitern, sondern von der üblich gewordenen Schreibweise des Tones b. In der Dur-Skala schrieb man das eckige b (♮ = b durum, jetzt h), in der Moll-Skala das runde b (♭ = b molle).

§ 343. **Konsonanz und Dissonanz.** Läßt man zwei oder mehrere Töne gleichzeitig erklingen, so gilt: *Der Zusammenklang mehrerer Töne gibt eine um so angenehmere Empfindung für das Ohr* (*Konsonanz*, Wohlklang), *je einfacher das Verhältnis ihrer Schwingungszahlen ist.*[1]) Eine unangenehme, rauhe Empfindung für das Ohr (**Dissonanz**, Mißklang) entsteht beim Zusammenklang von Tönen mit kompliziertem Verhältnis ihrer Schwingungszahlen, z. B. bei zwei Tönen im Intervall eines halben Tones 15 : 16.

§ 344. **Schwebungen.** *Zwei Töne, welche nur um wenige Schwingungen in der Schwingungszahl voneinander verschieden sind, liefern beim gleichzeitigen Erklingen in gleichen Zeiträumen erfolgende Anschwellungen der Tonstärke oder Schwebungen.* Dieses Anwachsen der Tonstärke tritt offenbar durch Vergrößerung der Schwingungsweite der Luftteilchen, also dadurch auf, daß eine Welle des einen Tones mit ihrer Verdichtung und Verdünnung fast vollständig zusammenfällt mit einer Verdichtung und Verdünnung des anderen Tones. Zwei Töne von genau gleicher Schwingungszahl liefern keine Schwebungen, z. B. zwei genau gleichgestimmte Stimmgabeln. Verstimmt man aber eine der Stimmgabeln durch Aufsetzen einer Klemme oder durch Ankleben eines Wachskügelchens an einer Zinke, so erhält man Schwebungen.

§ 345. **Menschliche Stimme.** Die **menschliche Stimme** wird dadurch hervorgerufen, daß zwei im Kehlkopf befindliche, elastische und willkürlich spannbare Membranen, die Stimmbänder, durch die aus der Luftröhre ausgeblasene Luft in Schwingungen versetzt werden. Die Mundhöhle wirkt als Resonator und verstärkt den Ton der schwingenden Stimmbänder.

Abb. 389. Phonograph.

Durch den **Phonographen** (Edison 1877, Abb. 389) können die Laute der menschlichen Stimme, überhaupt irgend welche Töne aufgezeichnet und wiedergegeben werden. Man läßt die Töne von einem Schallbecher B aufnehmen, der mit einer elastischen Membran geschlossen ist. Ein in der Mitte der Membran angebrachter feiner Stift S gräbt die Schwingungen in eine gehärtete Wachswalze W ein, welche gleichmäßig gedreht und gleichzeitig in ihrer Achsenrichtung langsam verschoben wird. Läßt man dann den Stift wieder über die hervorgerufenen Eindrücke weggleiten, so kommt die Membran in Schwingungen und erzeugt die ursprünglichen Laute wieder.

§ 346. **Gehörorgan.** Das zur Wahrnehmung des Schalles dienende

1) Dieses Verhalten ist schon von dem griechischen Philosophen Pythagoras (582—500 v. Chr.) festgestellt worden.

Ohr (Abb. 390) besteht aus einem Resonanzboden, dem Trommelfell T, welches durch die in den äußeren Gehörgang G gelangenden Schallschwingungen der Luft selbst in Schwingungen versetzt wird. Die Bewegungen des Trommelfells werden durch die in der Paukenhöhle P liegenden Gehörknöchelchen (Hammer H, Ambos A, Steigbügel S) auf eine zweite Membran, das ovale Fenster O, und durch Vermittlung der in der Paukenhöhle befindlichen Luft auch auf das runde Fenster R übertragen. Beide Fenster sind in das mit wässeriger Flüssigkeit gefüllte Labyrinth L eingesetzt, welches aus Vorhof, drei Bogengängen und Schnecke besteht. Im Inneren der Schnecke befindet sich eine große Anzahl von Nervenstäbchen verschiedener Länge (Cortisches Organ), welche durch die pulsierende Flüssigkeit des Labyrinths je nach dem ankommenden Tone in Resonanzschwingungen versetzt werden und so den Ton dem Gehirn und dem Bewußtsein übermitteln. Die Paukenhöhle ist zum Ausgleich der Druckschwankungen ihres Luftinhaltes durch die Eustachische Röhre E mit der Mundhöhle verbunden.

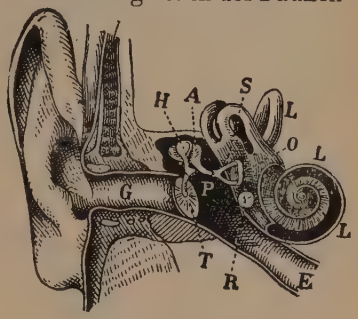


Abb 390. Gehörorgan.

Aufgaben. 514. In welchem Verhältnis steht die Wellenlänge eines Tones zur Länge eines tönenden Stabes, wenn dieser a) an einem Ende, b) in der Mitte, c) an beiden Enden eingeklemmt ist und seinen Grundton gibt? [4 : 1; 2 : 1; 2 : 1.]

515. Wie müssen sich bei gleichem Material, gleichem Querschnitt und gleicher Spannung die Längen zweier Saiten verhalten, von welchen die eine die höhere Oktave, Quinte oder Quarte der anderen gibt? [1 : 2; 2 : 3; 3 : 4.]

516. Wie verhalten sich die Schwingungszahlen der Grundtöne gleich langer Pfeifen, von welchen die eine offen, die andere gedeckt ist? Welche Beziehung besteht überhaupt zwischen Wellenlänge des Grundtones und Länge der Pfeifen bei offenen und gedeckten Pfeifen? [2 : 1; $\lambda = 2l$; $\lambda' = 4l'$.]

517. Wie viele Schwingungsknoten und wie viele Bäuche können in einer gedeckten, wie viele in einer offenen Pfeife liegen? [n, n; n, $n+1$.]

518. Zeichne den Schwingungszustand eines an einem Ende oder an zwei Stellen unterstützten Stabes, wenn er mit 3, 4, 5 Knoten schwingt! [§ 338.]

519. Wie kann man zwei Saiten auf gleichen Ton stimmen? [§ 344.]

520. Wie läßt sich durch den Versuch Abb. 380 die Schwingungszahl einer Stimmgabel bzw. die Schallgeschwindigkeit in der Luft ermitteln? [§ 341, 325.]

X. Die Lehre vom Licht (Optik).

A. Ausbreitung des Lichtes.

§ 347. **Lichtquellen und dunkle Körper.** „Diejenigen Erscheinungen, welche wir ausschließlich mit Hilfe unseres Auges empfinden, nennt man **Lichterscheinungen.**“ Veranlassung zur Lichtempfindung geben Körper, wenn **Licht** von ihnen ausgeht und in unser Auge gelangt. Bezüglich

ihrer Fähigkeit, Licht auszusenden, teilt man die Körper ein in **Selbstleuchter** oder **Lichtquellen** und in **nicht selbstleuchtende** oder **dunkle Körper.** Die Lichtquellen unterscheidet man wieder in kosmische Lichtquellen (Sonne, Fixsterne) und in irdische Lichtquellen (elektrisches Licht, Kalklicht, Zirkonlicht, Magnesiumlicht, glühende feste, flüssige und gasförmige Körper, Flammen). Die dunklen Körper haben meistens die Eigenschaft, das auf ihre Oberfläche auftreffende Licht einer Lichtquelle ganz oder zum Teil wieder zurückzuwerfen, zu reflektieren. Sie verhalten sich dann, solange sie vom Licht einer Lichtquelle bestrahlt werden, ebenso wie eine Lichtquelle. Das von Lichtquellen und von beleuchteten dunklen Körpern ausgehende Licht ruft im allgemeinen eine Verschiedenheit der Lichtempfindung hervor, welche als **Farbe des Lichtes** bezeichnet wird.

§ 348. **Fluoreszenz und Phosphoreszenz.** Viele (insbesondere farbige) Körper besitzen die Eigenschaft, auffallendes Licht teilweise zu verschlucken, zu **absorbieren.** Eine Gruppe dieser Körper, die **fluoreszierenden** und **phosphoreszierenden,** verwandeln das absorbierte Licht in solches von anderer Farbe und werden dadurch zu Lichtquellen besonderer Art. „**Fluoreszenz** ist die Eigentümlichkeit gewisser Körper (Flußspat, Fluoreszëin, Petroleum, Äskulin, Baryumplatincyanür usw.), **während der Bestrahlung** durch eine Lichtquelle von ihrer Oberfläche und von derselben nahegelegenen Schichten farbiges Licht auszusenden.“ Die Farbe des Fluoreszenzlichtes ist je nach dem Stoffe verschieden. — „**Phosphoreszenz** nennt man die Eigenschaft gewisser, als **Phosphore** (Lichtträger) bezeichneten Körper (besonders Schwefelverbindungen von Calcium, Baryum, Strontium), **nach vorhergegangener Belichtung** ohne Änderung ihrer chemischen Zusammensetzung längere Zeit im Dunkeln ein sanftes Licht auszustrahlen.“ Das Leuchten von Phosphor, von faulem Holz und Fleisch im Dunkeln ist keine Phosphoreszenz im optischen Sinne, sondern ist hervorgerufen durch eine langsame Verbrennung (Oxydation) der betreffenden Körper.

§ 349. **Durchsichtige und undurchsichtige Körper.** Bringt man einen Körper zwischen eine Lichtquelle und das Auge, so kann der Körper dem Licht ohne merkliche Schwächung, geschwächt oder gar nicht den Durchgang gestatten. Demnach unterscheidet man die Körper als **durchsichtig, durchscheinend** oder **undurchsichtig.** „Durchsichtige Körper (Luft, Glas, Wasser usw.) gestatten ein deutliches Wahrnehmen anderer in oder hinter ihnen befindlichen Körper, undurchsichtige Körper (Metalle, Holz, Pappe usw.) verhindern dies vollständig. Durchscheinende Körper (Mattglas, Milchglas, Horn, gefettetes Papier, Nebel) lassen zwar Licht hindurch, ermöglichen aber kein deutliches Sehen hinter ihnen befindlicher Gegenstände.“ — In genügend dünner Schicht werden auch die undurchsichtigsten Körper, z. B. Metalle (Blattgold), durchscheinend.

§ 350. **Geradlinige Ausbreitung des Lichtes; Schatten, Camera obscura.** Zwei undurchsichtige Schirme mit je einer kleinen Öffnung

lassen das Licht einer hinter ihnen aufgestellten Kerzenflamme nur dann wahrnehmen, wenn die Öffnungen und die Flamme in gerader Linie liegen (vgl. auch das Einvisieren dreier Punkte im Raum und die Beleuchtung der Staubteilchen in der Luft längs geradliniger Streifen beim Eindringen von Sonnenstrahlen durch eine Öffnung im Fensterladen). Hieraus folgt:

Von einem Punkt eines leuchtenden Körpers aus breitet sich das Licht längs gerader Linien (Lichtstrahlen) und zwar nach allen möglichen Richtungen im Raume aus. — Weitere Beweise für die geradlinige Ausbreitung des Lichtes liefern der **Schatten** hinter einem undurchsichtigen Körper und die **Camera obscura.**

a) Hinter jedem einseitig beleuchteten, undurchsichtigen Körper entsteht ein dunkler Raum, in welchen gar kein Licht von der Lichtquelle aus gelangt. Dieser dunkle Raum heißt **Schattenraum.** Er ist begrenzt durch eine geradlinige Fläche, welche die Lichtquelle und den undurchsichtigen Körper berührt. Die Schnittfigur des Schattenraumes mit einem Schirme, der **Schatten,** kann in seinen Umrissen somit durch Ziehen von geraden Linien geometrisch konstruiert werden.

Bei sehr kleiner oder punktförmiger Lichtquelle P (Abb. 391) ist der auf einem Schirme SS aufgefangene Schatten eines undurchsichtigen Körpers gleichmäßig dunkel und scharf begrenzt. Lichtquellen L von größerer Ausdehnung werfen dagegen einen Schatten, welcher aus einem vollkommen dunklen Kernschatten K und aus einem teilweise beleuchteten Halbschatten H besteht (Abb. 391). Steht z. B. der Mond zwischen Sonne und Erde, so nimmt man an jenen Orten der Erde, welche vom Kernschatten des Mondes getroffen werden, eine totale Sonnenfinsternis wahr. An Orten, welche in den Halbschatten des Mondes fallen, bleibt noch ein sichelförmiger Teil der Sonne sichtbar (partielle Sonnenfinsternis).

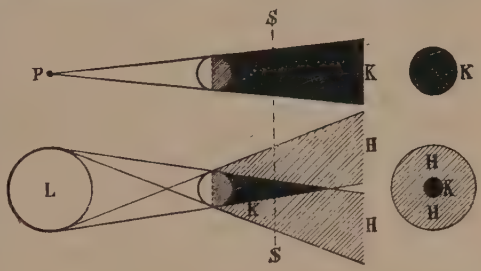


Abb. 391. Schatten.

Die Abmessungen des Schattens hängen außer von der Größe der Lichtquelle in jedem Falle von den Entfernungen der Lichtquelle und des Auffangschirmes vom undurchsichtigen Körper ab.

b) Die **Lochkamera, Camera obscura** (lat. = finstere Kammer) [Porta 1558][1]) ist ein rechteckiger, lichtdichter Kasten mit kleiner Öffnung in der Vorderwand (Abb. 392). Von jedem Punkt eines vor der Öffnung befindlichen leuchtenden Körpers AB dringt ein feines Bündel von Licht-

1) Porta (1538—1615), ein reicher neapolitanischer Edelmann, betrieb als Liebhaber Naturwissenschaften und veröffentlichte eine Magia naturalis.

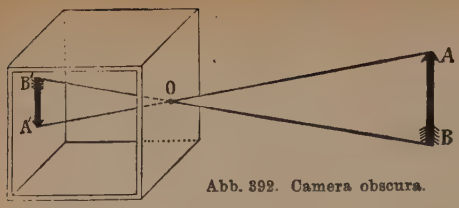


Abb. 392. Camera obscura.

strahlen durch die Öffnung O und erzeugt auf der Rückwand des Kastens einen kleinen Lichtfleck. Durch die Gesamtheit aller derartigen geradlinigen Strahlenbündel entsteht auf der Rückwand des Kastens ein **verkehrtes Bild** A′B′ des leuchtenden Objektes. — Mit einer kleinen Öffnung im Fensterladen eines verdunkelten Zimmers und einem dahinter aufgestellten Schirm läßt sich die gleiche Erscheinung erhalten.

Aufgaben. 521. Im Abstand a von einer kreisförmigen, undurchsichtigen Scheibe vom Radius r befindet sich eine punktförmige Lichtquelle. Welchen Durchmesser hat der Schatten der Scheibe auf einen zur Scheibe parallelen und von ihr um b abstehenden Schirm?

$$\left[2\,\frac{a+b}{a}\cdot r.\right]$$

522. Welchen Halbmesser hat der Kern- und Halbschatten einer undurchsichtigen Kreisscheibe vom Radius r, welche von einer kreisförmigen Lichtquelle vom Radius R beleuchtet wird, wenn die Entfernung von Lichtquelle und Scheibe a, diejenige von Scheibe und Schirm b beträgt? Welche Gesamtlänge hat der Kernschatten?

$$\left[r\left(1-\frac{b}{a}\,\frac{R-r}{r}\right);\ r\left(1+\frac{b}{a}\,\frac{R+r}{r}\right);\ \frac{ar}{R-r}\cdot\right]$$

523. Wenn der Radius der Erde = 1, derjenige der Sonne = 112, der Abstand der Mittelpunkte beider = 23984, sowie der Abstand des Mondes von der Erde = 60 Erdradien gesetzt wird, wie groß ist a) die Länge des Kernschattens hinter der Erde, b) der Radius des Kern- und Halbschattens eines senkrechten Durchschnittes dieser Schatten in der Entfernung des Mondes? [216,07; 0,72; 1,282 Erdradien.]

524. Im Abstande d vor der Öffnung einer Camera obscura befindet sich ein leuchtendes rechteckiges Objekt von der Breite a und der Höhe b. Welche Breite und Höhe hat das entstehende Bild, wenn die Auffangwand der Camera den Abstand e von der Öffnung hat? $\left[\frac{e}{d}\cdot a;\ \frac{e}{d}\cdot b.\right]$

525. Läßt man in ein verdunkeltes Zimmer durch eine Öffnung im Fensterladen Sonnenlicht fallen, so ensteht auf einem Schirm bei kleiner, beliebig gestalteter Öffnung stets ein rundes Sonnenbild, bei großer Öffnung aber ein Lichtfleck von der Form der Öffnung. Wie erklärt sich diese Erscheinung? Welche Abmessungen hat der entstehende Lichtfleck im Abstande e von der Öffnung, wenn der vom Sonnenrand nach einem Punkt auf der Erdoberfläche gelangende Lichtkegel einen Kegelwinkel $\alpha = 32'$ hat? [§ 350b: $2e\cdot\operatorname{tg} 16'$.]

526. Wie ist es zu erklären, daß ein auf der Rückwand einer Camera obscura erzeugtes Bild nur bei kleiner Öffnung scharf ist, dagegen mit zunehmender Größe der Öffnung immer undeutlicher wird? [§ 350b.]

Übungen. a) Bestimme eine Visierlinie durch Einstecken von 2 Stecknadeln in ein Reißbrett, stecke dann eine dritte Nadel in Richtung dieser Visierlinie und kontrolliere mit einem guten Lineal! — b) Mit einer zu einer Camera obscura umgewandelten Pappschachtel untersuche die Abhängigkeit des Bildes von der Entfernung des Gegenstandes! — c) Untersuche die Angaben in Aufgabe 526 auf ihre Richtigkeit!

§ 351. Lichtgeschwindigkeit, Bestimmung derselben durch Römer und Fizeau. *Die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichtes beträgt im luftleeren Raum und angenähert auch in Luft 300000 km in der Sekunde,* d. h. also, das Licht legt im luftleeren Raume in jeder Sekunde eine Strecke von 300000 km zurück.

Die erste Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit geschah durch den dänischen Astronomen Olaf Römer (1676). Er beobachtete, daß die Zeit des Eintritts des ersten Jupitermondes T (Abb. 393) in den Kernschatten des Jupiter J sich um so mehr verspätete, je mehr die Erde auf ihrer Bahn E_1 E_2 E_3 E_4 sich vom Jupiter entfernte. Die Verspätung betrug schließlich nach Zurücklegen der halben Erdbahn E_1 E_2 E_3 16 min 36 sec = 996 sec. Diese Zeit brauchte also das Licht, um den Erdbahndurchmesser $E_1 E_3$ (300 Millionen km) zu durchlaufen. Die Geschwindigkeit des Lichtes ist daher $\frac{300\,000\,000}{996}$ km/sec oder rund 300000 km/sec = 42000 geograph. Meilen in der sec.

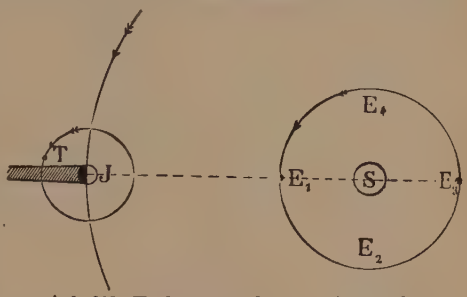


Abb 393. Verfinsterung des 1. Jupitermondes.

Fizeau[1]) gelang es im Jahre 1849, durch einen irdischen Versuch die Lichtgeschwindigkeit zu bestimmen. Er ließ das Licht einer starken Lichtquelle L (Abb. 394) von einer unbelegten Spiegelglasplatte G nach einem 8,633 km entfernten Spiegel S werfen. Auf dem Wege GS mußte das Licht durch eine Lücke zwischen den Zähnen eines nahe bei G aufgestellten Zahnrades Z mit 720 Zähnen hindurchgehen. Vom Spiegel S kehrte dann das Licht auf dem gleichen Wege und durch die Glasplatte G hindurch zum Beobachter B zurück. Bei ruhendem Zahnrad sah daher der in Richtung BGS blickende Beobachter den Lichtpunkt L. Bei 12,6 Umdrehungen des Zahnrades in der Sekunde konnte jedoch der Lichtpunkt L nicht mehr gesehen werden. Es war somit das vom Spiegel S nach dem Beobachter zurückgeworfene Licht durch den auf die Lücke folgenden Zahn des Rades aufgehalten worden. Da nun die Drehung des Rades um Zahnbreite in $\frac{1}{2 \cdot 720 \cdot 12{,}6}$ sec = $\frac{1}{18144}$ sec erfolgte, so brauchte das Licht diese Zeit, um den Weg von G nach S und wieder zurück bis G, also $2 \cdot 8{,}633$ km = 17,266 km zu durchlaufen. Die Licht-

Abb. 394. Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit nach Fizeau.

1) Fizeau (1819—1896), zuletzt an der École polytechnique in Paris tätig, führte wichtige Untersuchungen über die Lichtgeschwindigkeit auch in anderen Körpern als Luft aus.

geschwindigkeit ergab sich so zu $17{,}266 : \frac{1}{18\,144}$ km/sec = 313274 km/sec. — Neuere sehr sorgfältige Messungen von Cornu (1871—74) nach der gleichen Methode ergaben eine Geschwindigkeit von 299950 km/sec und von Young und Forbes (1881) von 301300 km/sec, somit in runder Zahl **300000 km/sec.**

§ 352. **Lichtgeschwindigkeit in anderen Körpern.** Im Jahre 1850 stellte Foucault durch Versuche fest: *In anderen durchsichtigen Körpern ist die Lichtgeschwindigkeit geringer als in Luft,* z. B. in Wasser durchschnittlich 225000 km/sec, in Glas 200000 km/sec usw. „Von zwei durchsichtigen Körpern wird derjenige als **optisch dichter** bezeichnet, in welchem die Lichtgeschwindigkeit eine **geringere** ist."

§ 353. **Wesen des Lichtes.** Newton[1]) sprach 1704 die Ansicht aus, daß das Licht aus äußerst feinen Teilchen bestehe, welche mit großer Geschwindigkeit von den leuchtenden Körpern geradlinig ausgeschleudert werden (**Emissionstheorie**). Huyghens[2]) hatte schon vorher (1678) die Lichterscheinungen durch eine Wellenbewegung des Lichtäthers erklärt. Erst Fresnel[3]) entschied 1815 durch zahlreiche Versuche (§ 405) den Streit und stellte zugleich unzweifelhaft fest, daß das Licht als **transversale Wellenbewegung des Lichtäthers** aufzufassen ist (**Undulations-** oder **Wellentheorie des Lichtes**). — Die als Licht empfundenen Schwingungen des Äthers erfolgen äußerst rasch (viele Billionen mal in der Sekunde). *Die verschiedene Farbe des Lichtes ist durch die Anzahl der Schwingungen des Äthers in der Sekunde bedingt* (Tabelle). Wegen des Zusammenhanges von Schwingungszahl, Wellenlänge und Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Wellenbewegung (§ 325) ist **eine bestimmte Farbe** aber auch durch ihre **Wellenlänge im freien Äther** (d. h. im luftleeren und im Weltenraume) gekennzeichnet. Die Wellenlänge einer Farbe läßt sich durch einwurfsfreie Messungen feststellen (§ 404). Es ergaben sich für die verschiedenen Lichtsorten (**Farben**) im Mittel folgende Werte von **Schwingungszahl** und **Wellenlänge:**

Farbe	rot	orange	gelb	grün	blau	violett	
Schwingungszahl	395	480	525	570	660	760	Billionen in 1 sec
Wellenlänge . . .	760	625	572	527	455	395	Milliontel-mm

1) Newton (1643—1727), zuerst Professor der Mathematik in Cambridge, dann Münzmeister und Präsident der Royal Society, ist der Entdecker des Gravitationsgesetzes (§ 90), mittels dessen er die Bewegungen der Himmelskörper erklärte. Auch auf dem Gebiete der Optik (§ 392), Mechanik und Mathematik leistete er Bedeutendes.

2) Huyghens (1629—1695) wurde auf Grund seiner hervorragenden Leistungen in der Mechanik, Optik, Mathematik und Astronomie (§ 327 Anmerkung) im Jahre 1663 von der Royal Society und 1666 auch von der Pariser Akademie zum Mitglied ernannt.

3) Fresnel (1788—1827), Mitglied der Pariser Akademie, lieferte durch seine zahlreichen grundlegenden Untersuchungen über Beugung, Doppelbrechung und Polarisation den Beweis für die transversale Wellennatur des Lichtes.

Die äußerst raschen Schwingungen im Lichtäther dachte man sich hervorgerufen durch gleich rasche Vibrationen der Moleküle und Atome eines leuchtenden Körpers. — Nach der im Jahre 1865 von Maxwell aufgestellten **elektromagnetischen Lichttheorie** werden die Erscheinungen des Lichtes veranlaßt durch **elektrische** und mit denselben **gleichzeitig auftretende magnetische Schwingungen** im Lichtäther, welche sich in Form einer **transversalen Wellenbewegung** ausbreiten. Diese Anschauung hat durch die Untersuchungen von Hertz (1888, 1890) über elektrische Wellen (§ 252 und 315,2) eine experimentelle Bestätigung erfahren und ist jetzt die allgemein angenommene. Auf Grund der neueren Vorstellungen über das Wesen der Elektrizität (§ 228 und 314,4) denkt man sich dann die elektromagnetischen Schwingungen des Lichtäthers hervorgerufen durch Schwingungen der elektrisch geladenen Atombestandteile (Elektronen) des Körpers.

Unabhängig von den besonderen Vorstellungen der einen oder anderen Lichttheorie kann man jedenfalls zufolge der Erfahrungstatsachen sagen:

Das Licht ist als eine Form der Energie und zwar als Bewegungsenergie des Lichtäthers anzusehen.

Aufgaben. 527. In welcher Entfernung befindet sich der Fixstern Sirius, wenn das von ihm ausgehende Licht 16,9 Jahre braucht, um zu uns zu gelangen? Wie groß ist ferner das Lichtjahr, welches die Astronomen zur Angabe der gewaltigen Entfernungen im Weltenraum benützen, wenn diese die vom Licht in einem Jahre zurückgelegte Strecke bedeutet? [$159{,}874 \cdot 10^{12}$ km; $9{,}46 \cdot 10^{12}$ km.]

528. Der nächste Fixstern (α Centauri) ist 33,226 Billionen km von der Erde entfernt. In welcher Zeit gelangt das Licht von ihm aus zu uns? [3,51 Jahre.]

529. In welcher Hinsicht besteht eine Ähnlichkeit zwischen den verschiedenen Farben und den Tönen, in welcher nicht? [§ 353, 330—334.]

530. [R. G. 1906.] Man beschreibe zwei Methoden zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit! [§ 351.]

§ 354. **Photometrie.** Die in einem unbegrenzten und gleichartigen (isotropen) durchsichtigen Medium von einem leuchtenden Punkt nach allen Richtungen geradlinig ausgehende Lichtbewegung **erreicht** nach aufeinanderfolgenden Zeiteinheiten immer größere Kugelschalen, deren gemeinsames Zentrum der leuchtende Punkt ist (vgl. § 327). Eine Fläche von 1 qcm erhält daher in den Entfernungen 1 und r von einem leuchtenden Punkt P mit der **Lichtintensität** J (= gesamte nach allen Richtungen ausgestrahlte Lichtmenge) die **Lichtmengen (Beleuchtungsstärken)** $L_1 = \frac{J}{4\pi}$ und $L_r = \frac{J}{4r^2\pi}$ senkrecht zugestrahlt (Abb. 395).

Man hat daher $L_1 : L_r = \frac{J}{4\pi} : \frac{J}{4r^2\pi}$ oder

$$L_1 : L_r = r^2 : 1.$$

Gleiches ergibt sich auch aus der Betrachtung der vom leuchtenden Punkt P ausgehenden Lichtpyramide, deren Querschnitte $F_1 = 1$ qcm und $F_r = r^2$ qcm dieselbe Lichtmenge zugestrahlt erhalten. Auf 1 qcm

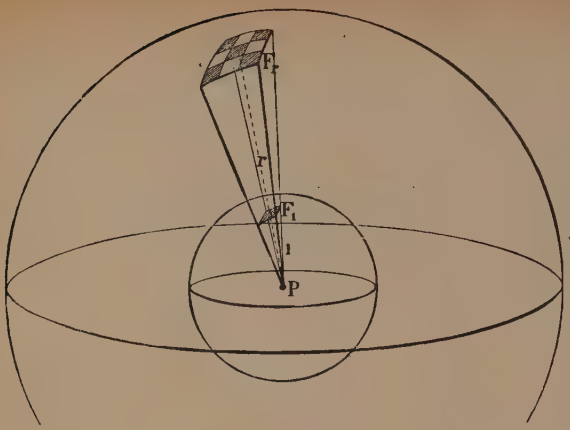


Abb. 395. Abnahme der Beleuchtungsstärke mit der Entfernung.

der Fläche F_r trifft daher nur die Beleuchtungsstärke $L_r = \frac{L_1}{r^2}$.

Es ergibt sich somit:

Die Beleuchtungsstärken gleich großer Flächen verhalten sich umgekehrt wie die Quadrate ihrer Entfernungen von der Lichtquelle.

Eine Fläche von 1 qcm, welche von zwei Lichtquellen mit den Intensitäten J_1 und J_2 die Abstände r_1 und r_2 hat, erhält daher bzw. die Lichtmengen $\frac{J_1}{4r_1^2\pi}$ und $\frac{J_2}{4r_2^2\pi}$ senkrecht zugestrahlt. Sind beide Lichtmengen (Beleuchtungsstärken) einander gleich, so hat man $\frac{J_1}{4r_1^2\pi} = \frac{J_2}{4r_2^2\pi}$, also

$$J_1 : J_2 = r_1^2 : r_2^2,$$

d. h.: *Wird eine und dieselbe Fläche von zwei Lichtquellen gleich stark beleuchtet, so verhalten sich die Lichtintensitäten der Lichtquellen direkt wie die Quadrate der Abstände der Fläche von den Lichtquellen.*

Auf dieses Gesetz gründet sich die Vergleichung der Lichtquellen (**Photometrie**) bezüglich der von ihnen ausgestrahlten **Lichtstärke.**

§ 355. **Photometer.** „Die zur Vergleichung der Lichtstärken verschiedener Lichtquellen dienenden Apparate nennt man Photometer."

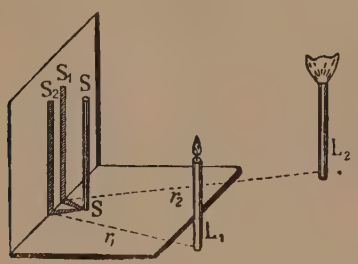


Abb 396. Photometer von Rumford.

a) Beim **Photometer von Rumford** (1794) werden die zu vergleichenden Lichtquellen L_1 und L_2 (Abb. 396) mit den Lichtstärken J_1 und J_2 im Dunkelzimmer vor einem dünnen undurchsichtigen Stab SS so aufgestellt, daß die Schatten S_1 und S_2 des Stabes auf einem nahen Schirme gleich stark aufgehellt erscheinen. Es ist dann $J_1 : J_2 = r_1^2 : r_2^2$, wenn r_1 und r_2 die Abstände der Lichtquellen von den durch diese nicht selbst erzeugten Schatten sind (Abb. 396).

b) Beim **Photometer von Bunsen** (1851) wird im Dunkelzimmer ein weißer, mit einem Ölfleck F (Abb. 397) versehener Papierschirm S so zwischen den zu vergleichenden Lichtquellen L_1 und L_2 aufgestellt, daß bei Betrachtung des Schirmes von beiden Seiten her der Ölfleck nicht sichtbar ist. Der durchscheinende Ölfleck erscheint nämlich hell auf

dunklem Grunde, wenn er von der Rückseite stärker beleuchtet wird wie vorn, dagegen dunkel auf hellem Grunde, wenn er von der Rückseite her weniger Licht empfängt als von vorn. Die Lichtintensitäten J_1 und J_2 der beiden Lichtquellen verhalten sich, wenn der Ölfleck nicht mehr sichtbar ist, wie die Quadrate ihrer Entfernungen r_1 und r_2 vom Schirme.

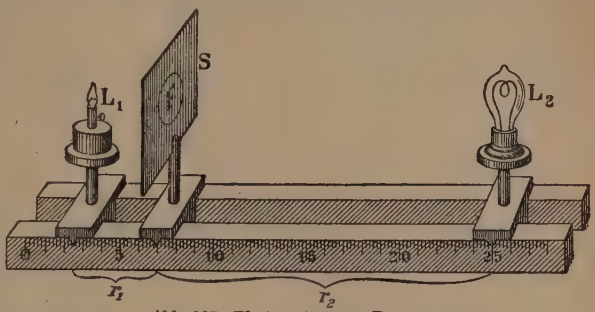


Abb. 397. Photometer von Bunsen.

Als eine der Lichtquellen wählt man bei photometrischen Messungen zweckmäßig eine sog. **Einheitskerze** (L_1, Abb. 397) gemäß der Festsetzung: „Als **Lichteinheit** dient die Flamme der Hefner-Alteneckschen Amylacetatlampe bei 40 mm Flammenhöhe **(Hefnerkerze)**“. Man gibt also die Lichtintensitäten von Lichtquellen in Hefnerkerzen (HK) an, z. B.

gewöhnliche Glühlampe	16	HK
Stearinkerze	0,9	„
Gasflamme (130 l pro Stunde) . . .	8,8	„
Auersches Gasglühlicht	60	„
Bogenlampe	400	„ und darüber.

„Als Einheit der Beleuchtungsstärke dient die **Meterkerze** (= **1 Lux**), d. h. diejenige Lichtmenge, welche 1 Hefnerkerze einer Fläche von 1 qcm in 1 m Entfernung senkrecht zustrahlt.“

Bei allen photometrischen Messungen wirkt die meist etwas verschiedene Färbung der Lichtquellen überaus störend. Außerdem ist darauf zu achten, daß der Schirm stets senkrecht vom Licht getroffen wird, da ein zu den auffallenden Strahlen schief gestellter Schirm bei gleicher Entfernung von der Lichtquelle weniger Licht empfängt.

Aufgaben. 531. Wie weit kann man sich von einer Lichtquelle von 100 Hefnerkerzen Lichtstärke entfernen, damit die Beleuchtungsstärke 1 Meterkerze sei? [10 m.]

532. Eine Lampe und eine Kerze stehen in 10 m Abstand; ihre Lichtstärken verhalten sich wie 16 : 1. Wo muß ein Schirm aufgestellt werden, damit er von beiden Lichtquellen gleich stark beleuchtet wird? [2 bzw. 8 m; $3\frac{1}{3}$ bzw. $13\frac{1}{3}$ m.]

533. Bei einer photometrischen Vergleichung einer Gasflamme mit der Hefnerkerze mußte erstere in 5,94, letztere in 2 m Entfernung von dem Photometerschirm gestellt werden. Welche Lichtintensität hatte die Gasflamme? [8,82 HK.]

534. Wie erklärt sich, daß eine Kugel oder ein Zylinder bei Beleuchtung mit parallelem Licht nicht an allen Oberflächenstellen gleich hell erscheint? Gelten ähnliche Verhältnisse für die Beleuchtung der Erde durch die Sonne? [§ 354, 355.]

535. Zum Lesen ist eine Beleuchtungsstärke von 50 Meterkerzen erforderlich. Welchen Abstand vom Buch darf daher eine 16kerzige Glühlampe oder Auersches Gasglühlicht höchstens haben? [56,6 cm; 109,5 cm.]

536. Zur Beleuchtung von Hauptstraßen rechnet man 1 Meterkerze als ausreichend. In welchem Abstand von einer Bogenlampe mit einer Lichtstärke von 400 HK ist diese Beleuchtungsstärke vorhanden? [20 m.]

Übungen: a) Stelle die Anordnungen der Photometer von Rumford und von Bunsen zusammen und vergleiche damit die Intensitäten zweier Lichtquellen! — b) Versuche die Helligkeit an deinem Arbeitsplatze mit einem entsprechend hergestellten Fettfleckphotometer zu bestimmen! — c) Versuche die Aufgaben 531 und 532 durch den Versuch mit Benützung zur Verfügung stehender Lichtquellen zu lösen!

B. Reflexion des Lichtes.

§ 356. **Regelmäßige und diffuse Reflexion.** Fällt Sonnenlicht oder das Licht einer starken Lichtquelle auf einen kleinen **ebenen Spiegel** (Planspiegel) oder überhaupt auf einen an der Oberfläche polierten Körper, so entsteht auf einem passend aufgestellten Schirm ein heller Lichtfleck; es findet also eine Zurückwerfung nach bestimmten Richtungen, d. h. eine **regelmäßige Reflexion** oder **Spiegelung** statt. Ein gleicher Versuch mit einem Körper mit rauher Oberfläche liefert auf dem Schirm keinen gut begrenzten Lichtfleck, es tritt also keine regelmäßige Reflexion ein. Wohl aber gehen von allen Oberflächenpunkten des rauhen Körpers Lichtstrahlen nach allen Richtungen des Raumes aus, man hat **unregelmäßige** oder **diffuse Reflexion.** Ein solcher diffus reflektierender Körper verhält sich also während der Bestrahlung selbst ähnlich wie eine Lichtquelle.

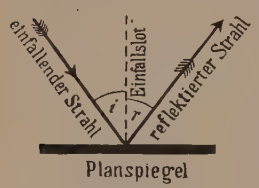


Abb. 398. Reflexion am Planspiegel.

§ 357. **Reflexionsgesetze.** Die regelmäßige Reflexion des Lichtes erfolgt bei einem **ebenen Spiegel** (**Planspiegel,** Abb. 398) nach folgenden Gesetzen (§ 327):

a) *Der einfallende Strahl, der reflektierte Strahl und das Einfallslot liegen in einer Ebene* (Einfalls- oder Reflexionsebene).

b) *Der einfallende und der reflektierte Strahl bilden mit dem Einfallslot gleiche Winkel* oder: *Einfallswinkel* (Inzidenzwinkel i) *und Reflexionswinkel* (r) *sind einander gleich* (Abb. 398).

§ 358. **Bild eines leuchtenden Punktes.** Wählt man, was stets möglich ist, die Zeichnungsebene zur Reflexionsebene, die Spiegelebene SS also senkrecht zur Zeichnungsebene, so folgt aus vorstehenden Reflexionsgesetzen für einen ebenen Spiegel:

Irgend zwei von einem Lichtpunkt L ausgehende Lichtstrahlen LA und LC werden nach AB und CD (Abb. 399) so reflektiert, daß, wenn AN und CM die Einfallslote sind, $L\hat{A}N = N\hat{A}B$ und $L\hat{C}M = M\hat{C}D$ ist. Da die reflektierten Strahlen sich nicht direkt im Raume, sondern erst in ihrer rückwärtigen Verlängerung, also hinter dem Spiegel in L′ schneiden, so gewinnt ein bei BD befindliches Auge den Eindruck, als kämen die Lichtstrahlen von L′ her. Man nennt daher den hinter dem Spiegel

gelegenen Punkt L′, von welchem die reflektierten Strahlen auszugehen scheinen, das **scheinbare** oder **virtuelle Bild** des Lichtpunktes L. Nun hat man aber, wie leicht nachzuweisen ist,

$$\begin{aligned} L\hat{A}C &= L'\hat{A}C, & &\text{hieraus } LA = L'A,\ LC = L'C,\\ L\hat{C}A &= L'\hat{C}A, & &\text{ferner } \triangle LAE \simeq \triangle L'AE,\\ AC &= AC, \text{ also} & &\text{also } LE = L'E,\\ \triangle LAC &\simeq \triangle L'AC, & & L\hat{E}A = L'\hat{E}A = 90^0. \end{aligned}$$

Das virtuelle Bild L′ eines Lichtpunktes L hinsichtlich eines ebenen Spiegels findet man also, wenn man die vom leuchtenden Punkt auf die Spiegelebene gefällte Senkrechte um sich selbst hinter den Spiegel verlängert. Führt man ferner für alle Punkte eines leuchtenden Objektes LP dieselbe Konstruktion aus (Abb. 399), so folgt: *Das virtuelle Bild eines Objektes liegt ebenso weit hinter dem Planspiegel, wie das leuchtende Objekt selbst vor demselben.* Das **virtuelle Bild** ist außerdem **gleich groß** und **aufrecht**, d. h. in gleicher Lage wie das Objekt, aber nicht kongruent, sondern nur **symmetrisch** (z. B. entspricht der rechte Arm eines Beschauers dem linken seines Spiegelbildes und umgekehrt.)

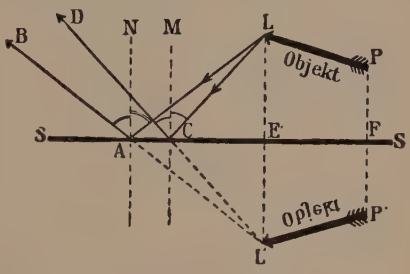


Abb. 399. Bildkonstruktion beim Planspiegel.

§ 359. **Spiegelbilder in parallelen und zueinander geneigten Planspiegeln. Poggendorffsche Spiegelablesung. Spiegelsextant. Reflexionsgoniometer.** Durch wiederholte Reflexionen der Lichtstrahlen entstehen in **parallelen Planspiegeln** (I und II, Abb. 400) von einem leuchtenden Objekt L zwischen denselben unendlich viele Bilder, welche auf einer gemeinsamen Normale zu beiden Spiegeln liegen. — In zwei unter

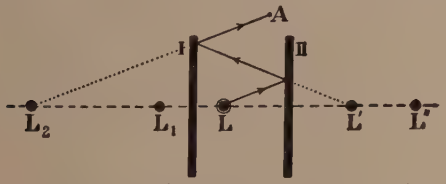


Abb. 400. Parallelspiegel.

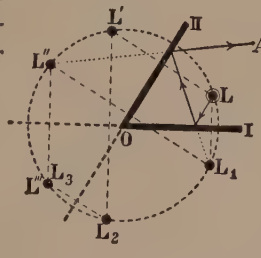


Abb. 401. Winkelspiegel.

einem Winkel α zueinander geneigten Spiegeln (**Winkelspiegel**, Abb. 401) erhält man $\frac{360}{\alpha} - 1$ auf einem Kreise liegende virtuelle Bilder. Da die von einer der Spiegelflächen reflektierten Strahlen alle vom virtuellen Bild des Gegenstandes auszugehen scheinen, verhält sich dieses hinsichtlich des anderen Spiegels wie ein zweites leuchtendes Objekt. Die Konstruktion der mehrfachen Bilder erfolgt also so, als wenn die bereits er-

haltenen virtuellen Bilder leuchtende Objekte wären. — Ein vom Lichtpunkt L (Abb. 400 und 401) ausgehender Lichtstrahl hat stets, um in das Auge A des Beobachters zu gelangen, eine oder mehrere Reflexionen erfahren.

Die **Poggendorffsche Spiegelablesung** (Abb. 402) dient zur genauen Messung sehr kleiner Drehungswinkel, hauptsächlich bei magnetischen und elektrischen Meßinstrumenten (§ 283, Spiegelgalvanometer). Man beobachtet das Spiegelbild eines mm-Maßstabes (Skala) mit einem Fernrohr.

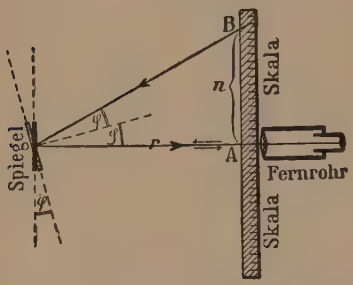


Abb. 402. Poggendorffsche Spiegelablesung.

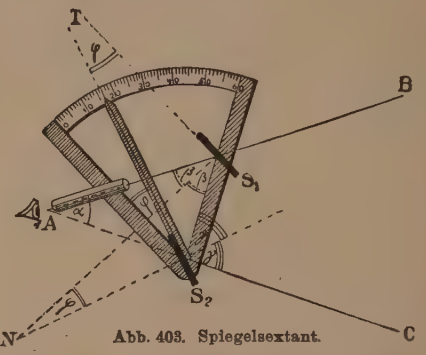


Abb. 403. Spiegelsextant.

In der Ruhelage des Spiegels sieht man das Bild eines Skalenteilstriches A, bei gedrehtem Spiegel dagegen den Teilstrich B im Fernrohr. Liegen zwischen den Punkten A und B der Skala n Teilstriche, so findet man den Drehungswinkel φ des Spiegels aus $\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{n}{r}$ oder wegen der Kleinheit des Drehungswinkels auch aus $\varphi = \frac{n}{2r}$.

Der **Spiegelsextant** wird zu Winkelmessungen in beliebig liegender Ebene, insbesondere für astronomische Beobachtungen zur See viel gebraucht. Er besteht aus einem zur Hälfte belegten festgelagerten Spiegel S_1 und einem zweiten drehbaren Spiegel S_2, welcher im Drehpunkt eines längs eines Gradbogens von 60^0 (daher Sextant) beweglichen Armes mit Nonius befestigt ist (Abb. 403). Man visiert durch den unbelegten Teil des festen Spiegels S_1 hindurch nach einem entfernten Gegenstand B und bringt durch Drehen des zweiten Spiegels S_2 das Spiegelbild eines anderen Gegenstandes C mit dem direkt gesehenen Gegenstand B zur Deckung. Der zu messende Winkel $\alpha = B\hat{A}C$ (Abb. 403), welchen die Sehlinien vom Auge A des Beobachters nach den Punkten B und C miteinander einschließen, ist dann gleich dem doppelten am Gradbogen ablesbaren Drehungswinkel φ des beweglichen Spiegels. Denn man hat $S_1\hat{T}S_2 = \varphi = S_1\hat{N}S_2$, ferner $\alpha + 2\beta = 2\gamma$, $\gamma = \varphi + \beta$, also $\alpha + 2\beta = 2(\varphi + \beta)$ und schließlich $\alpha = 2\varphi$.

Das **Reflexionsgoniometer** (Wollaston 1809, Abb. 404) dient zur Messung der Flächenwinkel an Kristallen und Prismen. Auf einem inmitten

eines Teilkreises KK drehbaren Tischchen T wird der Kristall oder das Prisma P (Abb. 404) so angebracht, daß die spiegelnden Flächen, deren Neigungswinkel γ man messen will, parallel zur Drehungsachse des Tischchens sind. Läßt man ein durch einen schmalen Spalt gegangenes (also eng begrenztes) Lichtbündel AE auf die eine spiegelnde Fläche treffen, so erzeugt das zurückgeworfene Lichtbündel EB auf einem Schirm SS einen schmalen Lichtstreifen, dessen Lage B am Schirm angemerkt wird. Man dreht nun das Tischchen und mit ihm den Kristall oder das Prisma P so lange, bis die zweite spiegelnde Fläche das einfallende Lichtbündel AE nach derselben Stelle B des Schirmes zurückwirft. Dazu ist eine am Teilkreise ablesbare Drehung von $180 - \gamma$ Graden notwendig. Den Auffangschirm SS kann man auch durch ein am Teilkreise feststellbares Fernrohr ersetzen.

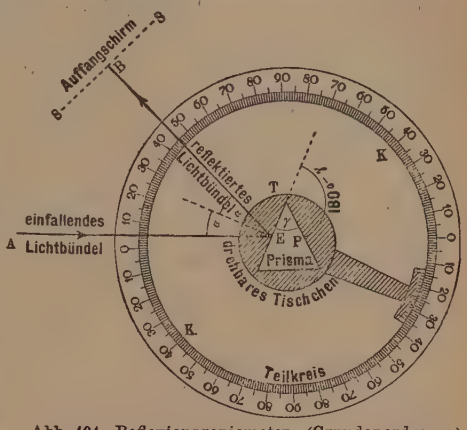


Abb. 404. Reflexionsgoniometer. (Grundanordnung.)

§ 360. **Heliostat.** Der **Heliostat** dient dazu, um die Sonnenstrahlen trotz der scheinbaren Bewegung der Sonne in stets gleicher Richtung in ein Zimmer zu leiten. Dies wird durch einen Planspiegel ermöglicht, welcher mit der Hand oder durch ein Uhrwerk um zwei zueinander senkrechte Achsen gedreht wird. Handheliostaten (Abb. 405) setzt man

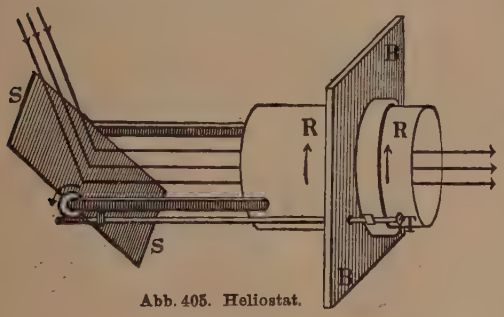


Abb. 405. Heliostat.

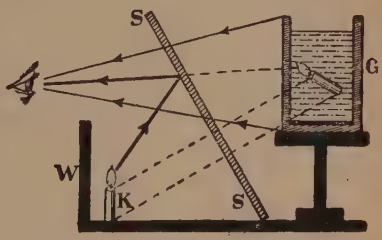


Abb. 406. Darstellung von Gespensterscheinungen.

mittels eines Brettes BB in den Fensterladen eines Zimmers ein. Das Rohr RR ist um seine Längsachse im Brett BB, der Spiegel SS um eine Querachse mittels des Triebes T drehbar.

§ 361. **Gespenstererscheinungen.** Die vielfach auf Jahrmärkten gezeigten **Gespenstererscheinungen** beruhen auf Reflexion des Lichtes an schräg gestellten, nicht belegten, also durchsichtigen Spiegelglastafeln. Der Zuschauer sieht vom Gespenst usw. nur das Spiegelbild, den Schau-

spieler aber unmittelbar durch die Glasscheibe hindurch. Der durch Abb. 406 dargestellte Versuch mit einer Kerze, welche scheinbar in einem mit Wasser gefüllten Glasgefäß G brennt, erläutert diesen Vorgang. Der Beschauer sieht durch die Spiegelglasscheibe S hindurch das Gefäß G direkt, von der durch eine Wand W verdeckten Kerze K aber nur das Spiegelbild.

Aufgaben. 537. Ein Planspiegel ist zur Horizontalen unter 45° geneigt. Wie liegt das Bild eines davor befindlichen lotrechten oder wagrechten Gegenstandes? [§ 358.]

538. Warum glänzen weit entfernte Fensterscheiben nur bei tiefem Sonnenstand? Welche Bedingungen müssen erfüllt sein, daß ein Beobachter diesen Glanz wahrnimmt; wann verschwindet der Glanz für den Beobachter? [§ 357.]

539. Ein belegter, dicker Glasspiegel liefert 2 Bilder. Wie kommen diese zustande, und welchen Abstand haben sie voneinander? Warum ist das eine der Bilder sehr lichtschwach? [§ 358, 349.]

540. Warum erscheinen die auf einer Wasserfläche reflektierten Bäume und Sträucher dem Auge des Beschauers verkehrt? [§ 358.]

541. Wie groß muß ein lotrecht hängender Spiegel mindestens sein, damit ein davorstehender Beobachter sich in ganzer Figur sieht? [$\frac{1}{2}$; § 358.]

542. Auf einen ebenen Spiegel fällt ein Lichtstrahl von unveränderlicher Richtung. Um welchen Winkel dreht sich der reflektierte Strahl, wenn der Spiegel um einen Winkel α gedreht wird? [2α.]

543. Um welchen Winkel dreht sich ein geradliniges, leuchtendes Objekt, welches gegen einen ebenen Spiegel unter einem Winkel α geneigt ist, wenn man den Spiegel um einen Winkel β um eine Achse dreht, welche zur Lotebene des leuchtenden Objekts hinsichtlich der Spiegelebene senkrecht steht? [2β.]

544. Zwei Spiegel bilden einen Winkel von 60°. Wie verläuft ein Lichtstrahl, welcher dem Auge eines Beobachters vom 3. bzw. 5. Spiegelbilde eines zwischen den Spiegeln befindlichen Lichtpunktes auszugehen scheint? [§ 359.]

545. Wie groß ist die Höhe der Sonne, wenn die nach der Sonne und nach ihrem Spiegelbild in einem Quecksilberhorizont gerichteten Visierlinien einen Winkel 2α miteinander einschließen? [α.]

546. Unter welchen Umständen erscheint das Spiegelbild eines Lichtpunktes auf einer Wasseroberfläche punktförmig, wann als Lichtlinie? [§ 358.]

547. Unter welcher Bedingung sieht ein seitwärts von einem ebenen Spiegel stehender Beobachter die Spiegelbilder von Objekten, welche ebenfalls seitwärts des Spiegels so liegen, daß die vom Objekt und vom Beschauer auf die Spiegelebene gefällten Lote die Spiegelfläche selbst nicht mehr treffen? [§ 358.]

Übungen: a) Bestätigung des Reflexionsgesetzes mit einem an einen Baustein geklebten Spiegelglasstreifen und Stecknadeln zur Festlegung des einfallenden und reflektierten Strahles! — b) Bestimmung der Lage des Spiegelbildes durch eine brennende Kerze, die vor einer lotrechten unbelegten Spiegelglasplatte steht, und Verschieben einer nicht brennenden Kerze hinter der Glaswand, bis diese Kerze selbst zu brennen scheint! — c) Lösung der Aufgaben 537, 539, 542, 543 durch den Versuch! — d) Man stelle eine Kerze möglichst nahe an einen Spiegel und blicke möglichst schräg auf diesen! Erkläre die sich ergebende Erscheinung! — e) Löse unter Benützung einer Sonnenblende (dunkel gefärbtes Glas) die Aufgabe 545 durch den Versuch!

§ 362. **Reflexion an gekrümmten Spiegeln.** Für gekrümmte Spiegel gelten die in § 357 aufgestellten Reflexionsgesetze, wenn nur das Einfallslot so konstruiert wird, daß es mit der Normalen der Fläche zusammenfällt. „Als Normale bezeichnet man diejenige Senkrechte, welche man

im Einfallspunkt auf die dort vorhandene Berührungsebene der Fläche ziehen kann."

In der Praxis verwendet man fast nur **Kugelspiegel (sphärische Spiegel)**. Man unterscheidet **Konkavspiegel** (auch Hohl- oder Sammelspiegel) und **Konvexspiegel** (Zerstreuungsspiegel), je nachdem die innere hohle (konkave) oder die äußere erhabene (konvexe) Seite einer Kugelfläche spiegelnd gemacht ist. — Hohlspiegel finden Anwendung zur Beleuchtung als Augen-, Ohren- und Kehlkopfspiegel und beim Mikroskop, ferner für Fernrohre und Scheinwerfer.

Die spiegelnde Fläche eines sphärischen Spiegels besitzt gewöhnlich die Gestalt einer Kugelhaube (Kalotte); das zugehörige Kugelzentrum nennt man den Krümmungsmittelpunkt M, den sphärischen Mittelpunkt der Kalotte dagegen den optischen Mittelpunkt O des Spiegels (Abb. 407). Die Verbindungslinie MO von optischem und Krümmungsmittelpunkt heißt Hauptachse (kurz auch Achse), jede andere durch den Krümmungsmittelpunkt gehende Gerade dagegen Nebenachse. Der Zentriwinkel $S\hat{M}S'$ des Kreisbogens SS', durch dessen Drehung um 180° man sich die Spiegelfläche erzeugt denken kann, wird Öffnung des Spiegels genannt. Die Öffnung eines sphärischen Spiegels darf nur klein sein, wenn der Spiegel gute Bilder liefern soll, m. a. W. die Einfallspunkte der Lichtstrahlen müssen nahe am optischen Mittelpunkt liegen, oder die einfallenden Strahlen müssen sog. Zentralstrahlen sein. Für jeden sphärischen Spiegel ist der nach einem beliegen Einfallspunkt gezogene Kugelradius (Krümmungsradius) zugleich Einfallslot.

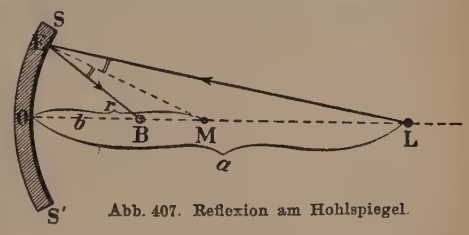


Abb. 407. Reflexion am Hohlspiegel.

§ 363. **Bild eines Lichtpunktes auf der Hauptachse bei einem Hohlspiegel.** Ist L ein leuchtender Punkt auf der Hauptachse eines Hohlspiegels, so gehört zu dem beliebigen einfallenden Strahl LE der reflektierte Strahl EB (Abb. 407), wobei $L\hat{E}M = M\hat{E}B$ ist. Alle Strahlen LE, welche mit der Achse den gleichen Winkel $E\hat{L}O$ einschließen, schneiden sich nach der Reflexion im Punkte B der Achse; B ist also das Bild des Lichtpunktes L. Man hat dann $EL : EB = ML : MB$. Ist der einfallende Strahl ein Zentralstrahl, so kann man annähernd setzen $OL : OB = ML : MB$ oder, wenn $OM = ME = r$ ist, $a : b = (a - r) : (r - b)$, woraus folgt

$$ab - br = ar - ab,\ 2ab = br + ar \text{ oder } \frac{2}{r} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}.$$

Rückt der leuchtende Punkt L auf der Achse in unendliche Ferne, so wird, wegen $a = \infty$, $\frac{1}{a} = 0$, $b = \frac{r}{2} = f$. Von einem unendlich fernen

Achsenpunkte ausgehende oder parallel mit der Hauptachse einfallende Strahlen schneiden sich also nach der Reflexion am Spiegel in einem Punkte F der Achse (Abb. 408). „Der Vereinigungspunkt achsenparalleler Strahlen nach ihrer Reflexion am sphärischen Spiegel wird **Fokus** oder **Brennpunkt** genannt." „Die Entfernung $\left(FO = \frac{r}{2} = f\right)$ des Brennpunktes vom optischen Mittelpunkt nennt man die **Brennweite** des Spiegels." **Gegenstandsweite** a, **Bildweite** b und **Brennweite** f sind also durch die Beziehung miteinander verknüpft:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b},$$

d. h.: *Der reziproke Wert der Brennweite eines Hohlspiegels ist gleich der Summe der reziproken Werte von Gegenstandsweite und Bildweite.*

§ 364. **Bildkonstruktion für Punkte außerhalb der Hauptachse.** Für Konstruktion des Bildes eines leuchtenden Punktes P, welcher **außerhalb der Hauptachse** liegt (Abb. 409), verwendet man von den unendlich vielen Strahlen, die das von P ausgehende, den Spiegel treffende

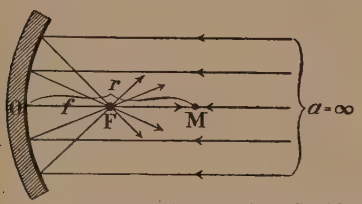


Abb. 408. Verlauf achsenparalleler Strahlen.

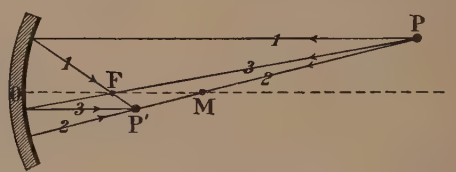


Abb. 409. Verlauf der zur Bildkonstruktion benützten Strahlen.

Strahlenbündel enthält, zwei solche, welche nach der Reflexion am Spiegel einen möglichst einfachen Weg einschlagen. Solche Strahlen sind:

1. **ein achsenparalleler Strahl** (1, Abb. 409), welcher nach der Reflexion am Spiegel durch den Brennpunkt F hindurchgeht;

2. ein durch den Krümmungsmittelpunkt M gehender Strahl (**Mittelpunktstrahl**, 2), welcher in sich selbst reflektiert wird;

3. ein durch den Brennpunkt gehender Strahl (**Brennpunktsstrahl**, 3), welcher nach der Reflexion parallel der Achse läuft.

Der nach der Reflexion erfolgende Schnitt von zwei dieser Strahlen liefert das **Bild** P' des außerhalb der Achse gelegenen Lichtpunktes P.

§ 365. **Reelle und virtuelle Bilder bei einem Hohlspiegel.** Die auf Grund vorstehender Regel konstruierten Bilder von leuchtenden Objekten kommen entweder **vor** oder **hinter** dem Spiegel zustande. **Vor dem Spiegel** liegende Bilder können, da sich dann die Lichtstrahlen tatsächlich im Raume schneiden, auf einem Schirme aufgefangen werden, sie heißen daher **wirkliche** oder **reelle Bilder**. Schneiden sich die reflektierten Strahlen aber erst in ihrer rückwärtigen (nur geometrischen) Ver-

längerung, so liegt das Bild scheinbar hinter dem Spiegel, wie bei ebenen Spiegeln; es heißt dann **scheinbar** oder **virtuell**.

§ 366. **Gegenseitige Lage von Objekt und Bild für verschiedene Entfernungen bei einem Hohlspiegel.** Durch Versuche sowie aus $\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ und aus der geometrischen Konstruktion des Bildes eines leuchtenden Objektes AB oder CM (Abb. 410) ergibt sich dann für einen Hohlspiegel:

a) Ein Objekt AB außerhalb des Krümmungsmittelpunktes ($a > 2f$) gibt ein **reelles, verkehrtes, verkleinertes Bild** A′B′, zwischen Brennpunkt und Krümmungsmittelpunkt ($f < b < 2f$).

b) Ein Objekt CM im Krümmungsmittelpunkt ($a = 2f$) gibt ein **reelles, verkehrtes, gleich großes Bild** C′M in gleicher Entfernung ($b = 2f$).

c) Ein Objekt zwischen Brennpunkt und Krümmungsmittelpunkt ($f < a < 2f$) gibt ein **reelles, verkehrtes, vergrößertes Bild** außerhalb des Krümmungsmittelpunktes ($b > 2f$): A′B′ Objekt, AB Bild.

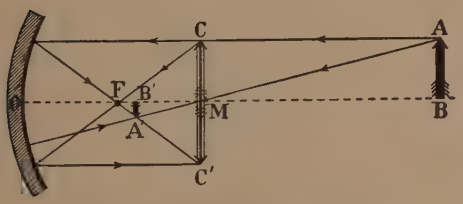


Abb. 410. Reelle Bilder beim Hohlspiegel.

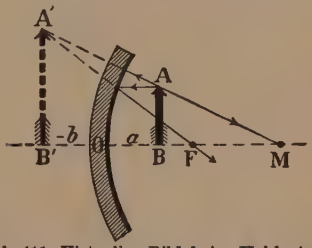


Abb. 411. Virtuelles Bild beim Hohlspiegel.

d) Ein Objekt im Brennpunkt ($a = f$) gibt ein unendlich großes Bild in unendlicher Entfernung ($b = \infty$). — Steht also eine starke Lichtquelle, z. B. ein elektrischer Flammenbogen, im Brennpunkt eines Hohlspiegels, so werden die von der Lichtquelle auf den Spiegel fallenden Strahlen als achsenparalleles Strahlenbündel zurückgeworfen, z. B. beim Scheinwerfer.

e) Ein Objekt AB (Abb. 411) zwischen Brennpunkt und optischem Mittelpunkt ($a < f$) gibt ein **virtuelles, aufrechtes, vergrößertes Bild** A′B′, dessen scheinbare Entfernung vom Spiegel zwischen $-\infty$ und 0 betragen kann; b wird dann stets negativ.

f) Stets sind **Objekt** und **Bild** hinsichtlich ihrer Lage zum Spiegel **gegenseitig vertauschbar** (**reziprok** oder **konjugiert**).

g) Die (lineare) **Gegenstandsgröße** $G = AB$ (Abb. 410 u. 411) verhält sich zur (linearen) **Bildgröße** $B = A'B'$ wie die **Gegenstandsweite** a zur **Bildweite** b.

Denn wegen $\triangle ABM \sim \triangle A'B'M$ ist $AB : A'B' = BM : B'M$ oder $\boldsymbol{G : B = (a - r) : (r - b) = a : b}$ (§ 363).

§ 367. **Konvexspiegel.** Für den **sphärischen Konvexspiegel** (Abb. 412) gilt $-\frac{1}{f}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$, denn f muß, weil auf der entgegengesetzten Seite des Spiegels gelegen wie das Objekt, negativ gesetzt werden; es ergibt sich dann auch stets b negativ. Achsenparallele Strahlen (1) gehen nach der Reflexion vom Spiegel divergent so weg, als kämen sie von einem in der Entfernung $-f=\frac{r}{2}$ hinter dem Spiegel gelegenen **Brennpunkt** F (auch **virtueller Brennpunkt** oder **Hauptzerstreuungspunkt**) her. Konvexspiegel liefern für alle Entfernungen des leuchtenden Objektes AB **virtuelle, aufrechte, verkleinerte Bilder** A′B′ in einem scheinbaren Abstand hinter dem Spiegel kleiner als die Brennweite f.

Im Zusammenhalt mit § 366 ergibt sich noch: Alle von sphärischen Spiegeln (Konkav- oder Konvexspiegeln) gelieferten **reellen** Bilder sind **verkehrt**, alle **virtuellen** Bilder dagegen **aufrecht**.

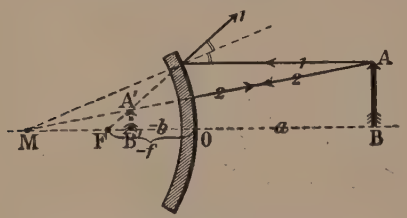


Abb. 412. Bild beim Konvexspiegel.

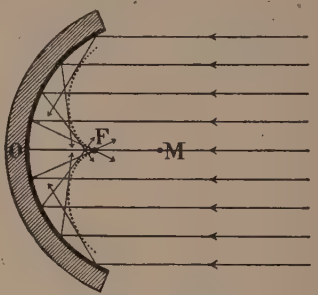


Abb. 413. Brennlinie.

§ 368. **Brennflächen, sphärische Aberration.** Bei großer Öffnung der sphärischen Spiegel vereinigen sich die von einem leuchtenden Punkt ausgehenden Strahlen nicht mehr in einem Bildpunkt, sondern in einer Bildfläche, welche Brennfläche oder Katakaustik heißt. Man nennt diese Erscheinung **sphärische Aberration**. Abb. 413 zeigt den (punktiert gezeichneten) Durchschnitt der entstehenden Brennfläche mit der Zeichnungsebene (Brennlinie) für achsenparallel einfallende Strahlen. Die reflektierten Strahlen müßten bei kleiner Spiegelöffnung sämtlich durch den Brennpunkt F hindurchgehen.

Aufgaben. 548. Ein leuchtender Gegenstand von der Größe G steht senkrecht zur Achse eines Hohlspiegels im Abstande $4f$ vom optischen Mittelpunkt. Bestimme das Bild nach Größe und Abstand vom Hohlspiegel durch Zeichnung und Rechnung! [$b=\frac{4}{3}f$; $B=\frac{1}{3}G$.]

549. Eine Kerzenflamme von 40 mm Höhe liefert auf einem in 5 m Entfernung von einem Hohlspiegel aufgestellten Schirme ein reelles Bild von 4 dm Höhe. In welchem Abstande vom Spiegel befindet sich die Kerze, und welche Brennweite hat der Spiegel? Wie kann man die Brennweite eines Hohlspiegels durch den Versuch ermitteln? [0,5 m; $\frac{5}{11}$ m; § 366.]

550. Welchen Durchmesser des Sonnenbildchens gibt ein Hohlspiegel von 1 m Brennweite, wenn die von den Endpunkten eines Sonnendurchmessers nach dem Krümmungsmittelpunkt gehenden Sonnenstrahlen einen Winkel von 32′ einschließen? [9,308 mm.]

551. Wie verhalten sich die Bildgrößen eines leuchtenden Objektes, welches in den Abstand $\frac{1}{2}f$ vom optischen Mittelpunkt eines Konkav- und eines Konvexspiegels gebracht wird, wenn beide Spiegel gleiche Brennweite haben? [3 : 1.]

552. Wie verhalten sich die Bildweiten und Bildgrößen eines Objektes von der Größe G, welches in die Abstände $f \pm e$ von einem Hohlspiegel gebracht wird? $[(e + f) : (e - f); 1 : 1.]$

553. Welche Eigenschaften haben die von zylindrischen Hohl- und Konvexspiegeln gelieferten Bilder? [§ 366, 367, 358.]

554. Welchen Abstand von einem Hohlspiegel mit der Brennweite f muß ein Gegenstand haben, damit ein Bild von doppelter Größe entsteht? $[\frac{3}{2}f; \frac{1}{2}f.]$

555. [R. 1900.] a) Nach welchen Gesetzen geht die Reflexion des Lichtes vor sich? b) Welche Forderungen ergeben sich aus diesen Gesetzen α) für ein Bündel von Strahlen, welche, von einem leuchtenden Punkte ausgehend, auf einen ebenen Spiegel treffen, β) für solche Strahlen, welche in der Nähe des optischen Mittelpunktes auf einen Hohlspiegel auffallen und parallel zur Achse des Spiegels laufen? — Die vorkommenden Begriffe, insbesondere der Begriff des reellen und virtuellen Bildes sind zu erläutern. Der Strahlengang ist in übersichtlichen Zeichnungen darzustellen. [§ 357, 358, 362—365.]

Übungen. a) Bestimmung der Brennweite eines Hohlspiegels auf verschiedene Arten. — b) Untersuchung des Verhaltens von Konvex- und Konkavlinsen. — c) Mit einem streifenförmigen zylindrischen Hohl- oder Konvexspiegel untersuche den Strahlenverlauf mit durch Stecknadeln festgelegten Visierlinien! — d) Man bestimme die Brennweite eines Konvexspiegels, indem man 2 Kerzenflammen in einer zur Achse senkrechten Geraden und symmetrisch zur Achse aufstellt und von der Mitte der Verbindungslinie der Kerzen aus den scheinbaren Abstand der Spiegelbilder auf einem unmittelbar vor dem Spiegel befindlichen Maßstab (am besten aus Glas) ermittelt. Die meßbaren Größen liefern dann Bildweite und Brennweite.

C. Brechung des Lichtes (Refraktion).

§ 369. **Brechung des Lichtes.** Wirft man ein Bündel von parallelen Lichtstrahlen mittels eines Planspiegels (Abb. 414) auf die ebene Trennungsfläche von zwei verschieden dichten, durchsichtigen und homogenen Medien (z. B. Luft und Wasser), so tritt im allgemeinen eine Teilung des Lichtbündels ein (§ 327). Ein Anteil des auffallenden Lichtes wird nämlich nach den Reflexionsgesetzen in das erste Mittel zurückgeworfen, reflektiert, der andere aber dringt unter Änderung seiner ursprünglichen Richtung in das zweite Medium ein (Abb. 414, § 327). Diese Richtungsänderung wird verursacht durch die **Verschiedenheit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes** im zweiten durchsichtigen Medium und wird **Brechung** oder **Refraktion des Lichtes** genannt. „Der im zweiten Mittel weitergehende

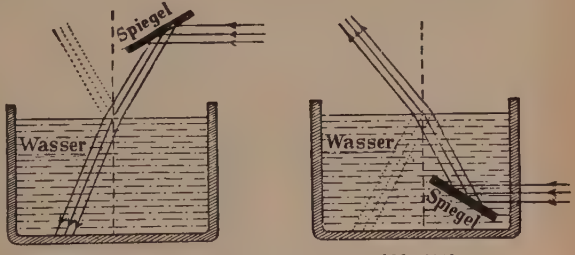
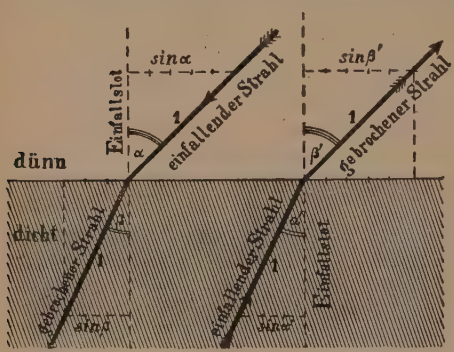


Abb. 414a. Einfache Brechung. Abb. 414b.

Lichtstrahl heißt der gebrochene Strahl, sein Winkel mit dem Einfallslot der Brechungswinkel."

Häufig beobachtete Brechungserscheinungen sind: ein Fisch scheint der Oberfläche des Wassers näher zu stehen als in Wirklichkeit; ein schief ins Wasser gehaltenes Ruder erscheint geknickt, ein lotrecht gehaltenes verkürzt. Bei Mischen einer Salzlösung mit Wasser zeigen sich infolge der Verschiedenheit der Medien Schlieren, ebenso lassen sich Schlieren in der Luft über erhitzten Gegenständen und Flammen beobachten. Ein Flimmern (Szintillieren) der Sterne wird bei sehr ungleichmäßiger Beschaffenheit der Luft wahrgenommen.

Beim Übergang des Lichtes aus einem ersten in ein zweites durchsichtiges und isotropes Medium (alle amorphen und im regulären System kristallisierenden Körper) entsteht stets nur **ein** gebrochener Lichtstrahl. Man hat dann die sogenannte **einfache Brechung**, welche den häufigsten Fall der Refraktion darstellt (s. die folgenden §§, dagegen die Erscheinungen der Doppelbrechung § 407—410).



Brechung zum Einfallslot. Abb. 415. Brechung vom Einfallslot.

§ 370. **Brechungsgesetze.** Für die (einfache) Brechung des Lichtes beim Übergang aus einem isotropen Medium in ein anderes gilt gemäß § 327:

a) *Der einfallende Strahl, das Einfallslot und der gebrochene Strahl liegen in einer Ebene* (Einfalls- oder Refraktionsebene) (Abb. 415).

b) *Der Quotient aus dem sinus des Einfallswinkels* (α) *und dem sinus des Brechungswinkels* (β) *ist für dieselben zwei Medien* (und für Licht von bestimmter Farbe) *eine unveränderliche Zahl*, also $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$ (Gesetz von Snell[1]) oder Descartes 1637). Diese Zahl n heißt **Brechungsverhältnis, Brechungsquotient** oder **Brechungsindex**; sie ist auch gleich dem **Verhältnis der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten** V_1 und V_2 des Lichtes in den beiden Medien, also

$$n = \frac{V_1}{V_2} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}.$$

§ 371. **Wert des Brechungsverhältnisses.** *Das Brechungsverhältnis hat einen Wert* $n > 1$, *wenn der Übergang des Lichtes aus einem*

1) Snell (1591—1626), Professor der Mathematik in Leyden, ist der Urheber der Erdmessung durch Triangulation und hat vor Descartes (§ 113 Anm.) das Brechungsgesetz aufgestellt

optisch dünneren in ein dichteres Mittel stattfindet, dagegen hat es für dieselben zwei Medien den Wert $n' = \frac{1}{n} < 1$, *wenn der Übergang des Lichtes aus dem dichteren in das dünnere Mittel erfolgt.* Im ersteren Falle spricht man auch von einer Brechung **zum** Einfallslot, im zweiten Falle von einer Brechung **vom** Einfallslot (Abb. 415).

Mittlere Brechungsquotienten für den Übergang des Lichtes aus Luft in die Stoffe:

Alkohol	$n = 1{,}366$	Diamant	$n = 2{,}479$
Schwefeläther	1,359	Flintglas von Merz	1,762
Benzol	1,509	„ „ Steinheil	1,618
Crownglas von Merz	1,535	Schwefelkohlenstoff	1,643
„ „ Steinheil	1,518	Wasser	1,336

Der Brechungsquotient für den Übergang aus dem **luftleeren Raum** in **Luft** von 0° C und 760 mm Druck ist 1,000294. Mit dieser Zahl ist das Brechungsverhältnis aus Luft in irgend einen durchsichtigen Stoff zu multiplizieren, wenn man es für den Übergang des Lichtes aus dem leeren Raum in diesen Stoff, das sog. **absolute Brechungsverhältnis**, benötigt. Denn sind V_0, V_L, V_S die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des Lichtes im leeren Raum, in Luft und in einem beliebigen durchsichtigen Stoff, also $n_L = \frac{V_0}{V_L}$ das Brechungsverhältnis für Luft, $n_S = \frac{V_L}{V_S}$ dasjenige für Luft und Stoff, so ist $n_0 = \frac{V_0}{V_L} \cdot \frac{V_L}{V_S} = \frac{V_0}{V_S} = n_L \cdot n_S$ das absolute Brechungsverhältnis des durchsichtigen Stoffes.

Ähnlich ergibt sich für den Übergang des Lichtes aus einem beliebigen durchsichtigen Mittel A in ein zweites B das Brechungsverhältnis $n_{AB} = \frac{V_A}{V_B}$. Sind dann $n_A = \frac{V_L}{V_A}$ und $n_B = \frac{V_L}{V_B}$ die auf Luft bezogenen Brechungsquotienten dieser Stoffe, so hat man

$$\frac{V_A}{V_B} = \frac{V_L}{V_B} : \frac{V_L}{V_A} = \frac{n_B}{n_A} = n_{AB}.$$

§ 372. Geometrische Konstruktion des gebrochenen Strahles.

Geometrisch läßt sich für irgend zwei Medien von bekanntem Brechungsquotient n und für einen beliebigen einfallenden Strahl der zugehörige gebrochene Strahl durch Konstruktion zweier rechtwinkligen Dreiecke finden (Abb. 415). Man macht die Hypotenusen beider gleich der Längeneinheit und bestimmt die Gegenkathete des zu suchenden Brechungswinkels β so, daß das Brechungsverhältnis $n = \sin\alpha : \sin\beta$ erfüllt ist. — Man kann aber auch in der Einfallsebene um den Einfallspunkt E zwei konzentrische

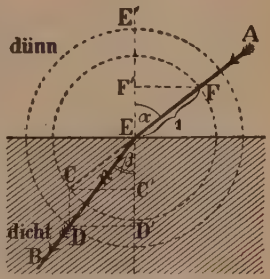


Abb. 416. Konstruktion des gebrochenen Strahles.

Kreise mit den Radien 1 und n ziehen (Abb. 416). Verlängert man den einfallenden Strahl AE bis zum Schnittpunkt C mit dem Kreise vom Radius 1, so liefert die Parallele CD zum Einfallslot den Schnittpunkt D des gebrochenen Strahles mit dem Kreis vom Radius n. Es ist nämlich $\sin\alpha = \frac{FF'}{1}$, $\sin\beta = \frac{DD'}{n}$, also $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{FF'}{DD'} \cdot n$ und wegen $FF' = CC' = DD'$, schließlich $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$.

§ 373. **Totale Reflexion.** Beim Übergang des Lichtes aus einem **dichten** in ein **dünnes** Mittel kann für einen bestimmten Einfallswinkel α_0 der stets größere Brechungswinkel $\beta_0 = 90^0$ werden. Dann tritt der gebrochene Strahl streifend längs der ebenen Trennungsfläche beider Medien aus dem dichteren Mittel aus (Abb. 417). Wird der Einfallswinkel eines Strahles noch größer als α_0, so gibt es im **dünneren** Mittel **keinen zugehörigen gebrochenen Strahl mehr.** Alles Licht wird dann an der Trennungsfläche wieder in das dichtere Mittel reflektiert. Man nennt diese Erscheinung wegen der fast unverminderten Lichtstärke des reflektierten Strahles, **totale Reflexion**. (So erscheint z. B. die Oberfläche von Wasser in einem Trinkglas, wenn man von unten her schräg aufwärts nach der Wasseroberfläche schaut, infolge Totalreflexion glänzend wie ein Spiegel, desgleichen die Luft enthaltenden Sprünge in Glas oder durchsichtigen Kristallen; der Glanz der Edelsteine insbesondere des Diamanten beruht größtenteils auf Totalreflexion des Lichtes in ihrem Inneren; bei der Leuchtfontaine folgt das in den Wasserstrahl eingeleitete Lichtbündel infolge wiederholter Totalreflexion der Krümmung des Wasserstrahles.) Der aus $\frac{\sin\alpha_0}{\sin\beta_0} = \frac{1}{n} = \sin\alpha_0$ bestimmte Winkel α_0 heißt der **Grenzwinkel**. Dieser beträgt z. B. für Crownglas $40^0\,49'$, für Flintglas $35^0\,16'$, für Wasser $48^0\,28'$. — *Totale Reflexion kann nur beim Übergange des Lichtes aus einem dichten in ein dünneres Mittel eintreten, nie beim umgekehrten Verlauf, und zwar nur bei Einfallswinkeln im dichteren Medium gleich oder größer als der Grenzwinkel.* — Die Versuchsanordnung Abb. 414b, § 369, liefert bei genügend großem Einfallswinkel durch Drehen des im Wasser befindlichen Spiegels ohne weiteres die Erscheinung der Totalreflexion.

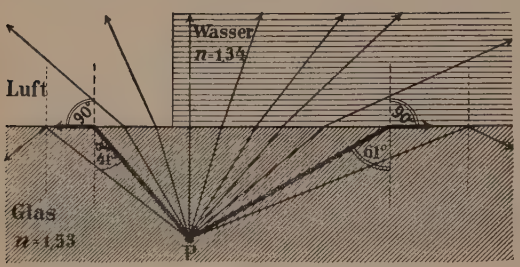


Abb. 417. Grenzwinkel der totalen Reflexion.

Die in § 372 angegebene Konstruktion liefert auch bei Totalreflexion den richtigen Verlauf des Lichtstrahles. Man konstruiert um den Ein-

fallspunkt E (Abb. 418) wieder zwei Kreise mit den Radien 1 und $n' = \frac{1}{n}$ und verlängert den einfallenden Strahl AE bis zum Schnitt C mit dem Kreis vom Radius 1. Bei Totalreflexion liefert dann die Parallele CD zum Einfallslot keinen Schnittpunkt mit dem Kreise vom Radius $\frac{1}{n}$. Dagegen ist der auf dem Kreis 1 erhaltene Schnittpunkt D ein Punkt des totalreflektierten Strahles EB, dessen Verlauf den Reflexionsgesetzen genügt. — Den Grenzwinkel $\alpha_0 = E'\hat{E}H'$ erhält man aus dem bei H rechtwinkligen Dreieck EHH', da $\sin\alpha_0 = \frac{HE}{EH'} = \frac{\frac{1}{n}}{1} = n'$ ist.

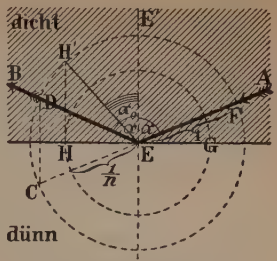


Abb. 418. Konstruktion des Grenzwinkels.

§ 374. **Totalreflektierendes Prisma.** Totale Reflexion wird bei vielen optischen Instrumenten benützt durch Anwendung eines gleichschenklig rechtwinkligen Glasprismas (gerades dreiseitiges Prisma mit einem gleichschenklig rechtwinkligen Dreieck als Basis). Man unterscheidet die Seitenflächen eines solchen Prismas als

Abb. 419. Totalreflektierendes Prisma.

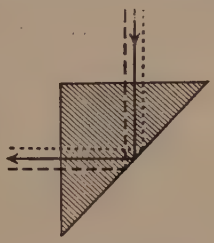


Abb. 420. Totalreflexion. ⊥ zur Einfallsrichtung.

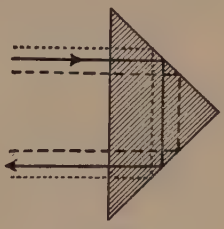


Abb. 421. Umkehrung der Strahlenfolge.

Hypotenusen- und **Kathetenflächen** (Abb. 419). Ein senkrecht auf eine Kathetenfläche auffallendes Lichtbündel dringt ohne Richtungsänderung in den Glaskörper ein und tritt nach totaler Reflexion aus der zweiten Kathetenfläche aus (Abb. 420). — Trifft aber ein Lichtbündel senkrecht zur Hypotenusenfläche auf (Abb. 421), so tritt es nach zweimaliger totaler Reflexion an den Kathetenflächen parallel zu seiner ursprünglichen Richtung wieder aus der Hypotenusenfläche aus. Gleichzeitig erfolgt dabei eine **Umkehrung der Strahlenfolge** für diejenigen Strahlen des einfallenden Lichtbündels, welche in einer **zur Schnittkante** der totalreflektierenden Kathetenflächen **senkrechten Ebene** liegen (Abb. 421) [Verwendung totalreflektierender Prismen bei Fernrohren (§ 390d) und beim Periskop der Unterseeboote].

§ 375. **Atmosphärische Strahlenbrechung. Luftspiegelung.** Die Atmosphäre wird von ihrer Grenze an gegen die Erdoberfläche hin immer dichter. Ein von einem Gestirn S (Abb. 422) nach dem Auge A eines Beobachters gelangender Lichtstrahl verläuft daher wegen der stets zum

Einfallslot erfolgenden Brechungen konvex nach oben gekrümmt. Der Stern erscheint somit dem Beobachter in der Richtung AS′, also dem Zenith näher. Diese als **atmosphärische Strahlenbrechung** bezeichnete Erscheinung kommt um so stärker zur Geltung, je näher der Stern dem Horizont des Beobachters liegt. Zu der direkt beobachteten Zenithdistanz eines Sternes muß also ein bestimmter Winkel (die Refraktion) addiert werden, um die wahre Zenithdistanz zu erhalten. — Bei der **Luftspiegelung** (Fata morgana, Abb. 423) nimmt man durch Totalreflexion erzeugte und verkehrte Spiegelbilder von direkt gesehenen oder auch verdeckten Objekten wahr. Bedingung für ihr Zustandekommen ist, daß zwei verschieden warme und dadurch verschieden dichte Luftschichten mit ebener Trennungsfläche übereinander lagern. Daß eine dem warmen Erdboden aufliegende, wärmere und dünnere Luftschicht unterhalb einer kälteren, dichteren lagert (Abb. 423a), kommt über ausgedehnten Sand-, Gras- oder Wasserflächen zuweilen vor, jedoch nur auf kurze Zeit und bei vollkommen ruhiger Luft. Häufiger sind die kalten Luftschichten unten, stark erwärmte, dünne in der Höhe (Abb. 423b), so daß ein Beobachter A die verkehrten Spiegelbilder von am Boden befindlichen Objekten in der Luft schwebend wahrnimmt. — Die ebene Trennungsfläche der verschieden warmen Luftschichten selbst erscheint in beiden Fällen stets glänzend wie ein Spiegel.

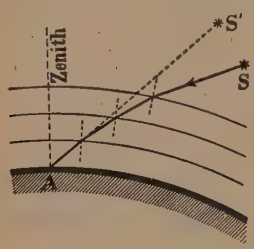


Abb. 422. Atmosphärische Strahlenbrechung.

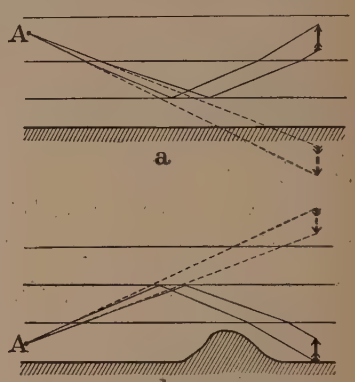


Abb 423. Luftspiegelung.

Aufgaben. 556. Bestimme durch Zeichnung und Rechnung den Brechungswinkel für einen Lichtstrahl, welcher unter einem Einfallswinkel von 60° auf Benzol ($n = 1{,}5$) trifft! [30° 15 53,5″.]

557. Warum erscheint ein in Wasser getauchter Stab gebrochen oder verkürzt, je nachdem er schief oder senkrecht zur Wasseroberfläche eingetaucht ist? [§ 369 bis 372.]

558. Das Auge eines Beobachters sieht unter einem Winkel von 30° zur Horizontalen gerade über den oberen Rand eines Gefäßes mit wagrechtem Boden von der Tiefe a und der Breite b und zwar in senkrechter Richtung über den Rand weg. Wie hoch muß in das Gefäß Wasser ($n = \frac{4}{3}$) eingegossen werden, wenn das Auge gerade den jenseitigen Rand des Bodens wahrnehmen soll? [1,973 a—1,139 b.]

559. Warum erscheinen Gegenstände, welche in eine Flüssigkeit eingetaucht sind, größer als außerhalb derselben? [§ 369—372.]

560. Warum erscheinen entfernte Gebirge kurz vor oder nach einem Regen höher und deutlicher? [§ 369—371, 375.]

561. Wie groß ist der Grenzwinkel der totalen Reflexion für Alkohol, Schwefelkohlenstoff und Diamant? [47° 3′ 35″; 37° 29′ 28,5″; 23° 47′ 23,4″.]

562. Warum glänzt ein in Wasser getauchter Körper häufig wie ein Spiegel? [§ 373, 34.]

563. Wieviel überblickt ein Fisch, welcher sich um die Strecke a unterhalb der Wasseroberfläche und um die Strecke b über dem Grund befindet? [§ 369—371; 373.]

564. Wie sieht ein schief in Wasser getauchtes Reagenzglas aus, wenn es leer ist, und wenn es zum Teil mit Wasser gefüllt wird? [§ 369—371; 373.]

565. Unter welchen Bedingungen findet beim Übergang eines Lichtstrahles aus einem Medium in ein anderes keine Brechung statt? [§ 369—371.]

566. Unter welchem Winkel muß ein Lichtstrahl auf die eine Fläche eines gleichseitigen Glasprismas ($n = \frac{3}{2}$) fallen, damit an der zweiten Fläche eben Totalreflexion stattfindet? [40°53′52″.]

567. Warum und unter welchen Bedingungen erscheinen Sonne und Mond in der Nähe des Horizontes oft elliptisch? [§ 375.]

568. [R. G. 1902.] Der brechende Winkel eines ganz von Luft umgebenen Prismas aus Glas ist 90°. Wird ein unter 45° in die Seitenfläche AB eintretender Strahl an der anderen Seitenfläche BC austreten oder dort total reflektiert werden? Der Brechungsquotient beim Übergang des Strahles aus Luft in Glas betrage 1,5. (In der beigegebenen Durchschnittsfigur ist $ABC = 90°$, der einfallende Strahl DE ist parallel zur Hypotenuse AC, und der Eintrittspunkt E hat von B den Abstand $EB = \frac{1}{3}AB$.) [§ 374, 372, 373.]

569. [R. 1901.] Wie heißen die Brechungsgesetze des Lichtes? Wann kann beim Übergange des Lichtes von einem Medium in ein anderes totale Reflexion eintreten? Man bestimme den Grenzwinkel für totale Reflexion und zwar zuerst allgemein, alsdann für den speziellen Fall, daß der Brechungsquotient 1,6 ist. Erläuternde Zeichnungen sind beizufügen. [§ 370, 373; 38°41′.]

Übungen. a) Man zeichne auf ein quadratisches Brettchen einen Kreis und markiere das Zentrum, den einer Brettkante parallelen Durchmesser und einen beliebigen Punkt des Kreises durch Stecknadeln! Man tauche das Brett lotrecht in Wasser, daß der markierte Durchmesser in die Wasseroberfläche fällt, und suche über das Zentrum wegvisierend den markierten Punkt! Durch die mit Stecknadeln markierte Sehrichtung läßt sich das Brechungsgesetz bestätigen. Dann ändere man den auf dem Kreis markierten Punkt! — b) Man lasse ein dünnes Brettchen, durch dessen Mitte eine Stecknadel gesteckt ist, mit nach unten gerichtetem Nadelkopf in einer bis zum Rand mit Wasser gefüllten Schale schwimmen und beobachte an der Brettkante vorbeisehend den Nadelkopf! Dann drücke man die Nadel immer tiefer in das Brettchen, bis man schließlich den Nadelkopf nicht mehr sieht, auch wenn man das Auge in die Ebene des Wasserspiegels hält! Man entwickle aus den gegebenen Verhältnissen den Grenzwinkel für Wasser! — c) Löse die Aufgaben 558s 559, 564 durch den Versuch! — d) Untersuche die verschiedenen Möglichkeiten des Strahlengangs bei einem totalreflektierenden Prisma nach § 374 unter Festlegung der Lichtstrahlen durch Stecknadeln!

§ 376. **Durchgang des Lichtes durch einen planparallel begrenzten Körper.** Ein Lichtstrahl, welcher schief auf die ebene Grenzfläche eines planparallel begrenzten, durchsichtigen Mediums (z. B. eine Fensterscheibe) auftrifft, erfährt durch die zweimalige, in entgegengesetztem Sinne erfolgende Brechung an den beiden Grenzflächen eine Parallelverschiebung. Diese nimmt mit zunehmender Dicke der planparallelen Platte selbst zu (Abb. 424). Bei senkrechtem Einfall des Lichtstrahles tritt keine Parallelverschiebung ein.

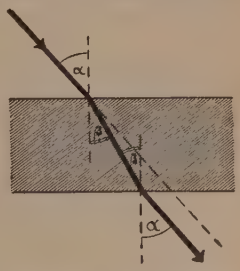


Abb. 424. Planparallelglas.

§ 377. **Prisma.** „Jeder durchsichtige Körper, welcher von zwei zueinander geneigten ebenen Flächen begrenzt ist, wird als **optisches Prisma** bezeichnet.“ Diese beiden Begrenzungsflächen, die sog. brechenden Flächen, bilden miteinander den brechenden Winkel (γ, Abb. 425) und schneiden sich in der brechenden Kante des Prismas. „Jede zu der brechenden Kante eines optischen Prismas senkrechte Ebene heißt ein Hauptschnitt des Prismas.“

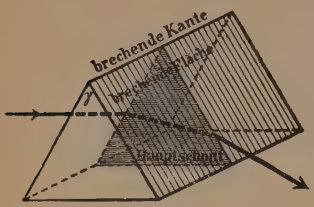


Abb. 425. Optisches Prisma.

Zum Nachweis der Wirkung eines Prismas entwirft man von einem schmalen, etwa mit rotem Licht stark beleuchteten Spalt SS (Abb. 426) mittels einer Linse L ein scharfes Bild S_0S_0 auf einem Schirm. Sodann stellt man das Prisma P mit der brechenden Kante parallel zum Spalt unmittelbar hinter die Linse. Das Spaltbild S′S′ erscheint dann zur Seite abgelenkt. Beim Drehen des Prismas nach der einen oder anderen Seite wandert das abgelenkte Spaltbild und erlangt bei einer bestimmten Stellung des Prismas einen kleinsten Abstand von S_0S_0 (**Minimum der Ablenkung**). Der Versuch ergibt also:

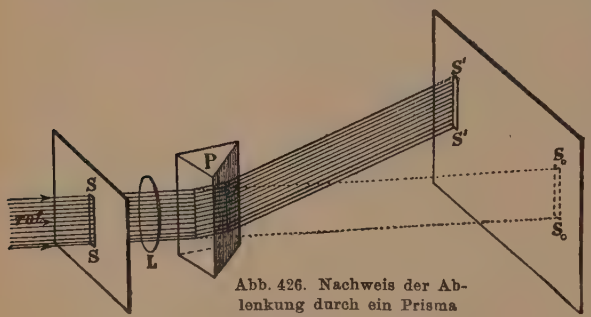


Abb. 426. Nachweis der Ablenkung durch ein Prisma

1. *Jeder in einem Hauptschnitt auf ein Prisma fallende Lichtstrahl bleibt in seinem weiteren Verlaufe in demselben.*

2. *Beim Durchgang eines Lichtstrahles durch ein Prisma tritt eine Ablenkung des austretenden Strahles von der Einfallsrichtung ein.* Im allgemeinen findet sowohl beim Eintritt als beim Austritt des Lichtstrahles eine Brechung statt (Abb. 427).

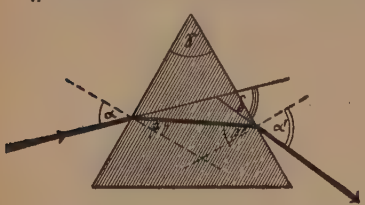


Abb 427. Ablenkung eines Lichtstrahles durch ein Prisma.

Ein den austretenden Lichtstrahl aufnehmendes Auge eines Beobachters sieht die Lichtquelle nach der brechenden Kante des Prismas hin verschoben.

3. *Die Ablenkung eines Lichtstrahles durch ein Prisma ist am kleinsten, wenn der innerhalb des Prismas verlaufende Strahl gleiche Winkel mit den brechenden Flächen bildet* (Minimum der Ablenkung). Aus dem brechenden Winkel γ und dem Minimum der Ablenkung δ kann der Brechungsquotient der Prismensubstanz ermittelt werden.

Für den Ablenkungswinkel δ des aus dem Prisma austretenden

Strahles gegenüber der Einfallsrichtung erhält man aus Abb. 427 (nach dem Satz vom Außenwinkel im $\triangle$) $\delta = (\alpha - \beta) + (\alpha' - \beta') = \alpha + \alpha' - (\beta + \beta')$, ferner $\gamma = \beta + \beta'$, also Ablenkungswinkel $\delta = \alpha + \alpha' - \gamma$. Ist nun der brechende Winkel γ des Prismas und dann natürlich auch α, α', β, β' so klein, daß man für $n = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\sin\alpha'}{\sin\beta'}$ setzen kann $n = \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha'}{\beta'}$, so wird $\delta = \alpha + \alpha' - \gamma = n\beta + n\beta' - \gamma = n(\beta + \beta') - \gamma = n\gamma - \gamma$. Man hat also schließlich bei kleinem brechenden Winkel γ des Prismas

$$\textbf{Ablenkungswinkel } \delta = (n-1)\cdot\gamma.$$

Aufgaben. 570. In welcher Weise hängt die Parallelverschiebung p eines Lichtstrahls durch ein planparalleles Medium von der Dicke d und dem Brechungsquotient n des Mediums sowie vom Einfallswinkel α ab?

$$\left[p = d\cdot\sin\alpha\left(1 - \frac{\cos\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}\right).\right]$$

571. Beweise, daß der Brechungsquotient für den Durchgang des Lichtes durch beliebig viele aufeinanderfolgende planparallele Medien gleich dem Brechungsverhältnis zwischen dem ersten und letzten Medium ist! [§ 370, 371, 376.]

572. Ein Gefäß mit planparallelem Glasboden ($n_1 = \frac{5}{3}$) ist mit Wasser ($n_2 = \frac{4}{3}$) gefüllt. Zeichne den Verlauf eines unter einem Einfallswinkel von 60° auf die Wasseroberfläche fallenden Lichtstrahles, a) wenn der Gefäßboden horizontal, b) unter einem Winkel von 30° zur Horizontalen geneigt ist! [§ 370—372, 376, 377.]

573. Wie erklärt sich, daß man durch eine Fensterscheibe hindurch geradlinige Objekte oft wellenförmig sieht? [§ 376, 377.]

574. Es soll eine Formel aufgestellt werden, welche beim Minimum der Ablenkung den Brechungsquotient n aus dem Ablenkungswinkel δ und dem brechenden Winkel γ des Prismas ergibt. $\left[n = \frac{\sin\frac{1}{2}(\gamma+\delta)}{\sin\frac{1}{2}\gamma}.\right]$

575. Es soll unter Benützung des Ergebnisses der vorhergehenden Aufgabe für ein Prisma mit sehr kleinem brechenden Winkel γ der Ablenkungswinkel δ für einen durch das Prisma hindurchgesandten Lichtstrahl bestimmt werden. [$\delta = (n-1)\cdot\gamma$.]

576. Auf die erste brechende Fläche eines Prismas fällt ein Lichtstrahl senkrecht auf; es soll aus dem entstehenden Ablenkungswinkel δ und dem brechenden Winkel γ des Prismas der Brechungsquotient ermittelt werden. $\left[n = \frac{\sin(\gamma+\delta)}{\sin\gamma}.\right]$

577. [R. G. 1900.] Man erläutere den Begriff der totalen Reflexion des Lichtes. Weiter berechne man den Grenzwinkel der totalen Reflexion beim Übergang von Licht aus Flintglas [Brechungsquotient 1,65] in Luft. Welche Größe muß demgemäß der Winkel α eines auf ein Flintglasprisma [brechender Winkel 30°] auffallenden Strahles mit dem Einfallslot überschreiten, wenn der Strahl im Prisma Totalreflexion erleiden soll? [§ 373, 376; 37°18′21,4″; $\alpha > 12°6'43''$.]

578. [R. G. 1908.] a) Was versteht man unter der Minimalablenkung eines Prismas? Wann tritt dieselbe ein? b) Man konstruiere den Gang eines Lichtstrahles, der die Minimalablenkung erleidet, für den Brechungsquotienten Luft zu Glas $= \frac{3}{2}$ und den brechenden Winkel des Prismas von 90°. c) Man bestimme durch Rechnung den Brechungsquotient einer Glassorte, deren Schliffebenen einen Winkel von 60° bilden, bei einer Minimalablenkung von 56°. [§ 377, 372; 1,6952.]

Übungen. a) Markiere den Querschnitt eines Planparallelglases bzw. den Hauptschnitt eines Prismas auf einem mit Papier bezogenen Reißbrett! Mit 2 Stecknadeln

lege man einen einfallenden Strahl fest und suche durch Anvisieren und Einstecken von 2 weiteren Stecknadeln den austretenden Strahl! Schließlich suche man mit den erhaltenen Linien die Gesetze über den Strahlenverlauf bei den genannten Glaskörpern! — b) Bestimme durch Markierung des Strahlenganges mittels Stecknadeln den Brechungsquotient der Glassorte eines Prismas auf Grund der Angaben der Aufgabe 576! — c) Untersuche durch Festlegung des Strahlengangs mittels Stecknadeln den Verlauf eines Strahles durch einen Glastrog mit parallelen Wänden, wenn der Trog leer ist und dann mit Wasser gefüllt wird! — d) Untersuche in ähnlicher Weise den Durchgang des Lichtes durch ein beliebiges Prisma und verändere dabei den Einfallswinkel zur ersten brechenden Fläche!

D. Sphärische Linsen und optische Instrumente.

§ 378. **Linse, Linsenformen.** Als **Linse** bezeichnet man einen von zwei krummen Flächen oder von einer krummen und einer ebenen Fläche begrenzten durchsichtigen Körper. Die durchsichtige Substanz ist meistens Glas (Crown- und Flintglas), seltener Quarz und Flußspat. Die krummen Begrenzungsflächen sind wegen der leichteren und genaueren Ausführbarkeit fast stets Kugel- oder sphärische Flächen. Man unterscheidet:

Abb. 428. Linsenformen (Durchschnitte).

1. **Konvex-** oder **Sammellinsen**, auch **positive Linsen** oder **Brenngläser**, welche in der Mitte dicker sind als am Rande, und zwar **bikonvexe**, **plankonvexe** und **konkavkonvexe** (Durchschnitte in Abb. 428a, b, c);

2. **Konkav-** oder **Zerstreuungslinsen**, auch **negative Linsen**, welche in der Mitte dünner sind als am Rande, und zwar **bikonkave**, **plankonkave** und **konvexkonkave** (Abb. 428d, e, f).

Bei einer Linse bezeichnet man die Verbindungslinie der Krümmungsmittelpunkte $M_1 M_2$ (Abb. 429) beider Begrenzungsflächen als **Achse**. Auf ihr liegen in gleichen Abständen von der Linse (§ 380, 2) die beiden **Brennpunkte** F_1, F_2. „Die Brennpunkte sind die Vereinigungspunkte achsenparalleler Strahlen nach der Brechung durch die Linse.“ Sammellinsen vereinigen von einem leuchtenden Punkt L auf der Achse ausgehende Strahlen (Abb. 429a) im allgemeinen in einem auf der Achse gelegenen reellen Bildpunkt B und achsenparallele Strahlen in dem einen Brennpunkt F_2 (Abb. 429b). — Bei Zerstreuungslinsen gehen achsenparallele Strahlen nach der Brechung durch einen virtuellen Brennpunkt F_1 (Abb. 429c).

Dieser Verlauf der Lichtstrahlen ist dadurch bedingt, daß ein durch eine Linse gehender Lichtstrahl infolge zweimaliger Brechung wie bei einem Prisma eine Ablenkung von seiner ursprünglichen Richtung erfährt. Denn man kann sich die Linsen auch aus Prismen mit allmählich zu- bzw. abnehmendem brechenden Winkel zusammengesetzt denken (Abb. 430).

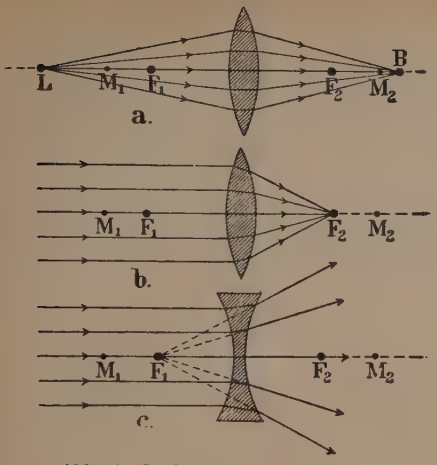


Abb. 429. Verlauf der Lichtstrahlen bei Linsen.

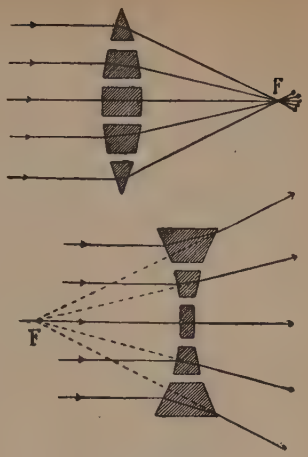


Abb. 430. Zurückführung der Linsen auf Prismen.

§ 379. **Linsenformel.** Ein vom leuchtenden Punkt L auf der Achse einer Bikonvexlinse ausgehender Lichtstrahl LE_1 (Abb. 431) treffe nach zweimaliger Brechung in den Punkten E_1 und E_2 bei B wieder die Achse. Dann werden alle unter dem Winkel φ zur Achse von L ausgehenden Strahlen nach dem Punkte B auf der Achse gebrochen. Dies geschieht mit großer Annäherung auch für alle anderen, nahe der Achse M_1M_2 verlaufenden, sog. **Zentralstrahlen.** Die Krümmungsradien der sphärischen

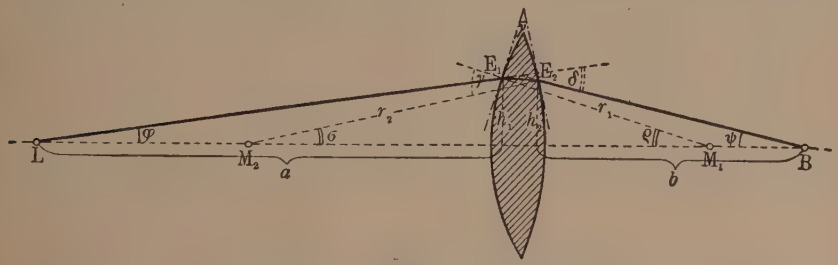


Abb. 431. Zur Ableitung der Linsenformel.

Begrenzungsflächen der Linse seien r_1 und r_2, der Winkel der Tangentialebenen an die Linse in den Durchstoßpunkten E_1 und E_2 des Lichtstrahles sei γ. Dann ist nach den für Prismen mit kleinem brechenden Winkel γ gültigen Beziehungen (§ 377) und wegen der Kleinheit der Winkel φ, ψ und ϱ, σ bei Zentralstrahlen (Abb. 431)

$$\gamma = \varrho + \sigma \qquad \delta = \varphi + \psi = (n-1)\gamma$$

$$\sin\varrho \sim \varrho = \frac{h_1}{r_1} \qquad \operatorname{tang}\varphi \sim \varphi = \frac{h_1}{a}$$

$$\sin\sigma \sim \sigma = \frac{h_2}{r_2} \qquad \operatorname{tang}\psi \sim \psi = \frac{h_2}{b}$$

$$\gamma = \varrho + \sigma = \frac{h_1}{r_1} + \frac{h_2}{r_2} \qquad \delta = (n-1)\gamma = \varphi + \psi = \frac{h_1}{a} + \frac{h_2}{b}$$

also durch Einsetzen

$$(n-1)\left(\frac{h_1}{r_1}+\frac{h_2}{r_2}\right)=\frac{h_1}{a}+\frac{h_2}{b}.$$

Bei den meistens gebrauchten Linsen ist nun die Dicke sehr klein. Es fallen daher die Durchstoßpunkte E_1 und E_2 des Lichtstrahles mit den Begrenzungsflächen der Linse nahezu in einen Punkt zusammen (§ 380, 2). Es kann also dann $h_1 = h_2$ gesetzt und a als **Gegenstandsweite**, b als **Bildweite** genommen werden. Dann ist nach Division durch $h_1 = h_2$

$$(n-1)\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right)=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}.$$

Für die zu $a=\infty$ gehörige Bildweite f, welche wieder als **Brennweite** bezeichnet wird, erhält man die Beziehung $(n-1)\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right)=\frac{1}{f}$. Durch Einsetzen dieses Wertes wird schließlich die obige Formel mit derjenigen für den sphärischen Spiegel (§ 363) gleich, nämlich

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}.$$

Ein Unterschied besteht nur insofern, als jetzt f ein algebraischer Ausdruck in n, r_1, r_2 ist, während f bei sphärischen Spiegeln den Wert $\frac{r}{2}$ hat. Außerdem besitzt eine Linse auf jeder Seite einen Brennpunkt im Abstande f auf der Achse, da sie dem Lichte von der einen und anderen Seite her den Durchgang gestattet. Für konkav gewölbte Begrenzungsflächen der Linse sind r_1 und r_2 mit negativem Vorzeichen in obigen Formeln einzusetzen.

§ 380. **Bildkonstruktion für einen Punkt außerhalb der Achse.** Alle von einem leuchtenden Punkt P ausgehenden Strahlen, welche durch die Linse nach dem Bildpunkt P′ (Abb. 432) gebrochen werden, bilden einen von Strahlen erfüllten Kegel mit P als Spitze und der freien Öffnung der Linse als Basis. Desgleichen bilden die gebrochenen Strahlen einen Kegel mit der Linsenöffnung als Basis und P′ als Spitze. Von diesen unendlich vielen Strahlen verwendet man aber zur **Konstruktion des Bildes eines außerhalb der Achse gelegenen Punktes** nur zwei solche, welche nach der Brechung einen möglichst einfachen Verlauf nehmen. Solche Strahlen sind:

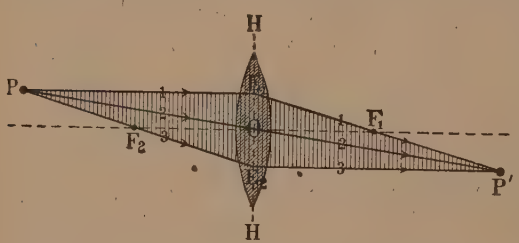


Abb. 432. Bildpunktkonstruktion bei einer Konvexlinse.

1. Ein **Lichtstrahl**, welcher **parallel der Achse** auf die Linse trifft oder von einem unendlich fernen Punkt der Achse kommt (**achsenparalleler Strahl, 1**). Dieser geht nach der Brechung durch den jenseits

oder diesseits der Linse gelegenen Brennpunkt, je nachdem die Linse eine Sammel- oder eine Zerstreuungslinse ist (Abb. 432, PE_1F_1 und Abb. 433, PE_1M).

2. Ein nach dem **optischen Mittelpunkt der Linse** gerichteter Lichtstrahl **(Mittelpunktsstrahl 2)** geht **ohne Änderung** seiner Richtung weiter (Abb. 432 POP', Abb. 433 PP'O). „Als optischen Mittelpunkt (O, Abb. 434) bezeichnet man einen auf der Achse des Linsenkörpers gelegenen Punkt von der Eigenschaft, daß sich die Linse für jeden durch ihn gehenden Lichtstrahl (AE_1OE_2B) wie ein planparallel begrenzter durchsichtiger Körper verhält." Es findet also nur eine geringe Parallelverschiebung des austretenden Lichtstrahls gegenüber dem eintretenden statt. Damit dieses der Fall ist, müssen die nach dem Ein- und Austrittspunkt des Lichtstrahles gezogenen Radien M_1E_1 und M_2E_2 der sphärischen Flächen (Einfallslote für die Punkte E_1 und E_2) einander parallel sein.

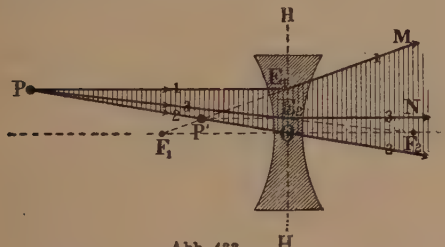


Abb. 433. Bildpunktkonstruktion bei einer Konkavlinse.

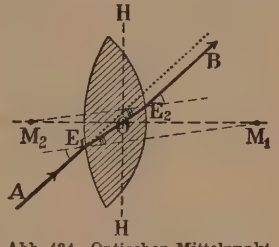


Abb. 434. Optischer Mittelpunkt einer Linse.

Der optische Mittelpunkt O liegt somit bei gleichen Krümmungsradien beider sphärischen Flächen in der Mitte der Linse; im anderen Falle liegt er der stärker gewölbten sphärischen Fläche näher. Die beiden Brennpunkte liegen in gleichen Abständen vom optischen Mittelpunkt.

Bei geometrischer Konstruktion von Linsenbildern denkt man sich gewöhnlich die Linse durch eine im optischen Mittelpunkt O zur Achse senkrechte Ebene, die sog. **Hauptebene** HH (Abb. 432—434) ersetzt. Die beiden an den Begrenzungsflächen der Linse erfolgenden Brechungen fallen dann in eine einzige, in dieser Hauptebene gelegene Brechung zusammen. Man ersetzt damit die Linse durch eine **unendlich dünne Linse** (vgl. auch die Ableitung der Linsenformel § 379).

3. Ein **Lichtstrahl**, welcher **durch einen Brennpunkt** geht **(Brennpunktsstrahl, 3)**, erhält infolge der Brechung durch die Linse eine zur Achse parallele Richtung. Dabei ist der diesseits oder jenseits der Linse liegende Brennpunkt zu wählen, je nachdem die Linse eine Sammel- oder eine Zerstreuungslinse ist (Abb. 432 PF_2E_2P', Abb. 433 PE_2N).

§ 381. **Gegenseitige Lage von Objekt und Bild bei Linsen.** Die vorstehend angegebenen Konstruktionen ergeben im Zusammenhalt mit der Formel $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$:

I. Für eine **Konvexlinse:** a) Ein leuchtendes Objekt AB (Abb. 435) außerhalb der doppelten Brennweite ($a > 2f$) liefert ein **reelles verkehrtes, verkleinertes Bild** A′B′ in einer Entfernung größer als die einfache, aber kleiner als die doppelte Brennweite ($2f > b > f$).

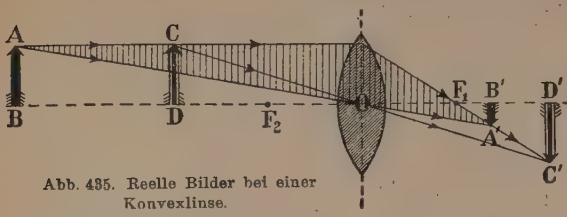


Abb. 435. Reelle Bilder bei einer Konvexlinse.

b) Ein Objekt CD (Abb. 345) in doppelter Brennweite ($a = 2f$) liefert ein **reelles, verkehrtes, gleich großes Bild** C′D′ in gleicher Entfernung ($b = 2f$).

c) Ein Objekt in einer Entfernung kleiner als die doppelte, aber größer als die einfache Brennweite ($2f > a > f$) gibt ein **reelles, verkehrtes, vergrößertes Bild** in einer Entfernung größer als die doppelte Brennweite ($b > 2f$): A′B′ Objekt, AB Bild (Abb. 435).

d) Ein Objekt im Brennpunkt ($a = f$) gibt ein unendlich großes Bild in unendlicher Ferne ($b = \infty$).

e) Ein Objekt AB (Abb. 436) zwischen Brennpunkt und Linse ($a < f$) liefert ein **virtuelles, aufrechtes, vergrößertes Bild** A′B′ in einer zwischen $-\infty$ und 0 liegenden Entfernung ($-\infty < -b < 0$); b wird dann stets negativ.

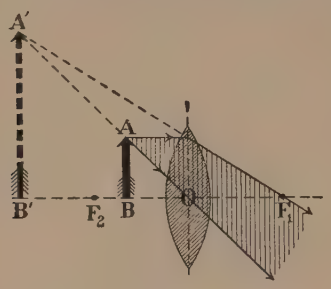


Abb. 436. Virtuelles Bild bei einer Konvexlinse.

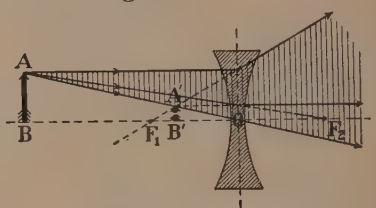


Abb. 437. Virtuelles Bild bei einer Konkavlinse.

f) *Objekt und Bild sind stets gegenseitig vertauschbar* (*reziprok* oder *konjugiert*).

g) (Lineare) *Gegenstandsgröße* $\boldsymbol{G}$ ($= \overline{AB}$, Abb. 435 und 436) *und* (lineare) *Bildgröße* $\boldsymbol{B}$ ($= \overline{A'B'}$) *verhalten sich wie Gegenstandsweite* $\boldsymbol{a}$ *und Bildweite* $\boldsymbol{b}$, also

$$\boldsymbol{G : B = a : b}.$$

II. Für eine **Konkavlinse:** Ein leuchtendes Objekt AB (Abb. 437) in beliebiger Entfernung liefert stets ein **virtuelles, aufrechtes,** verkleinertes **Bild** A′B′ zwischen Brennpunkt und Linse. In der Linsenformel ist die Brennweite f, welche auch **Zerstreuungsweite** genannt wird, weil auf gleicher Seite der Linse wie a gelegen, negativ zu setzen; es wird daher auch b stets negativ.

III. Die Konvexlinsen entsprechen somit bezüglich der Art und Mannigfaltigkeit der Bilder ganz den Konkavspiegeln, die Konkavlinsen dagegen den Konvexspiegeln.

IV. *Ein von einer Linse erzeugtes reelles Bild liegt stets auf der anderen Seite der Linse wie das Objekt selbst; alle virtuellen Bilder liegen dagegen mit dem Objekt auf gleicher Seite.*

V. *Reelle, von Linsen erzeugte Bilder sind stets verkehrt, virtuelle Bilder dagegen stets aufrecht.*

Anstatt der Brennweite f wird auch vielfach ihr reziproker Wert $1/f = D$ als sog. Brechkraft der Linse in **Dioptrien** angegeben. Der reziproke Wert der Dioptrienzahl gibt dann umgekehrt die Brennweite der Linse in m, so daß z. B. eine Linse von 1, $\frac{1}{2}$, 4, 6 ... Dioptrien eine Brennweite von 1, 2, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, ... m hat. Für Konvexlinsen wird die Dioptrienzahl +, für Konkavlinsen — genommen.

§ 382. **Sphärische Aberration; aplanatische Linsen.** Stark gewölbte Linsen liefern nur dann scharfe, unverzerrte Bilder, wenn die auftreffenden Lichtstrahlen Zentralstrahlen sind, also nahe der Achse hindurchgehen. Von einem Achsenpunkt ausgehende und nahe am Rande einer solchen Linse auftreffende Strahlen schneiden sich daher nach der Brechung nicht in einem Bildpunkte, sondern in einer Bildfläche. Diese Abweichung vom gewünschten Strahlengang wird als **sphärische Aberration** bezeichnet (§ 368). Sie kann durch Anwendung von **Blenden (Diaphragmen)**, welche nur den zentralen Teil der Linse frei lassen, oder dadurch vermieden werden, daß man anstatt einer Linse ein System von zwei oder mehreren weniger stark gewölbten Linsen benützt. Ein solches System heißt **aplanatisch** (griech. a = nicht, planásthai = umherirren), wenn es zugleich die Vereinigungsfehler außeraxialer Bildpunkte vermeidet.

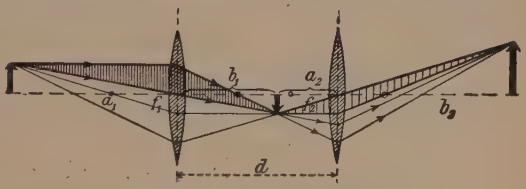


Abb. 438. Linsensystem.

Beispiele: 1. Man hat für ein **System von zwei Linsen** (Abb. 438), wenn f_1 und f_2 die Brennweiten, $d = O_1 O_2$ ihren Abstand bedeuten, zunächst $1/a_1 + 1/b_1 = 1/f_1$, also $b_1 = \frac{a_1 f_1}{a_1 - f_1} = \frac{f_1}{1 - f_1/a_1}$. Das von der Linse I entworfene Bild mit einer Bildweite b_1 dient als Objekt für die Linse II, seine Gegenstandsweite ist also $a_2 = d - b_1 = d - \frac{f_1}{1 - f_1/a_1}$. Für die Linse II gilt aber $1/a_2 + 1/b_2 = 1/f_2$ oder $1/b_2 = 1/f_2 - 1/a_2 = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{d - \frac{f_1}{1 - f_1/a_1}}$, also $\frac{1}{b_2} = \frac{1}{f_2} + \frac{1 - f_1/a_1}{f_1 - d(1 - f_1/a_1)}$. Nun ist aber b_2 die Entfernung des schließlich erhaltenen Bildes, a_1 der Abstand des Objektes von dem Linsensystem. Die **Brennweite** f des Systems ergibt sich aus der letzten Gleichung für $a_1 = \infty$. Die beiden Linsen wirken somit zusammen wie eine Linse mit einer aus $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_1 - d}$ bestimmten Brennweite f. — Liegen die beiden Linsen dicht aneinander, so wird $d = 0$, und man erhält die bemerkenswerte Gleichung

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

für die Brennweite f des Systems. Die Brechkraft des Linsenpaares ist also gleich der Summe der Brechkräfte der Einzellinsen.

2. Bei Verwendung von 2 Linsen kann es vorkommen, daß das von der ersten Linse entworfene Bild $V_1 V_2$ hinter die zweite Linse (Abb. 438a) zu liegen kommt.

Ein solches Bild heißt man ein **virtuelles Objekt** hinsichtlich der zweiten Linse. Man sucht dann für die zweite Linse den Verlauf z. B. eines achsenparallelen und eines Mittelpunktsstrahles zu erhalten. **Konvexlinsen** geben so für virtuelle Objekte $V_1 V_2$ stets **reelle Bilder**, $B_1 B_2$ (Abb. 438a), da sie das auftreffende konvergente Strahlenbündel noch stärker zusammenziehen. **Konkavlinsen** liefern dagegen für virtuelle Objekte ($V_1 V_2$) **reelle** ($B_1 B_2$) oder **virtuelle Bilder** ($B' B''$), je nachdem das virtuelle Objekt $V_1 V_2$ innerhalb oder

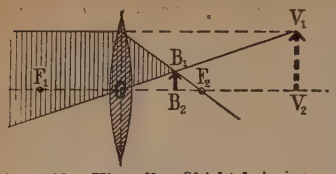


Abb. 438a. Virtuelles Objekt bei einer Konvexlinse.

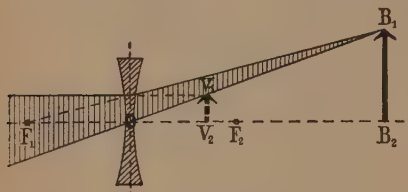


Abb. 438b. Virtuelles Objekt innerhalb der Zerstreuungsweite.

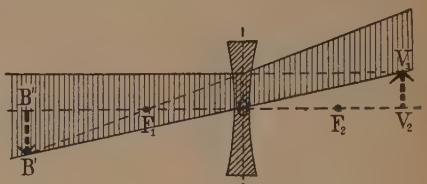


Abb. 438c. Virtuelles Objekt außerhalb der Zerstreuungsweite.

außerhalb der Zerstreuungsweite der Konkavlinse fällt (Abb. 438b, c). Für Berechnung mit Hilfe der Linsenformel ist die Gegenstandsweite a für die zweite Linse stets negativ zu nehmen.

Aufgaben. 579. Wie groß ist die Fläche eines von einer Konvexlinse entworfenen Spaltbildes, wenn die Breite des Spaltes 1 mm, die Höhe 40 mm beträgt und der Spalt sich in einer Entfernung $a = \frac{6}{5} f$ von der Linse befindet? [10 qcm.]

580. Eine Konvexlinse gibt von einer 3 cm langen Lichtlinie auf einem von dieser 4 m 20 cm entfernten Schirm ein 60 cm langes Bild. Welche Brennweite hat die Linse und in welchem Abstand vom Objekt ist sie aufgestellt? [$19\frac{1}{21}$ cm; 20 cm.]

581. Mit einer Konvexlinse ($f = 50$ cm) soll man von einem Gegenstand ein Bild entwerfen. Gegenstand und Schirm sind 2,25 m voneinander entfernt. In welchem Abstand vom Objekt muß die Linse aufgestellt werden? [$a_1 = 150$ cm, $a_2 = 75$ cm.]

582. Welche Bildgröße gibt eine Konvexlinse mit $f = 40$ cm von einem Objekt von 50 cm Höhe, wenn dieses vom Schirme 1,8 m entfernt ist? [$B_1 = 25$ cm, $B_2 = 1$ m.]

583. Wie verhalten sich Bildweite und Größe der von einem Objekt von der Größe G entworfenen Bilder, wenn für die Brennweiten der benützten Linsen $f : F = 1 : 10$ ist und die Gegenstandsweite für beide Linsen 100 F beträgt? [11 : 111.]

584. Wie kann man die Brennweite einer Konvexlinse ermitteln? [§ 381.]

585. Welchen Durchmesser hat das von einer Konvexlinse ($f = 2$ m) entworfene Sonnenbild, wenn die Strahlen von den Endpunkten eines Sonnendurchmessers nach dem optischen Mittelpunkt der Linse einen Winkel von 32′ bilden? [18,6 mm.]

586. Wie groß ist das Bild eines Objekts von 1 m Höhe, welches durch eine 10 m davon entfernte Konkavlinse von — 10 cm Brennweite entworfen wird? [0,099 cm.]

587. Es ist der Verlauf der von einem leuchtenden Objekt G ausgehenden, auf eine Konkavlinse von der Brennweite $-f$ auffallenden Lichtstrahlen zu zeichnen, wenn das Objekt in der Entfernung $5f$, $2f$, $\frac{1}{2}f$ von der Linse sich befindet. [§ 381.]

588. Zwei genau gleiche Konvexlinsen sind so aufgestellt, daß der optische Mittelpunkt einer jeden mit dem einen Brennpunkt der anderen zusammenfällt. Man konstruiere für ein Objekt in der Entfernung $3f$ und $1f$ das vom Linsenpaar entworfene Bild und gebe dessen Beschaffenheit an! [§ 380, 381, 382.]

589. Es ist die Lage des optischen Mittelpunktes einer plankonvexen oder plankonkaven Linse sowie die Lage des Brennpunktes derselben durch geometrische Konstruktion zu finden, wenn die Dicke der Linse $\frac{1}{5}$ des Krümmungsradius der sphärischen Fläche und der Brechungsquotient $n = \frac{3}{2}$ ist. [§ 380, 381.]

590. Man läßt durch eine kreisrunde Öffnung ein Bündel von Sonnenstrahlen

parallel der Achse auf eine Konkavlinse fallen und stellt einen Schirm hinter der Linse so auf, daß der entstehende Lichtkreis den doppelten Durchmesser hat wie die Öffnung. Wie läßt sich so die Zerstreuungsweite der Linse finden? [§ 381.]

Übungen. a) Untersuchung der in § 381 angegebenen Gesetze für Linsen! — b) Lösung der Aufgaben 584 (drei Möglichkeiten) und 590 durch den Versuch! — c) Vergleichung der Wirkung von einfachen Linsen und Linsenkombinationen gemäß § 382 (Beispiele) mit Rücksicht auf die entstehenden Bilder bei stets gleicher Gegenstandsweite! — d) Vergleichung der Brennweiten einfacher Linsen mit den Brennweiten von Systemen von zwei Linsen gleicher oder ungleicher Art! — e) Bestimmung der Brennweite einer Linse für Zentral- und Randstrahlen durch Verwendung eines kreisförmigen Loches in einem Schirme und einer Kreisscheibe als Blenden!

§ 383. **Auge.** Das **menschliche Auge** wirkt wie eine Camera obscura, in deren Öffnung eine Konvexlinse eingesetzt ist.

Die verschiedenen durchsichtigen Augenmedien (Abb. 439), nämlich Hornhaut C, wässerige Feuchtigkeit H, Linse L und Glaskörper V, wirken zusammen wie eine Linse von sehr kurzer Brennweite. Der optische Mittelpunkt der Augenmedien liegt nahe der Hinterfläche der Linse. Das Auge erzeugt von leuchtenden Objekten auf der Netzhaut R ein **reelles, verkehrtes, verkleinertes Bild**. Die lichtempfindlichste Stelle der Netzhaut ist der gelbe Fleck M, welcher etwas außerhalb der Augenachse, gegen die Schläfen zu, liegt. Die Eintrittsstelle des Sehnervs N ist unempfindlich für Lichteindrücke und heißt blinder Fleck (Mariotte 1666). Die Netzhaut wird von der zur Ernährung dienenden Ader- oder Gefäßhaut Ch und der zum Schutze des Auges dienenden derben weißen Sehnenhaut S umschlossen. Die vor der Linse liegende Regenbogenhaut (Iris) J bildet eine Blende mit einem nach der Lichtstärke selbsttätig veränderlichen Sehloch (Pupille) P. Durch den ringförmigen Ciliarmuskel C′ kann die Linse willkürlich stärker gewölbt werden, wodurch der Brennpunkt der Augenmedien nach vorn rückt. Dadurch wird das Auge, welches in normalem Zustande nur von entfernten Gegenständen auf der Netzhaut scharfe Bilder entwirft, auch zur Wahrnehmung naher Objekte verwendbar. „Man nennt die Anpassung des Auges an die Entfernung **Akkommodation**.“ Ein normales Auge kann sich für Entfernungen zwischen ∞ (dem Fernpunkt) und etwa 10 cm (dem Nahpunkt) akkommodieren. Es entwirft daher für alle innerhalb der **Akkommodationsbreite** (Abstand von Fernpunkt und Nahpunkt) gelegenen Objekte ein reelles, verkehrtes und verkleinertes Bild auf der Netzhaut. Gewöhnliche Druckschrift sieht ein normales Auge am besten und ohne besondere Anstrengung in einer Entfernung von 25 cm. Es ist daher üblich, die Entfernung von **25 cm als normale deutliche Sehweite** zu bezeichnen.

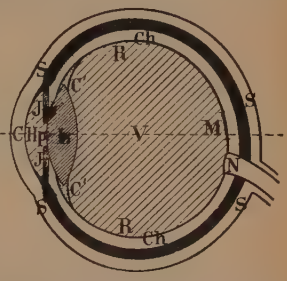


Abb. 439. Horizontalschnitt durch das rechte Auge.

Die deutliche Sehweite läßt sich durch den Versuch von Scheiner (1619) [§ 390b] finden. Man sticht in ein Kartenblatt zwei feine Löcher in etwa 3 mm Abstand und betrachtet durch diese eine Nadelspitze, deren

Entfernung man langsam ändert. Die Spitze erscheint scharf und einfach in deutlicher Sehweite. In jeder anderen Entfernung liefern die durch die Löcher gehenden feinen Lichtbündel zwei getrennte Netzhautbilder.

§ 384. **Kurzsichtiges und weitsichtiges Auge.** Bei dem meist in der Jugend vorkommenden **kurzsichtigen Auge** ist der horizontale Augendurchmesser infolge Überanstrengung durch Lesen in zu großer Nähe dauernd länger als im normalen Zustande. Die Bilder **entfernter** Gegenstände liegen daher **vor** der Netzhaut (Abb. 430b). Es müssen dann durch Vorsetzen einer geeigneten **Konkavlinse** als Brille die einfallenden Lichtstrahlen so **divergent** gemacht werden, daß durch die als Sammellinse wirkenden Augenmedien das Bild auf der Netzhaut zustande kommt (Abb. 440c).

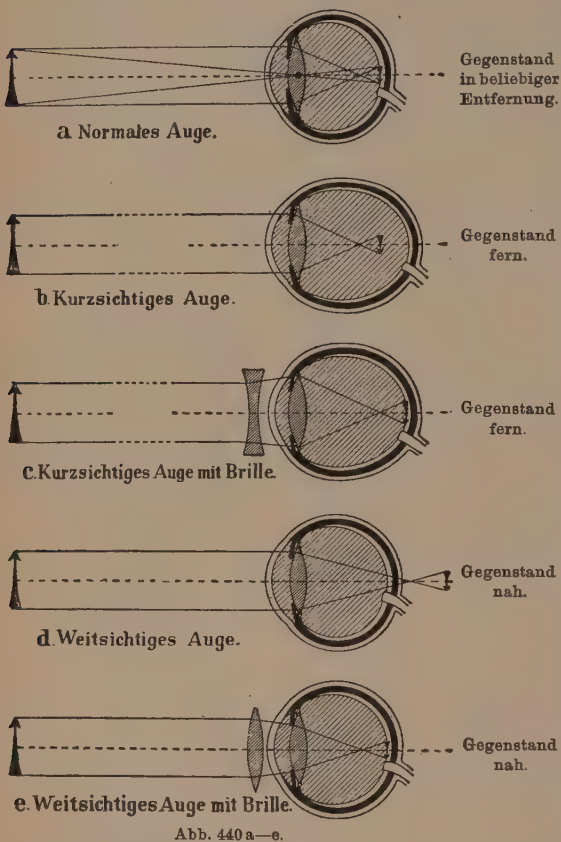


Abb. 440a—e.

Bei dem meist im Alter auftretenden **weitsichtigen Auge** fehlt wegen Erlahmung des Ciliarmuskels die Fähigkeit, auf nahe Gegenstände zu akkommodieren. Die Bilder **naher** Gegenstände würden daher **hinter** die Netzhaut fallen (Abb. 440d) Man setzt deshalb eine **Konvexlinse** als Brille vor, damit die Lichtstrahlen bereits vor dem Eintritt in das Auge so **konvergent** gemacht werden, daß das Bild wieder auf der Netzhaut entsteht (Abb. 440e).

§ 385. **Sehwinkel, scheinbare Größe eines Objektes.** Die Höhe und Breite eines Objektes beurteilen wir nach den entsprechenden Abmessungen des Netzhautbildes. Die Größe des letzteren ist aber bestimmt durch den Winkel, welchen die vom optischen Mittelpunkt des Auges nach den äußersten Punkten des Objektes gerichteten Sehlinien miteinander bilden. Dieser Winkel heißt **Sehwinkel** oder **Gesichtswinkel**. Von gleich großen Objekten AB bzw. A_1B_1 (Abb. 441), deren Netzhautbilder ab bzw. a_1b_1 sind, erscheint das dem Auge nähere A_1B_1 unter

größerem Sehwinkel und daher größer als AB (scheinbares Zusammenlaufen der Eisenbahnschienen, der Baumreihen einer Straße). — Verschieden große Objekte AB und CD aber, welche unter gleichem Winkel σ gesehen werden, erscheinen gleich groß, weil das Netzhautbild ab für beide gleiche Größe hat. Der Sehwinkel hängt demnach von Größe G und Entfernung a des Gegenstandes ab. Es gibt daher die trigonometrische Tangente des Sehwinkels σ ein Maß für die **scheinbare Größe** des Objektes. Denn man hat

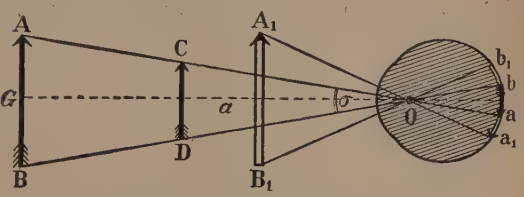


Abb 441. Sehwinkel und scheinbare Größe eines Objektes.

$\text{tang } \frac{1}{2}\sigma = \frac{\frac{1}{2}G}{a}$ oder wegen der Kleinheit von σ auch $\mathbf{\text{tang } \sigma = \frac{G}{a}}$ oder endlich auch $\sigma = \frac{G}{a}$. — Ein Objekt wird nicht mehr wahrgenommen, wenn der Sehwinkel kleiner als 30″ ist.

§ 386. **Sehen mit zwei Augen.** Neben der Größe des Sehwinkels bietet das **Sehen mit zwei Augen** ein wesentliches Mittel zur richtigen Schätzung der Entfernungen und zur Erkennung der räumlichen Gestalt der Objekte **(stereoskopisches Sehen).**

Nur wenn die von beiden Augen erhaltenen Bilder eines Objektes auf korrespondierenden Stellen der Netzhaut (in gleichem Abstande und auf derselben Seite des gelben Fleckes) liegen, wird der Gegenstand einfach gesehen. Damit dieses der Fall ist, müssen also die Augenachsen durch die Augenmuskeln entsprechend gestellt werden. Nach der für die richtige Stellung der Augenachsen notwendigen Muskelanstrengung lernen wir unbewußt die Entfernung der Objekte schätzen.

Beide Augen entwerfen nicht vollkommen gleiche Bilder eines Körpers. Vielmehr rührt das Netzhautbild im rechten Auge mehr von der einen, dasjenige im linken Auge mehr von der anderen Seite des Körpers her. Dieser Umstand dient im Verein mit der für die Entfernung des Körpers notwendigen Stellung der Augenachsen zur Wahrnehmung der räumlichen Gestalt (Plastik) des Objektes.

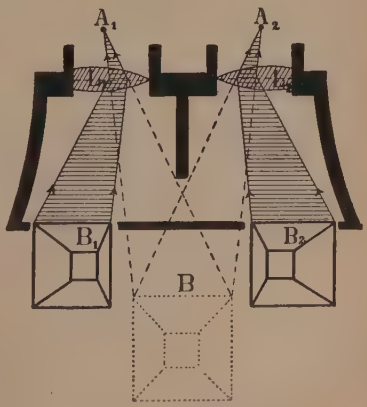


Abb. 442. Stereoskop

§ 387. **Stereoskop.** Künstlich läßt sich ein körperliches Sehen durch das **Stereoskop** [griech. stereós = fest, skopéō = betrachte] (Abb. 442) erzielen. Bei diesem sind in einem Kasten zwei konvexe Halblinsen $L_1 L_2$ in Augenabstand angebracht. Die Linsen entwerfen von zwei

Abbildungen $B_1 B_2$ eines Objektes, welche von verschiedenen Standpunkten aus aufgenommen sind, virtuelle und aufeinanderfallende Bilder B. (Die Abb. 442 zeigt den Kasten im Durchschnitt, die am Boden desselben liegenden Abbildungen B_1 und B_2 des Objektes sowie das Bild B in der Umklappung.) Die durch die Halblinsen blickenden Augen $A_1 A_2$ sehen somit die beiden, etwas verschiedenen Bilder $B_1 B_2$ des Objektes vergrößert an derselben Stelle B, wodurch dessen räumliche Anordnung (Plastik) zur Wahrnehmung kommt.

§ 388. **Projektionsapparat.** Beim **Projektionsapparat** oder **Skioptikon** [griech, skiá = Schattenbild, ópsis = das Sehen] (Abb. 443) befindet sich im Inneren eines lichtdichten Gehäuses GG eine starke Lichtquelle L. Ein Linsensystem, die Beleuchtungs- oder Kondensorlinsen B, macht die von L ausgehenden Lichtstrahlen zuerst parallel und dann konvergent und beleuchtet das zu projizierende Objekt MN stark und gleichmäßig. Von MN erzeugt das Projektionsobjektiv P (ein von Farben- und anderen Abbildungsfehlern möglichst freies Linsensystem) ein stark vergrößertes, verkehrtes und reelles Bild M′N′ auf dem

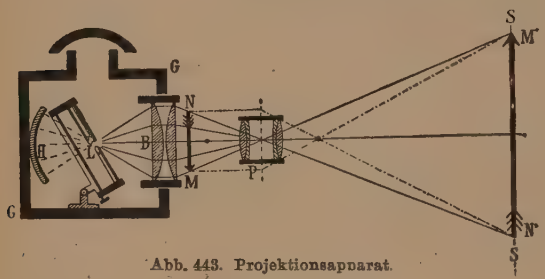


Abb. 443. Projektionsapparat.

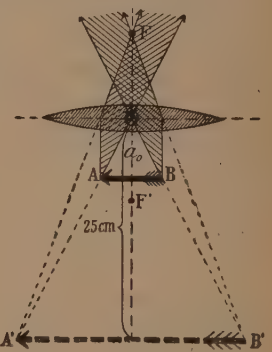


Abb. 444. Lupe.

Schirme SS. Damit das Bild für den Beschauer aufrecht erscheint, ist das Objekt MN verkehrt und etwas außerhalb des Brennpunktes des Objektivs P anzubringen. — Zur besseren Ausnützung der Lichtquelle ist bisweilen noch ein Hohlspiegel H angebracht. Dieser wirft die von seinem Krümmungsmittelpunkt L ausgehenden Lichtstrahlen nach dem Brennpunkt L der Beleuchtungslinse zurück.

§ 389. **Mikroskope.** Die aus Konvexlinsen zusammengesetzten **Mikroskope** [griech. mikrós = klein, skopéō = betrachte] dienen dazu, um von kleinen, dem Auge nahen Objekten stark vergrößerte Bilder zu entwerfen. Man unterscheidet **einfache und zusammengesetzte Mikroskope.**

a) Das **Vergrößerungsglas** oder die **Lupe** (auch **einfaches Mikroskop**) ist eine Sammellinse von kurzer Brennweite. Diese wird meist unmittelbar an das Auge gehalten und liefert von einem innerhalb ihrer Brennweite f befindlichen Objekt AB (Abb. 444) ein virtuelles, aufrechtes, vergrößertes Bild in deutlicher Sehweite (— 25 cm). Der

Abstand a_0 des Objektes von der Linse muß demnach so gewählt werden, daß $\frac{1}{f} = \frac{1}{a_0} - \frac{1}{25}$ ist.

Die Vergrößerung ist um so bedeutender, je kürzer die Brennweite der Linse ist. Um zur Erzielung kurzer Brennweiten eine zu starke, mit bedeutender sphärischer Aberration (§ 382) verbundene Wölbung der Linse zu vermeiden, verwendet man meistens ein System von zwei oder mehreren Linsen größerer Brennweite.

Man hat nach § 381g: **Vergrößerung** $= \frac{A'B'}{AB} = \frac{25}{a_0}$. Da aber aus $\frac{1}{f} = \frac{1}{a_0} - \frac{1}{25}$ der Wert von $\frac{25}{a_0} = \frac{25}{f} + 1$ ist, so ergibt sich: **Vergrößerung** $= \frac{\text{deutliche Sehweite}}{\text{Brennweite}} + 1$. Dafür setzt man gewöhnlich, da a_0 sehr nahe gleich f ist: **Vergrößerung** $= \frac{25}{a_0}$ $= \frac{25}{f} = \frac{\text{deutliche Sehweite}}{\text{Brennweite}}$.

b) Das **zusammengesetzte Mikroskop** besteht aus zwei Konvexlinsen, Objektiv und Okular genannt, welche in einem ausziehbaren Rohre, dem Tubus, angebracht sind. Das Objektiv (Abb. 445, I) eine Konvexlinse von sehr kurzer Brennweite, entwirft von dem außerhalb seiner Brennweite, aber nahe an seinem Brennpunkt F_2 gelegenen kleinen Objekt AB ein stark vergrößertes, reelles, verkehrtes Bild A′B′. Dieses Bild wird mit der als Lupe wirkenden zweiten Konvexlinse, dem Okular oder Augenglas (II), betrachtet. Das letztere erzeugt ein virtuelles, vergrößertes und hinsichtlich des Objektes verkehrtes Bild A″B″ in der Sehweite des Beschauers. (Bei Abb. 445 sowie bei den folgenden drei Abbildungen sind zur Bildkonstruktion nach § 380 benützte Strahlen, denen aber keine vom Objektiv herkommenden Lichtstrahlen mehr entsprechen, strichpunktiert gezeichnet.)

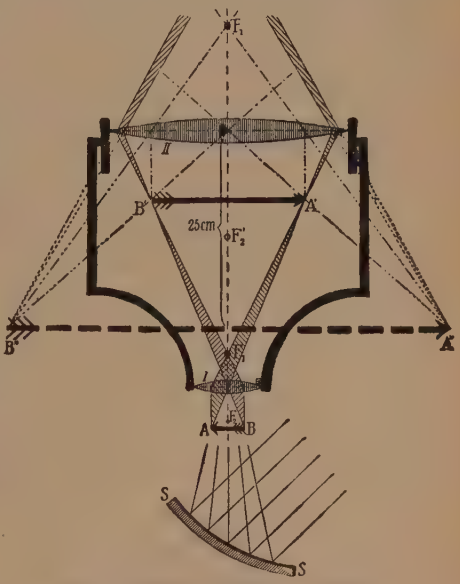


Abb. 445. Zusammengesetztes Mikroskop.

Wegen der mit einer bedeutenden Vergrößerung verbundenen Helligkeitsabnahme des Bildes wird das Objekt AB gewöhnlich durch einen besonderen Beleuchtungsapparat [Konkavspiegel SS oder Planspiegel und Sammellinse (Kondensor)] stark beleuchtet.

Die **Vergrößerung** des zusammengesetzten Mikroskops berechnet sich aus der Vergrößerung des Objektivs und derjenigen des Okulars. Die erstere ist gegeben

durch $\frac{A'B'}{AB} = \frac{b}{a}$, wenn b und a Bildweite und Gegenstandsweite für das Objektiv bedeuten. Nun kann man aber für b annähernd die Tubuslänge, für a die Brennweite f des Objektivs setzen. Also ist $\frac{A'B'}{AB} = \frac{\text{Tubuslänge}}{f}$. Die Vergrößerung des als Lupe wirkenden Okulars ist aber $\frac{A''B''}{A'B'} = \frac{25}{f'}$, wenn f' die Brennweite des Okulars ist. Da $\frac{A''B''}{AB} = \frac{A''B''}{A'B'} \cdot \frac{A'B'}{AB}$ ist, so ergibt sich schließlich: **Gesamtvergrößerung = Objektivvergrößerung × Okularvergrößerung** $= \frac{\text{Tubuslänge} \cdot 25}{f \cdot f'}$.

Gewöhnlich bestimmt man aber beim Mikroskop die Vergrößerung experimentell. (§ 391a.)

§ 390. **Fernrohre.** Die **dioptrischen,** d. h. mit Linsen versehenen **Fernrohre** dienen zur Betrachtung weit entfernter Gegenstände. (Wegen des geringen verfügbaren Raumes mußten in den Abb. 446—449 die Gegenstandsweiten unverhältnismäßig klein genommen werden.) Man unterscheidet:

a) Das **astronomische** oder **Keplersche Fernrohr** (Kepler[1]) 1611). In einem ausziehbaren Tubus ist eine Konvexlinse von großer Brennweite als Objektiv (Abb. 446, I) angebracht, welche von dem fernen

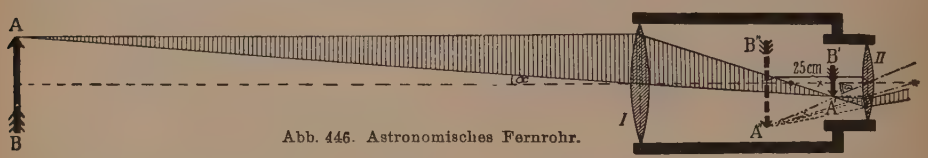


Abb. 446. Astronomisches Fernrohr.

Objekt AB ein reelles, verkehrtes, verkleinertes Bild A′B′ außerhalb der Brennweite, aber nahe am Brennpunkte des Objektivs erzeugt. Dieses Bild wird mit dem konvexen, als Lupe wirkenden Okular (II) betrachtet. Das astronomische Fernrohr liefert sonach ein hinsichtlich des Objektes verkehrtes, virtuelles, vergrößertes Bild A″B″ in deutlicher Sehweite.

Die **Vergrößerung** wird durch das Verhältnis $\frac{\beta}{\alpha}$ der Sehwinkel bestimmt, unter welchen das Bild A′B′ oder A″B″ und das Objekt AB von den optischen Mittelpunkten des Okulars und Objektivs aus erscheinen. Man hat aber nach § 385 angenähert $2\beta = A'B' : f'$ und $2\alpha = A'B' : f$, wenn f' und f die Brennweiten von Okular und Objektiv bedeuten. Daher ist

$$\text{Vergrößerung} = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{A'B'}{f'} : \frac{A'B'}{f} = \frac{f}{f'} = \frac{\text{Brennweite des Objektivs}}{\text{Brennweite des Okulars}}.$$

Bei den zu astronomischen Zwecken früher und auch neuerdings wieder verwendeten **Spiegelteleskopen (katoptrische Fernrohre)** ist an Stelle der

1) Kepler (1571—1630), Hofastronom des Kaisers Matthias und Professor in Linz, entdeckte die Gesetze der Planetenbewegung, beschäftigte sich aber auch viel mit optischen Untersuchungen (Theorie des Sehens, Eigenschaften der Linsen).

Objektivlinse des astronomischen Fernrohres ein Hohlspiegel zur Erzeugung des reellen Bildes A′B′ verwendet.

b) Das **terrestrische** oder **Erdfernrohr**[1]) enthält in einem ausziehbaren Tubus ein konvexes Objektiv (Abb. 447, I) von großer Brennweite, welches, wie vorher, ein reelles, verkehrtes, verkleinertes Bild A′B′ des fernen Objektes AB erzeugt. Eine konvexe Umkehrungslinse (II) von kurzer Brennweite entwirft sodann von diesem ersten reellen Bilde

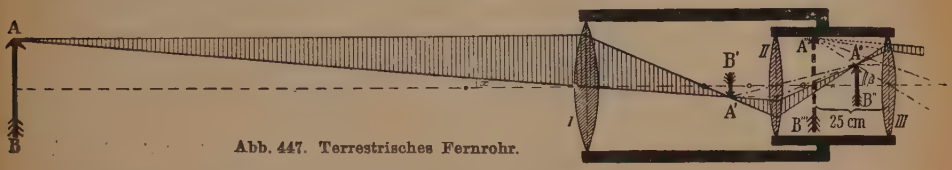


Abb. 447. Terrestrisches Fernrohr.

ein zweites schwach vergrößertes, reelles, hinsichtlich des Objektes nun aufrechtes Bild A″B″. Endlich gibt ein konvexes Okular (III), welches als Lupe wirkt, ein virtuelles, aufrechtes, vergrößertes Bild A‴B‴ in deutlicher Sehweite. Umkehrungslinse und Okular sind gewöhnlich im verschiebbaren Teile des Tubus fest miteinander verbunden und wirken wie ein zusammengesetztes Mikroskop von mäßiger Vergrößerung.

Die erzielte **Vergrößerung** ergibt sich wieder durch das Verhältnis der Sehwinkel unter welchen die Bilder A″B″ oder A‴B‴ und das Objekt AB von Okular- und Objektivmitte aus erscheinen. Man hat also Vergrößerung $= \frac{\beta}{\alpha} = \frac{A''B''}{f'} : \frac{A'B'}{f}$ oder, da A′B′ und A″B″ nahezu gleich sind, wie beim astronomischen Fernrohr:

$$\text{Vergrößerung} = \frac{f}{f'} = \frac{\text{Brennweite des Objektivs}}{\text{Brennweite des Okulars}}.$$

c) Das **holländische** oder **Galileische Fernrohr**[2]) wird meistens zu einem Doppelfernrohr für beide Augen angeordnet und als Theaterperspektiv und Feldstecher verwendet. Das konvexe Objektiv desselben (Abb. 448, I) würde, wie vorher, ein reelles, verkehrtes, verkleinertes

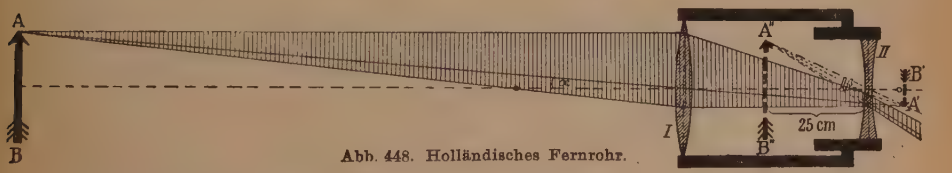


Abb. 448. Holländisches Fernrohr.

1) Die Erfindung des terrestrischen Fernrohrs wird vielfach dem Kapuziner Schyrl (Schyrläus de Rheita) 1645 zugeschrieben; es wurde jedoch ein solches schon 1615 von Scheiner (1575—1650), Rektor des Jesuitenkollegiums zu Neiße, konstruiert. Letzterer hat außer Untersuchungen über die Akkommodation auch zahlreiche wertvolle astronomische Beobachtungeu (Sonnenflecken, Umdrehungszeit der Sonne) hinterlassen.

2) Die Erfindung des holländischen Fernrohres wurde 1608 von dem holländischen Brillenmacher Lippershey, und unabhängig von ihm 1609 von Galilei gemacht. Mit diesem Fernrohr entdeckte Galilei die Jupitermonde.

Bild A′B′ des fernen Objektes AB entwerfen. Das konkave Okular (II) verhindert aber dessen Zustandekommen und liefert ein virtuelles, aufrechtes, vergrößertes Bild A″B″ des fernen Gegenstandes in deutlicher Sehweite. Die Konstruktion des durch das Okular gesehenen Bildes A″B″ ergibt sich durch Verfolgung des Verlaufs eines achsenparallelen nach A′ zielenden Strahles und eines Konstruktionsstrahles A′A″, welcher durch den optischen Mittelpunkt des Okulars nach A′ geht, dem aber kein vom Objekt herkommender Lichtstrahl mehr entspricht (vgl. § 382, Beisp. 2). — Da das Okular zwischen A′B′ und dem Objektiv liegen muß, ist dieses Fernrohr sehr kurz und daher handlich.

Die **Vergrößerung** erhält man wieder aus den Sehwinkeln α und β, unter welchen das Objekt AB und das Bild A′B′ oder das Bild A″B″ von den optischen Mittelpunkten des Objektivs und Okulars aus erscheinen. Man hat also angenähert:

$$\text{Vergrößerung } \frac{\beta}{\alpha} = \frac{A'B'}{f''} : \frac{A'B'}{f} = \frac{f}{f''} = \frac{\text{Brennweite des Objektivs}}{\text{Brennweite des Okulars}}.$$

d) Das **Prismenfernrohr (Zeiß-Fernrohr)**, zuerst (1895) von der optischen Firma Zeiß in Jena, jetzt auch von anderen hergestellt, ist ein astronomisches Fernrohr mit konvexem Objektiv und Okular. Das Objektiv (Abb. 449, I) würde

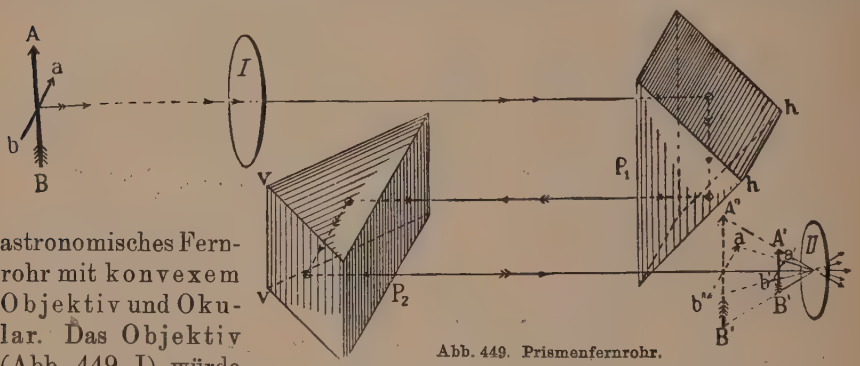


Abb. 449. Prismenfernrohr.

wie beim astronomischen Fernrohr vom Objekt ABab ein reelles, verkehrtes und verkleinertes Bild erzeugen. Die für Benützung des Fernrohres als Erdfernrohr nötige Bildumkehrung wird durch zwei totalreflektierende Prismen (§ 374) bewerkstelligt. Das Prisma P_1 mit wagrechter Schnittkante hh der beiden totalreflektierenden Kathetenflächen stürzt die Vertikalabmessungen AB des Objektes durch 2malige Spiegelung (vgl. Abb. 421, § 374). Das Prisma P_2 mit lotrechter Schnittkante vv der Kathetenflächen kehrt dagegen nur die Horizontalabmessungen ab des Objektes um. Die vier Spiegelungen (an den Punkten ⊙ Abb. 449) bewirken also eine vollständige Umkehrung der aus dem Objektiv (I) austretenden Strahlen. Man erhält somit schließlich ein reelles, aufrechtes, verkleinertes Bild A′B′a′b′. Das Okular (II) wirkt wie eine Lupe und liefert von diesem Bilde ein virtuelles, aufrechtes vergrößertes Bild A″B″a″b″ in deutlicher Sehweite.

Bemerkenswert ist, daß die Achsen von Objektiv und Okular bei dem Prismenfernrohr nicht wie bei den anderen Fernrohren zusammenfallen. Bei Verbindung zweier Prismenfernrohre zu einem Doppelfernrohr oder Feldstecher stehen somit die Objektive weiter auseinander als die Okulare. Dies erhöht aber nach den Bedingungen des körperlichen Sehens (§ 386 und 387) die Plastik des gesehenen Bildes. Außerdem erhält man wegen der Knickung und Rückwärtslenkung des Strahlenbündels kurze handliche Fernrohre, bei welchen zugleich Objektive von großer Brennweite und damit viel stärkere Vergrößerungen angewendet werden können als beim Galileischen Fernrohr.

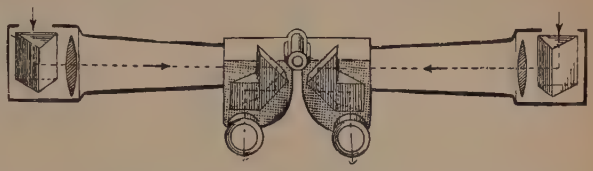


Abb. 450. Relieffernrohr (Scherenfernrohr), teilweise im Durchschnitt.

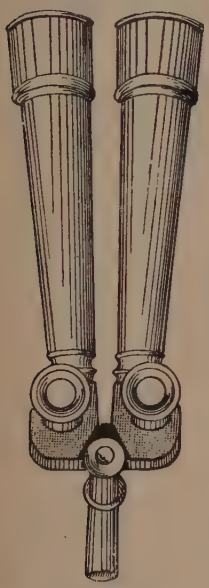


Abb. 451. Scherenfernrohr, aufgeklappt

Prismenfernrohre werden als Zielfernrohre für Gewehre und Geschütze, solche mit sehr großem Objektivabstand und daher bedeutender Plastik als sog. Relieffernrohre (auch wegen der aufklappbaren Tuben Scherenfernrohr genannt, Abb. 450 und 451) zur genauen Unterscheidung hintereinanderliegender Gegenstände, z. B. von Geschoßeinschlägen bei der Artillerie des Heeres und der Marine, ferner als Entfernungsmesser jetzt allgemein verwendet. Das aufgeklappte Scherenfernrohr (Abb. 451) dient zu Beobachtungen hinter Deckungen. Auch das Rundblickfernrohr (Periskop), das für Geschütze (Abb. 452) und für Unterseeboote benützt wird, ist mit total-reflektierenden Prismen ausgerüstet. Beim Periskop ist das Aufnahmeprisma und das Umkehrprisma drehbar, jedoch wird letzteres, um ein Umfallen des Bildes zu verhindern, nur um den halben Winkel wie das Aufnahmeprisma gedreht. Die Periskope der Unterseeboote haben wegen ihres sehr langen Tubus anstatt des Umkehrprismas ein umkehrendes Linsensystem wie die terrestrischen Fernrohre.

Abb. 452. Rundblickfernrohr (Periskop) für Geschütze.

§ 391. **Fadenkreuz.** Im astronomischen und terrestrischen Fernrohre sowie im zusammengesetzten Mikroskop kann an der Stelle, wo reelle Bilder vorhanden sind, ein **Fadenkreuz** (zwei gekreuzte Spinnwebenfäden mit dem Kreuzungspunkt in der Achse des Tubus) an-

gebracht sein. Es dient dazu, die Achse des Instrumentes nach einem bestimmten Punkte des Objektes zu richten. Das holländische Fernrohr kann wegen des Fehlens eines reellen Bildes nicht mit Fadenkreuz versehen und daher nicht zum Visieren verwendet werden. Auch die Prismenfernrohre kann man mit Fadenkreuz ausstatten und zum Visieren gebrauchen.

§ 391a. **Experimentelle Bestimmung der Vergrößerung.** Die Vergrößerung, d. h. das Verhältnis der scheinbaren Größe von Bild und Objekt ist nach dem Obigen bei allen Fernrohren annähernd gleich dem Verhältnis der Brennweiten von Objektiv und Okular. Zur experimentellen Bestimmung der Vergrößerung sieht man mit dem einen Auge durch das Instrument (Mikroskop, Fernrohr), mit dem anderen Auge am Instrument vorbei direkt nach einem Maßstabe (oder auch nach den Ziegeln eines Daches oder einer Mauer). Bei einiger Übung sieht man beide Bilder des Maßstabes nebeneinander (Abb. 453). Ist dann die Länge von m Teilstrichen des direkt gesehenen Maßstabes gleich der Länge eines einzigen, im Instrument gesehenen Teilstriches, so ist die Vergrößerung eine m-fache.

Abb. 453.

Aufgaben. 591. Unter welchem Winkel sieht man ein 1 cm langes Objekt in 1 m Entfernung? In welcher Entfernung wird das Objekt unsichtbar? [34′ 22″; 68,775 m.]

592. Eine Konvexlinse von 5 cm Brennweite dient als Lupe. In welchen Abstand vom Objekt muß man diese bringen, und wie groß erscheint ein 1 cm langes Objekt dem unmittelbar an die Linse gehaltenen Auge? [4,166 cm; 6 cm.]

593. Wie hat man die Anordnung zu treffen, um experimentell die Vergrößerung eines Mikroskopes zu bestimmen, wenn der Vergleichsmaßstab wagrecht oder lotrecht aufgestellt werden soll? [§ 391a, 389, 383, 357.]

594. Welche Länge hat ein Objekt, welches mit einem Mikroskop von 1000facher Vergrößerung eben noch gesehen wird? [0,00003636 mm.]

595. Wie muß man ein Fernrohr handhaben, wenn man nach der Betrachtung eines nahen Objektes ein entfernteres deutlich sehen will? [§ 390.]

596. Um wieviel ist bei einem astronomischen Fernrohr (Objektivbrennweite f, Okularbrennweite $f' = \frac{1}{20} f$) das Okular gegen das Objektiv zu verschieben, wenn man nach Betrachtung eines Objektes in der Entfernung $a = 1000 f$ ein anderes in der Entfernung $a' = 10000 f$ gelegenes betrachten will? [$0{,}0009 f$.]

597. Welche, durch die Brennweiten der verwendeten Linsen ausgedrückte Länge haben (angenähert) dioptrische Fernrohre bei Betrachtung unendlich entfernter Objekte? [§ 390; a) $f + f'$; b) $f + 4f'' + f'$; c) $f - f'$.]

598. Welche Vergrößerung gibt ein astronomisches Fernrohr mit der Objektivbrennweite F, wenn ihm 2 Okulare beigegeben sind, deren Brennweiten f_1 und f_2 sich wie 1 : 2 verhalten, und wenn außerdem $F = 50 f_1$ ist? [50-, 25fach.]

599. Mit einem Projektionsapparat sollen Bilder auf das 10-, 20-, 30fache der linearen Ausdehnung vergrößert werden. In welchen Abstand von Schirm und Bild ist das Objektiv zu bringen, wenn dessen Brennweite 25 cm beträgt? [2,75 m, 27,5 cm; 5,25 m, 26,25 cm; 7,75 m; 25,83 cm.]

600. [R. G. 1901.] Das Objektiv eines Fernrohres, dessen Achse nach dem Mittelpunkt des Jupiters gerichtet ist, entwirft in seiner Brennebene ein Bild, in welchem zugleich der Planet als Scheibchen und links von demselben einer seiner Monde als Lichtpunkt erscheint. Es soll durch Konstruktion und durch Rechnung nach

gewiesen werden, wo dieses Bild gesehen wird, wenn man in den Weg der konvergierenden Strahlen eine negative Linse von 4 cm Brennweite als Okular so stellt, daß sie 5 cm von dem Brennpunkt des Objektivs zu stehen kommt. In welchem Größenverhältnis stehen die Bilder? [§ 381, 390; — 20 cm; 1 : 4.]

601. [R. G. 1904.] Aus einem achromatischen Objektiv von 75 cm Brennweite, einer Bikonvexlinse von Flintglas mit dem Brechungsindex 1,6 und gleichen Krümmungsradien von je 6 cm, sowie aus einer passend gewählten Okularlinse ist ein terrestrisches Fernrohr von 20facher Vergrößerung zusammengestellt. 1. Es soll Form und Brennweite des Okulars angegeben werden. 2. Es sind die Abstände der einzelnen Linsen voneinander und die Gesamtlänge des Fernrohres zu berechnen, und zwar α) bei Betrachtung eines unendlich entfernten und β) bei Betrachtung eines 25 m entfernten Gegenstandes. 3. Es ist ein Achsenschnitt des Instrumentes im Maßstab $\frac{1}{5}$ samt Angabe des Strahlenganges zu zeichnen. [§ 390, 379, 380, 389; 3,75 cm; 85 cm, 13,26 cm, 98,26 cm; 87,32 cm, 13,26 cm, 100,58 cm.]

602. [R. G. 1907.] a) Man erläutere an der Hand einer sorgfältig auszuführenden Zeichnung den Strahlengang in einem astronomischen Fernrohr für ein sehr weit entferntes Objekt. b) Welche Folgerung ergibt sich für die Fernrohrlänge? c) Worin besteht beim Fernrohr das Wesen der Vergrößerung? Man entwickle einen auf die Brennweiten der Fernrohrlinsen bezugnehmenden Ausdruck für die lineare Vergrößerung. d) Man gebe kurz die wesentlichen Unterschiede an, welche das terrestrische Fernrohr gegenüber dem astronomischen aufweist, unter Betonung seiner Vorzüge und Nachteile gegenüber letzterem. [§ 390.]

603. [R. 1902.] Man erläutere durch Zeichnung und Text die einfachste Einrichtung eines Projektionsapparates für größere Objekte. Hierauf löse man folgende Aufgabe: Bei einem Projektionsapparat beträgt die Entfernung des Gegenstandes vom Schirm, auf welchem die Bilder aufgefangen werden sollen, 256 cm. In welche Entfernung vom Gegenstande muß die Projektionslinse, deren Brennweite 15 cm beträgt, gebracht werden, damit sie auf dem Schirm ein deutliches Bild entwirft? Wie stark ist die so erhaltene Vergrößerung? [§ 388, 379—381; 16 cm; 15fach.]

604. [R. 1903.] Das Galileische Fernrohr ist zu beschreiben und seine Wirkungsweise an der Hand einer Zeichnung zu erläutern. [§ 390.]

Übungen: a) Stelle aus Linsen die verschiedenen optischen Instrumente nach § 389 und 390 zusammen! — b) Bestimme für ein zusammengesetztes Mikroskop, ein Fernrohr und einen Feldstecher die Vergrößerung nach § 391a. — c) Stelle aus Linsen ein astronomisches Fernrohr zusammen und untersuche die Veränderungen im Aufbau des Fernrohres und in dem von ihm gelieferten Bilde, wenn als Objektiv eine Linse von anderer Brennweite gewählt wird!

E. Dispersion des Lichtes.

§ 392. **Spektrum.** Läßt man bei sonst gleicher Anordnung wie in Abb. 426, § 377 **weißes Licht** (z. B. Sonnen- oder elektrisches Licht) durch das Prisma gehen, so tritt außer der Ablenkung von der ursprünglichen Richtung noch eine Verbreiterung des Spaltbildes zu einem Farbenband ein, welches die Hauptfarben **rot, orange, gelb, grün, blau, indigo, violett** (Regenbogenfarben) aufweist (Abb. 454). Die-

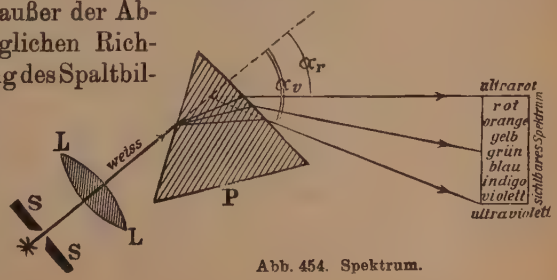


Abb. 454. Spektrum.

ses von Newton (1666) **Spektrum** (lat. = Erscheinung) genannte Farbenband lehrt: *Das weiße Licht ist aus unendlich vielen farbigen Lichtsorten zusammengesetzt, welche sich durch ihre Brechbarkeit unterscheiden.* Denn sie erscheinen verschieden stark von ihrer ursprünglichen Richtung abgelenkt, und zwar rot am wenigsten (Ablenkungswinkel α_r), violett am stärksten (Ablenkungswinkel $\alpha_v > \alpha_r$). Für irgend eine durchsichtige Substanz ist demnach der Brechungsquotient für rotes Licht am kleinsten, für violettes Licht am größten (Tabelle § 394).

Durch Zusammenfassen aller Spektralfarben mittels einer Sammellinse oder bei Betrachten eines rasch umlaufenden Kreisels, auf welchem die Spektralfarben aufgemalt sind, erhält man umgekehrt wieder weißes Licht.

§ 393. **Homogene Farbe.** Schneidet man aus einem Spektrum, welches aus weißem Licht durch ein Prisma P_1 (Abb. 455) erhalten wurde, mittels eines Spaltes S_1S_1 an beliebiger Stelle ein sehr schmales farbiges Lichtbündel, etwa b, aus, so wird dieses durch ein zweites Prisma P_2 zwar neuerdings abgelenkt, aber nicht mehr in andere Farben zerlegt. Auf dem Schirm S_2S_2 erhält man daher nur einen einfarbigen Lichtstreifen b'. „Ein farbiges Lichtbündel, welches durch ein Prisma zwar eine Ablenkung, aber keine weitere Zerlegung erfährt, nennt man eine **einfache** oder **homogene Farbe**."

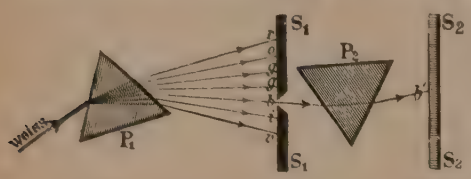


Abb. 455. Versuchsanordnung für homogenes Licht.

§ 394. **Farbenzerstreuung.** „Die Zerlegung des Lichtes in seine farbigen Bestandteile mit Hilfe des Prismas nennt man **Farbenzerstreuung** oder **Dispersion**." Ursache derselben ist die **verschiedene Geschwindigkeit der einzelnen Farben** in dem Stoff des Prismas. Jede **homogene Farbe** kann daher außer durch Wellenlänge oder Schwingungszahl (§ 353) auch durch ihren **Brechungsquotient** für einen bestimmten durchsichtigen Stoff gekennzeichnet werden. Die Brechungsverhältnisse wachsen stetig vom roten gegen das violette Ende des Spektrums (s. Tabelle).

Durch Dispersion des Sonnenlichtes in den Wassertopfen einer Nebelwand entsteht der **Regenbogen**. Ein solcher ist nur sichtbar, wenn die Sonne hinter, die Nebelwand vor dem Beschauer steht. Es kann in jedem Wassertropfen T (Abb. 456) für einen Sonnenstrahl S T eine zweimalige Brechung und Dispersion sowie eine einmalige Totalreflexion stattfinden. Gelangen dabei die Son-

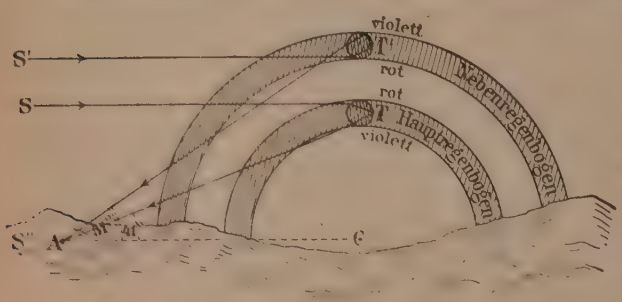


Abb 456. Regenbogen.

nenstrahlen, unter einem mittleren Winkel von 41° aus ihrer ursprünglichen Richtung abgelenkt, in das Auge A des Beobachters, so wird der zumeist allein sichtbare **Hauptregenbogen** wahrgenommen. Der Halbmesser desselben erscheint unter einem mittleren Winkel von 41° bei einer Breite von ungefähr 2°, rot außen, violett innen. — Ein zweiter lichtschwächerer **Nebenregenbogen** mit violett außen, rot innen wird gesehen, wenn die Sonnenstrahlen in einem Regentropfen T, außer einer zweimaligen Brechung und Dispersion, eine zweimalige Totalreflexion erfahren. Die nach dem Auge A des Beobachters gelangenden Strahlen bilden dann mit der Linie S″ AC (Sonne — Auge des Beschauers — Mittelpunkt der beiden Regenbogen) einen mittleren Winkel von 51°. (Diese von Descartes [§ 113] gegebene Erklärung des Regenbogens ist nur angenähert richtig; es ist zur vollständigen Erläuterung aller Farbenerscheinungen auch die auftretende Lichtbeugung [§ 404] zu berücksichtigen.)

Tabelle der Brechungsquotienten für die Fraunhoferschen Linien A bis H.

Substanz	A	B	C	D	E	F	G	H
Crownglas von Merz . .	1,5244	1,5264	1,5275	1,5339	1,5345	1,5372	1,5432	1,5484
„ „ Steinheil	1,5099	1,5118	1,5127	1,5153	1,5186	1,5214	1,5267	1,5312
Flintglas „ „	1,6018	1,6052	1,6069	1,6116	1,6177	1,6233	1,6340	—
Wasser	—	1,3309	1,3317	1,3335	1,3358	1,3378	1,3413	1,3442
Schwefelkohlenstoff . .	1,6114	1,6176	1,6209	1,6303	1,6432	1,6553	1,6797	1,7028
	rot		orange	gelb	grün	blau	indigo	violett

Die Ausdehnung eines Spektrums bei gegebener Prismensubstanz wird durch den Winkel zwischen den äußersten aus dem Prisma austretenden violetten und roten Strahlen (etwa den Fraunhoferschen Linien H und A entsprechend, s. § 400) bestimmt. Sind die zugehörigen Brechungsquotienten n_v und n_r, so sind die Ablenkungen für ein Prisma mit kleinem brechenden Winkel (§ 377) durch $\delta_v = (n_v - 1)\gamma$ und $\delta_r = (n_r - 1)\gamma$ gegeben. Die Ausdehnung des Spektrums ist somit $\delta_v - \delta_r = (n_v - n_r)\gamma$, ist also der Differenz der Brechungsquotienten der äußersten Strahlen proportional. Man nennt diese Differenz $n_v - n_r$ das **Zerstreuungsvermögen** oder die **totale Dispersion** der Prismensubstanz.

§ 395. **Ultrarote und ultraviolette Lichtstrahlen. Übersicht über die elektromagnetischen Strahlen.** Außer den **sichtbaren** und durch ihre **Farben** erkenntlichen Lichtstrahlen enthält weißes Licht noch andere Strahlen, welche sich genau so wie die sichtbaren Lichtstrahlen verhalten. Dieselben liegen teils jenseits des Rot (Abb. 454) und sind daher weniger brechbar wie dieses (**ultrarote Strahlen**), teils jenseits des Violett, sind also noch stärker brechbar wie diese Farbe (**ultraviolette Lichtstrahlen**). Die ultraroten Strahlen können durch empfindliche Thermosäulen oder durch ihre Eigenschaft, die Phosphoreszenz von Balmainscher Leuchtfarbe oder von hexagonaler Zinkblende auszulöschen, nachgewiesen werden. Die ultravioletten Strahlen lassen sich durch ihre Fähigkeit, lebhafte Fluoreszenz hervorzurufen, erkenntlich machen.

Zum Unterschied von den (sichtbaren) Lichtstrahlen bezeichnete man die ultraroten Strahlen wegen ihrer bemerkenswerten Wärmewirkung früher als Wärmestrahlen, die ultravioletten Strahlen auch als chemisch wirksame Strahlen, da sie insbesondere auf Silbersalze stärker chemisch zersetzend wirken als die sichtbaren Strahlen (§ 402). Dem Wesen nach besteht aber zwischen allen diesen Strahlen kein Unterschied, da sie alle als **elektromagnetische transversale Störungen des Lichtäthers** wie die elektrischen Wellen (§ 315, 2) aufzufassen sind. Eine Übersicht der Wellenlänge aller Arten von elektromagnetischen Strahlen gibt nachstehende Zusammenstellung:

Strahlenart	Wellenlänge
1. **Elektrische Strahlen**	beliebig groß bis zu 3 mm
a) Niederfrequenz-Wechelströme	6000 km bis zu 100 km
b) Hochfrequenzströme der drahtlosen Telegraphie	10 km „ „ 100 m
c) Teslaströme	3 km „ „ 1 km
d) Hertzsche Wellen	100 m „ „ 3 mm
2. **Unerforschtes Gebiet**	3 bis zu $60 \cdot 10^{-3}$ mm
3. **Ultrarote Strahlen** (Wärmestrahlen)	$60 \cdot 10^{-3}$ bis $760 \cdot 10^{-6}$ mm
4. **Sichtbare Strahlen**	$760 \cdot 10^{-6}$ bis zu $400 \cdot 10^{-6}$ mm
5. **Ultraviolette Strahlen** (Chemisch wirksame Strahlen)	$400 \cdot 10^{-6}$ „ „ $100 \cdot 10^{-6}$ mm
6. **Unerforschtes Gebiet**	$100 \cdot 10^{-6}$ „ „ $75 \cdot 10^{-8}$ mm
7. Weiche } **Röntgenstrahlen**	$75 \cdot 10^{-8}$ „ „ $15 \cdot 10^{-8}$ mm
Harte } **Röntgenstrahlen**	$15 \cdot 10^{-8}$ „ „ $3 \cdot 10^{-8}$ mm
8. **Durchdringendste γ-Strahlen**	$3 \cdot 10^{-8}$ „ „ $1 \cdot 10^{-8}$ mm

Während die in der Tabelle unter 1, 7 und 8 genannten Strahlen von einem durch elektrische Kräfte beeinflußten Körper ausgehen, werden die ultraroten, sichtbaren und ultravioletten Strahlen von einem erwärmten Körper und zwar derart ausgestrahlt, daß, solange der Körper noch nicht glüht, nur ultrarote Strahlen vorhanden sind. Mit steigender Temperatur treten immer mehr Strahlen kleinerer Wellenlänge hinzu, so daß bei beginnender Rotglut schon die äußersten sichtbaren roten Strahlen und bei Weißglut ultrarote, sichtbare und ultraviolette Strahlen beobachtet werden können. Man hat, einem Gedanken Kirchhoffs (§ 399) folgend, einen vollkommen schwarzen Körper durch einen elektrisch heizbaren, innen geschwärzten und bis auf eine kleine Öffnung vollkommen geschlossenen metallenen Hohlkörper hergestellt. Dieser strahlt, allmählich erhitzt, alle Strahlen von ultrarot bis ultraviolett aus. Die Gesamtstrahlung dieses schwarzen Körpers wird spektral (§ 392 oder § 404, 2) zerlegt und mit Hilfe einer hochempfindlichen Thermosäule (§ 304) gemessen. Trägt man den mit der Thermosäule gefundenen Energiewert als Ordinate über dem Spektrum ein (Abb. 457), so läßt sich die Energieverteilung im Spektrum des schwarzen Körpers bei verschiedenen Temperaturen überschauen. Man findet, daß der Höchstwert der Energie mit steigender Temperatur sich immer mehr nach der Seite der kürzeren Wellenlängen verschiebt

und daß die Wellenlänge des Energiemaximums der absoluten Temperatur (§ 164) des strahlenden schwarzen Körpers umgekehrt proportional ist (Gesetz von W. Wien 1894). Man erkennt zugleich, daß die Strahlungsenergie im sichtbaren Spektralgebiet winzig klein ist gegenüber der Energie der langwelligen Strahlenarten. Je höher man aber die Glühtemperatur des Körpers steigert, desto größer wird auch der ins sichtbare Spektralgebiet fallende Energiebetrag der Strahlung. Daher werden Lichtquellen für die Lichtausbeute um so wirtschaftlicher, je höher die Temperatur des Licht aussendenden Körpers gesteigert werden kann (vgl. Kohlenfadenlampen, Glühtemperatur 1600°—1800° C, Metallfadenlampen 2500°—3000° C, Bogenlampe 3500°—4000° C).

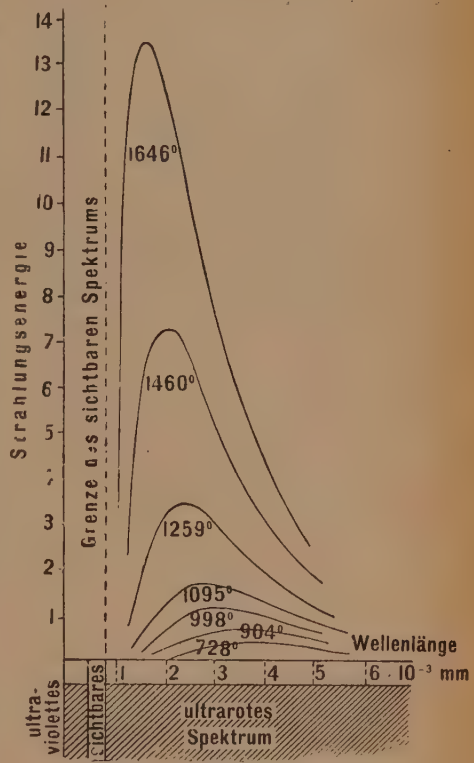


Abb. 457. Energieverteilung im Spektrum des schwarzen Körpers bei verschiedenen Temperaturen.

Bei der Untersuchung der Strahlung schwarzer Körper und insbesondere bei der theoretischen Begründung des von Stefan (1879) gefundenen Gesetzes, daß die von einem Körper ausgesandte Strahlungsenergie der 4. Potenz der absoluten Temperatur proportional ist, durch Planck (1900) hat sich eine Vorstellung als notwendig erwiesen, die man als Quantentheorie bezeichnet. Demnach kann zwar bei der Absorption von strahlender Energie ein absorbierender Körper beliebig kleine Energiemengen aufnehmen, eine Ausstahlung von Energie aber geht nur nach Vielfachen einer bestimmten kleinen Energiemenge, sog. Wirkungsquanten oder kurz Quanten, vor sich. Ein Strahlungsenergie aufnehmender Körper häuft demnach die absobierte Energie in Form von Veränderungen in seinen Atomen und Elektronen so lange an, bis die aufgenommene Energie das Wirkungsquantum erreicht hat. Dann wird der ganze Betrag von einem Quant auf einmal ausgestrahlt. Diese Vorstellung der quantenmäßigen Teilbarkeit der Energie hat sich auch bei Untersuchungen über den Wärmeinhalt der Körper und im Gebiet der kinetischen Theorie der Gase und insbesondere zur Erklärung der Gesetzmäßigkeiten der Linienspektra glühender Gase als fruchtbar erwiesen (§ 416).

§ 396. **Achromatische Prismen.** Prismen aus verschiedenen durchsichtigen Körpern liefern unter sonst gleichen Bedingungen im allgemeinen Spektra von verschiedener Ausdehnung sowohl der einzelnen Hauptfarben als des ganzen Farbenbandes. Bei geeigneter Wahl der durchsichtigen Stoffe und der brechenden Winkel lassen sich daher zwei bzw. mehrere (3 oder 5) Prismen aus Crown- und Flintglas so ausführen und zusammenstellen, daß ein weißes Lichtbündel zwar eine Ablenkung, aber keine Dispersion erfährt (**achromatische Prismen**, Abb. 458a, griech. a = nicht, chrōma = Farbe), oder daß Dispersion, aber keine Ablenkung auftritt (**Prismen mit gerader Durchsicht**, Abb. 458b und Abb. 462, § 401).

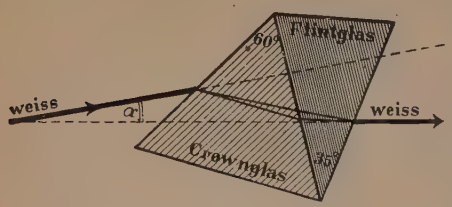


Abb. 458a. Achromatische Prismen.

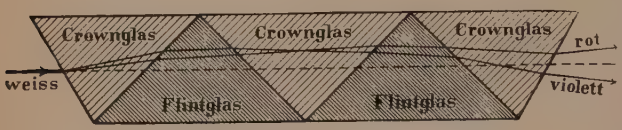


Abb. 458b. Prisma mit gerader Durchsicht.

§ 397. **Achromatische Linsen.** *In jeder Linse tritt neben der Brechung eines Lichtstrahls auch eine Dispersion ein, da jedes Stück der Linse wie ein Prisma wirkt* (Abb. 430, § 378). Bei einfallendem **weißem Licht** erhält man dann für jede Farbe einen besonderen Brennpunkt (Chromatische Abweichung der Strahlen). Dabei liegt der Brennpunkt V (Abb. 459) für violett der Linse näher als der Fokus R für rot. Linsenbilder von weißen Objekten zeigen daher rote oder violette Ränder, je nach der Stellung SS bzw. S′S′ des Auffangschirmes.

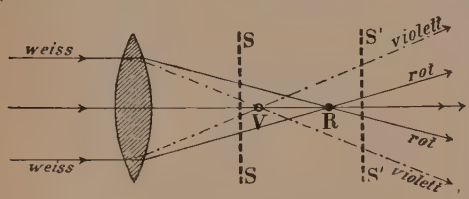


Abb 459. Chromatische Abweichung.

Zur Vermeidung der Farbenränder vereinigt man eine Zerstreuungslinse aus Flintglas F mit einer oder zwei entgegengesetzten Crownglaslinsen C zu einer einzigen Linse. Durch richtige Wahl der Glassorten und der Krümmungsradien der sphärischen Flächen kann dann die Dispersion fast vollkommen aufgehoben werden. „Linsen, deren Bilder keine Farbenränder aufweisen, heißen **achromatische Linsen**.“ Dieselben liefern dann für achsenparallel **einfallendes weißes Licht** einen einzigen Brennpunkt W (Abb. 460).

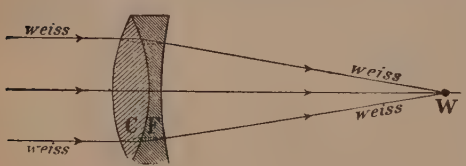


Abb. 460. Achromatische Linse

Die Objektive der Mikroskope und Fernrohre sind bei guten Instrumenten stets achromatische Linsen, um störende Farbenränder der Bilder zu vermeiden.

§ 398. **Einteilung der Spektra.** Nach der Entstehung und nach dem Aussehen unterscheidet man folgende Hauptarten von Spektren:

a) **Kontinuierliche Spektra**, welche die homogenen Farben in ununterbrochener Folge zeigen. *Kontinuierliche Spektra treten stets auf, wenn man das von einem glühenden, festen oder flüssigen Körper ausgesendete weiße Licht durch ein Prisma in seine farbigen Bestandteile zerlegt.* Elektrisches Licht, Gas-, Petroleum-, Kerzenlicht liefern also ein kontinuierliches Spektrum;

b) **Linienspektra**, welche nur aus einzelnen schmalen farbigen Linien bestehen. *Linienspektra werden stets durch prismatische Zerlegung des farbigen Lichtes eines glühenden Gases hervorgerufen.* Zahl und Gruppierung der farbigen Linien ist je nach dem Gase verschieden. Es lassen sich daher gasförmige Stoffe nach dem Aussehen ihres Spektrums unterscheiden (**Spektralanalyse**).

Bei gewöhnlicher Temperatur gasförmige Körper, wie Wasserstoff, Sauerstoff, Stickstoff, Chlor usw., bringt man behufs Untersuchung ihres Spektrums in Geißlerschen Röhren (§ 244, 1, b) zum Leuchten. Feste Körper, wie Metalle und Mineralien, und Flüssigkeiten werden dagegen in der sehr heißen, nicht leuchtenden Bunsenflamme oder im elektrischen Flammenbogen verdampft. Die Dämpfe werden dadurch gleichzeitig zum Glühen erhitzt, wobei die Flamme je nach dem Stoff verschiedene Färbung annimmt, z. B. durch Natrium gelb (nahezu homogenes Licht), durch Lithium rot, durch Kalium violett usw.;

c) **Absorptionsspektra**, welche neben Gebieten mit ununterbrochener Farbenfolge einen oder mehrere dunkle, an den Rändern meist verwaschene Streifen, sog. Absorptionsstreifen, zeigen. *Absorptionsspektra entstehen bei prismatischer Zerlegung von weißem Licht, welches durch einen durchsichtigen gefärbten Körper hindurchgegangen oder von der Oberfläche eines farbigen Körpers diffus reflektiert worden ist.* Für undurchsichtige farbige Körper erhält man das zugehörige Absorptionsspektrum am einfachsten, wenn man auf der Oberfläche des Körpers ein kontinuierliches Spektrum entwirft. Die an Stelle der dunklen Absorptionsstreifen im vollständigen Spektrum vorhandenen homogenen Farben sind im Inneren oder an der Oberfläche des farbigen Körpers verschluckt, absorbiert worden.

§ 399. **Absorption des Lichtes.** Ein durchsichtiger farbiger oder an der Oberfläche gefärbter Körper hat auf Grund seines spektralen Verhaltens die Eigenschaft, einen Teil der im weißen Licht enthaltenen homogenen Farben zu **absorbieren**, den Rest aber hindurchzulassen oder von seiner Oberfläche diffus zu reflektieren. Man

kann somit sagen: *Die einem Körper zukommende Farbe ist eine Mischfarbe aus allen denjenigen homogenen Farben, welche von ihm nicht absorbiert werden.* — „Ein Körper heißt **weiß**, wenn er die im weißen Licht enthaltenen Farbenstrahlen sämtlich diffus reflektiert, dagegen **schwarz**, wenn er alle Farben ohne Ausnahme absorbiert.“ Wenn man ferner den aus weißem Licht durch ein Prisma erhaltenen Farbenfächer wieder durch eine Linse zu weiß vereinigt, kann man durch Einschieben eines Prismas von sehr kleinem brechenden Winkel hinter der Linse zwei gefärbte Lichtflecke erhalten, deren Farben sich auf Grund ihrer Erzeugung zu weiß ergänzen. Auch rasch rotierende Scheiben (Farbenkreisel), welche mit zwei bestimmten Farben (z. B. rot und grünblau, orangegelb und cyanblau, gelb und indigo, gelbgrün und violett) bemalt sind, können dem Auge weiß erscheinen. „Man nennt zwei Farben dann **Komplementärfarben**, wenn sie vereinigt dem Auge als **weiß** erscheinen.“ Die bei Mischung von Malerfarben entstehenden Farben sind durch Lichtabsorption der Farbenkomponenten bedingt.

Läßt man spektral zerlegtes weißes Licht durch eine dicke Schicht glühenden Dampfes, z. B. von Natrium, hindurchgehen, so erscheint im Spektrum an Stelle des gelben Natriumlichtes ein dunkler Absorptionsstreifen. *Glühende Gase absorbieren in genügend dicker Schicht gerade diejenigen Farben aus weißem Licht, welche sie im Glühzustande selbst auszusenden vermögen* (Gesetz von Kirchhoff, 1860).

§ 400. **Sonnenspektrum.** Das **Spektrum des Sonnenlichtes** ist von einer großen Zahl von feinen Absorptionslinien (Fraunhofersche Linien) **durchzogen, deren hauptsächlichste Fraunhofer**[1]) zu ihrer Unterscheidung mit den Buchstaben des Alphabetes bezeichnet hat (Tabelle § 394). Die Untersuchungen von Bunsen und Kirchhoff ergaben: *Das Sonnenspektrum ist ein Absorptionsspektrum. Die darin vorhandenen dunklen Fraunhoferschen Linien entstehen durch Absorption, welche das weiße Licht des glühenden Sonnenkerns in der aus glühenden Gasen bestehenden Sonnenatmosphäre* (Photo- oder Chromosphäre) *erfährt.* — Auf Grund des Kirchhoffschen Gesetzes können durch Vergleichung der Fraunhoferschen Linien mit den Linienspektren der verschiedenen Stoffe die Bestandteile der Photosphäre ermittelt werden.

§ 401. **Spektralapparat.** Zur bequemen Untersuchung irgend einer Lichtquelle auf ihre spektrale Zusammensetzung, also zur Spektralanalyse, bedient man sich gewöhnlich des **Spektralapparates** oder **Spektroskops** (Abb. 461). Der Apparat enthält ein Prisma P, ein Kollima-

1) Fraunhofer (1787—1826) kam als Glasschleifer in das optische Institut von Reichenbach und Utzschneider in Benediktbeuren und München und wurde später Leiter desselben sowie Mitglied der bayerischen Akademie der Wissenschaften. Außer mit der Untersuchung des Sonnenspektrums beschäftigte sich Fraunhofer eingehend mit den Beugungserscheinungen und der Verbesserung der optischen Instrumente.

tor- oder Spaltrohr K, ein Beobachtungsfernrohr F und gewöhnlich noch ein Skalenrohr R. Eine im Spaltrohr angebrachte Sammellinse L_1 (§ 378) wirft das vom beleuchteten Spalt S kommende Licht als paralleles Lichtbündel auf das Prisma, wo es abgelenkt, in seine Bestandteile zerlegt und dann im Beobachtungsfernrohr F als Spektrum gesehen wird. Das Skalenrohr R enthält einen kleinen, durchsichtigen und beleuchteten Maßstab M. Dieser kommt infolge der Wirkung der Linse L_2 und der dem Fernrohr zugekehrten spiegelnden Prismenfläche zugleich mit dem Spektrum zur Wahrnehmung und gestattet die Besonderheiten des gesehenen Spektrums nach Lage und Ausdehnung zu bestimmen.

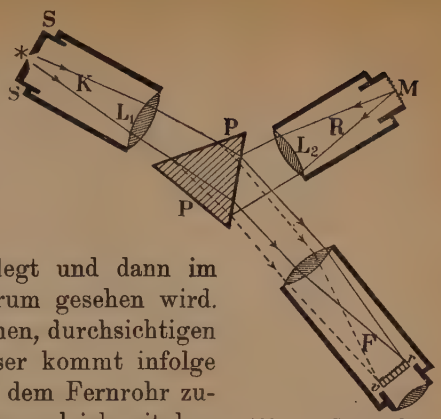


Abb. 461. Spektroskop.

Die **Handspektroskope** (Abb. 462) dienen zur bequemen und raschen Übersicht über ein Spektrum. Sie enthalten in einem geraden ausziehbaren Rohr einen Spalt S, eine Linse L, welche die vom Spalt kommenden Strahlen parallel macht, und ein geradsichtiges, aus Crown- und Flintglas (C und F) zusammengesetztes Prisma. Die aus dem Prisma austretenden Farbenstrahlen gelangen durch das Sehloch O unmittelbar in das Auge des Beobachters.

Abb. 462. Handspektroskop.

Aufgaben. 605. Warum zeigt ein breites Bündel weißen Lichtes nach dem Durchgang durch ein Prisma kein vollständiges Spektrum, sondern nur farbige Ränder? Welche Farbe haben die Ränder? [§ 392.]

606. Wie sehen weiße, schwarze und farbige Körper aus, wenn sie im verfinsterten Zimmer mit Natriumlicht beleuchtet werden? [§ 393, 398, 399.]

607. Warum ist ein schwarzer Körper eigentlich unsichtbar, und wie kommt es, daß man ihn bei Beleuchtung doch sieht? [§ 399.]

608. Wie erklärt sich die weiße Farbe stark schäumenden Wassers und die nahezu weiße Farbe des Schaumes gefärbter Flüssigkeiten? [§ 373, 399.]

609. Wie sieht ein Spektrum aus, welches man durch ein rotes, grünes oder blaues Glas oder zugleich durch zwei dieser Gläser betrachtet? [§ 398, 399.]

610. Wie sieht ein farbiger Körper aus, wenn er durch ein violettes Glas betrachtet wird, welches rot und blau durchläßt, wie, wenn auf das violette Glas noch ein rein rotes Glas gelegt wird? [§ 398, 399.]

611. Auf einem Schirm sind acht schmale Papierstreifen einander parallel aufgeklebt, von welchem der erste weiß, der zweite schwarz, die übrigen sechs farbig in den Grundfarben des Spektrums sind. Wie sehen die einzelnen Papierstreifen aus, wenn man ein Spektrum auf dem Schirm entwirft? [§ 398, 399.]

612. Welches Spektralbild muß man in einem Spektroskop wahrnehmen, dessen Spaltrohr nach einem an der Oberfläche violett (Mischfarbe von rot, blau und violett) gefärbten Körper gerichtet ist? [§ 398, 399, 401.]

613. Die Fixsterne haben eine ähnliche Beschaffenheit wie die Sonne, die Nebelflecken und Kometenschweife sind der Hauptsache nach glühende Gase. Welche Spektra gibt das Licht dieser Himmelskörper? [§ 398—400.]

614. Warum entsteht durch Mischen der Malerfarben chromgelb und preußischblau grün, durch Mischen von karminrot und preußischblau violett? [§ 398, 399.]

615. Auf ein gleichseitiges Schwefelkohlenstoffprisma fällt ein schmales Bündel Sonnenlicht so auf, daß für die grünen Strahlen (Linie E) das Minimum der Ablenkung stattfindet. Welchen Winkel schließen die den Linien A und H entsprechenden Strahlen nach dem Austritt miteinander ein? [9°35′11,7″.]

Übungen. a) Ermittelung der Brennpunktslage der blauen und roten Strahlen bei einer Linse! — b) Experimentelle Ausführungen der Aufgaben 605, 606, 609, 610! — c) Lösung der Aufgabe 615 unter Benützung eines beliebigen Prismas durch Festlegung des Strahlenganges mittels Stecknadeln!

F. Chemische Wirkungen des Lichtes.

§ 402. **Chemische Wirkungen des Lichtes.** Außer anderen Stoffen erleiden hauptsächlich die Silbersalze, insbesondere Jod-, Brom- und Chlorsilber, durch Belichtung eine chemische Zersetzung und schwärzen sich durch ausgeschiedenes, fein verteiltes Silber. Blaues, violettes und ultraviolettes Licht (§ 395) wirkt am stärksten, Grün, Gelb, Orange mit abnehmender Stärke, Rot nur äußerst schwach und bei langdauernder Einwirkung.

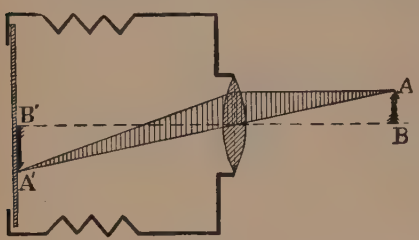


Abb. 463. Photographischer Apparat.

§ 403. **Photographie.** Vorgenannte Wirkung des Lichtes wird in der **Photographie**[1]) [griech. phōtós = Licht, gráphō = schreibe] benützt. Die photographischen Platten und Papiere sind mit einer dünnen lichtempfindlichen, Chlor- oder Bromsilber enthaltenden Gelatine- oder Kollodiumschicht überzogen. Der **photographische Apparat** besteht aus einer ausziehbaren Camera obscura, welche an Stelle der Öffnung ein konvexes Objektiv enthält (Abb. 463). Auf einer mattgeschliffenen Glasscheibe (Mattscheibe) stellt man zunächst das reelle, verkehrte Bild A′B′ des Objektes AB durch Ausziehen der Camera scharf ein. Sodann wird die in einer lichtdichten Kassette befindliche photographische Platte an die Stelle der Mattscheibe gesetzt und nach Öffnen der Kassette kurze Zeit belichtet (exponiert). Der kurze Lichteindruck hat die Zersetzung des Silbersalzes in der Platte nur eingeleitet. Es muß daher die Ausscheidung des Silbers im Dunkelzimmer bei rotem Licht durch geeignete reduzierende Flüssigkeiten (Entwickler) verstärkt und so das

1) Als Erfinder der Photographie ist Daguerre (1789—1851), Dekorationsmaler in Paris, zu nennen, der 1835 zu einer endgültigen Gestaltung seines Verfahrens kam. Die Herstellung von Photographien auf Papier beschrieb 1839 zuerst Talbot, ein reicher Privatmann in London.

Bild hervorgerufen oder entwickelt werden. Die Ausscheidung von Silber, also die Schwärzung der Platte, erfolgt an denjenigen Stellen am meisten, an welchen der stärkste Lichteindruck gewirkt hat. Es entsteht somit ein Bild, das Negativ (Abb. 464), auf welchem Licht und Schatten umgekehrt wie im Original vorhanden sind. Die durch den Entwicklungsprozeß nicht zersetzten Silbersalze müssen durch Baden des entwickelten Negativs in einer Lösung von unterschwefligsaurem Natron (Fixiernatron) herausgewaschen und so das Negativ lichtbeständig gemacht werden (Fixieren des Negativs). Das erhaltene Bild wird auf lichtempfindliches Papier übertragen, indem man das mit dem Negativ bedeckte Papier kurze Zeit dem Tages- oder Lampenlicht aussetzt und dann, wie vorher das Negativ, entwickelt und fixiert.

Abb. 464. Negativ und Positiv.

Da die schwarzen Stellen des Negativs wenig, die hellen viel Licht auf das Papier gelangen ließen, entsteht ein Bild (Positiv, Abb. 464) auf dem Papier, in welchem Licht und Schatten in gleicher Anordnung wie im Original verteilt sind.

Aufgaben. 616. Mittels einer photographischen Camera mit 15 cm Objektivbrennweite soll ein Bild von 90 cm Höhe und 120 cm Breite auf eine Größe 9×12 cm abphotographiert werden. In welcher Entfernung vom Objektiv muß das Objekt und die photographische Platte angebracht werden? [165 cm; 16,5 cm.]

617. Welchen Unterschied im Bilde liefert bei photographischen Aufnahmen die Verwendung von Objektiven mit großer oder kleiner Brennweite? [§ 403, 381.]

618. Welcher Auszug (Länge) muß einer photographischen Camera gegeben werden, wenn man verkleinerte Bilder von weit entfernten bzw. nahen Objekten erhalten, oder wenn man einen Gegenstand in gleicher Größe oder vergrößert abbilden will? [§ 403, 381.]

619. Wie werden die Bilder von Gebäuden, welche ein mit der Achse der Camera nicht wagrecht gestellter Apparat liefert? [§ 403, 381.]

620. Unter welchen Bedingungen wird ein Photographenapparat von Objekten verschiedener Entfernung ohne Veränderung des Balgauszuges gute Bilder geben? [§ 403, 381.]

G. Interferenz und Beugung des Lichtes.

§ 404. **Interferenz und Beugung des Lichtes.** Sehr dünnwandige Seifenblasen, dünne Ölschichten auf Wasser, feine mit Luft erfüllte Sprünge in Glas oder Kristallen zeigen bei weißer Beleuchtung oft glänzende einheitliche oder verschiedenartige Farben, welche mit der Einfallsrichtung des Lichtes sich ändern. Da diese Farben nur an äußerst dünnen Schichten durchsichtiger Körper beobachtet werden, pflegt man sie als **Farben dünner Blättchen** zu bezeichnen.

1. Ein einfallendes Lichtbündel AB (Abb. 465) erfährt nämlich an den beiden Begrenzungsflächen des Blättchens, welche der Einfachheit halber parallel angenommen werden sollen, eine wiederholte, aus der Figur ersichtliche Teilung. In derselben Richtung wie das direkt in B reflektierte

Lichtbündel I verlaufen noch Strahlen II, III ... die eine oder mehrere Reflexionen und Brechungen erfahren haben. Ähnliches gilt für die durch das Blättchen hindurchgegangenen Strahlen 1, 2, 3 ... Wegen der Verschiedenheit der zurückgelegten Wege werden die Strahlen I, II, III ... bzw. 1, 2, 3 ... im allgemeinen nicht mit gleichem Schwingungszustand (Phase) in einer beliebig, aber nach § 327 senkrecht zur Strahlenrichtung gelegten gemeinsamen Wellenebene W W bzw. W′ W′ ankommen. Es tritt also **Interferenz** dieser Strahlen und daher bei auffallendem weißen Licht Auslöschung bestimmter Farben ein, bei einfarbiger Beleuchtung je nach der Strahlenrichtung Verstärkung der ganzen Lichterscheinung, also größere Helligkeit, oder Auslöschung, also Dunkelheit. Eine Rolle spielt bei den stattfindenden Phasenverschiebungen auch die Verschiedenheit der Reflexion und Brechung an der Grenze gegen das dichtere bzw. dünnere Medium. Bei weißer Beleuchtung und irgend einer Einfallsrichtung gibt ferner stets die Mischfarbe aller reflektierten und die Mischfarbe aller durchgelassenen Lichtanteile zusammen weiß, beide Farbenerscheinungen sind also komplementär (§ 399).

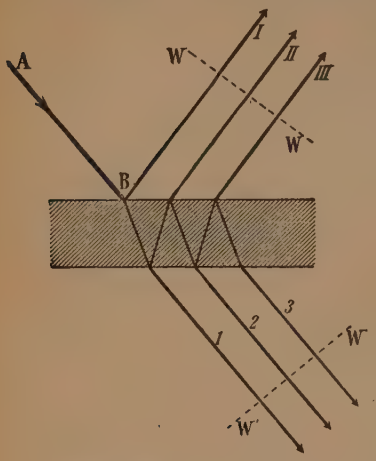


Abb. 465. Farben dünner Blättchen.

Ist die Dicke des Blättchens nicht überall gleich groß, so ändert sich die Farbenerscheinung nicht bloß mit der Einfallsrichtung der Strahlen, sondern auch mit der Dicke des Blättchens, wie z. B. bei Seifenblasen und beim Newtonschen Farbenglas (1675; ebene Glasplatte mit daraufgelegter plankonvexer Linse von sehr großem Krümmungsradius). Ein solches Blättchen von wechselnder Dicke zeigt bei weißer Beleuchtung farbige, bei einfarbiger Beleuchtung abwechselnd helle und dunkle Streifung. — Interferenz des Lichtes beobachtete auch Fresnel (1816) in dem gemeinsamen Teile der beiden reflektierten Lichtbündel, welche von einer punktförmigen Lichtquelle durch 2 unter nahezu 180° gegeneinander geneigte Spiegel geliefert werden.

2. Außer vorgenannten Erscheinungen liefern die **Beugungserscheinungen** den hervorragendsten Beweis für die Wellennatur des Lichtes. Geht nämlich Licht durch eine sehr enge Öffnung von beliebiger Gestalt oder durch einen sehr schmalen Spalt hindurch, so pflanzt es sich nicht nur in der ursprünglichen Richtung, sondern auch nach der Seite hin fort. „Die seitlich von der ursprünglichen Richtung auftretende Lichtbewegung heißt man **Beugung** oder **Diffraktion** des Lichtes.“ Auch im Schatten eines dünnen Stabes oder einer scharfen Kante eines undurchsichtigen Körpers beobachtet man bei Beleuchtung mit weißem Licht

durch Beugung hervorgerufene farbige Interferenzstreifen, welche zuerst von Grimaldi (1665), dann von Young (1802) und insbesondere von Fresnel (1816—1826) genauer untersucht wurden.

Das gebeugte Licht gibt ebenfalls zu Interferenzerscheinungen Veranlassung, welche wie die Farben dünner Blättchen nur dadurch einwurfsfrei erklärt werden können, daß man das Licht als eine Wellenbewegung ansieht. Bei Beleuchtung eines engen Spaltes SS (in Abb. 466 ist der Spalt der Deutlichkeit halber viel zu groß gezeichnet) mit parallelem einfarbigen, z. B. roten, Licht erhält man außer dem etwas verbreiterten direkten Spaltbild beiderseits noch eine größere Zahl von Spaltbildern, welche durch dunkle Interferenzstreifen getrennt sind. Bei Anwendung weißen Lichtes ist nur das mittlere Spaltbild weiß, die seitlichen sind farbig gesäumt. Die Erklärung hierfür ist folgende: Nach dem Huyghensschen Prinzip (§ 327) befinden sich die auf den Spalt von der Breite $ab = s$ treffenden einfarbigen und parallelen Strahlen in der Ebene des Spaltes und auch in der Richtung cc_0 sämtlich im gleichen Schwingungszustand. Außerdem senden alle Punkte des Spaltes Elementarwellen aus, welche zu einem in der Richtung cc' gebeugten Lichtbündel Veranlassung geben. Die Strahlen dieses Bündels kommen aber in c' mit verschiedener Phase an. Denn teilt man dieses durch cc' in zwei Hälften, so hat der Randstrahl bc' vom Spalt bis zu dem weit entfernten Schirm MN einen um die Strecke bd längeren Weg zurückzulegen als der Randstrahl ac'. Ist dieser Gangunterschied $bd = \lambda$ = 1 Wellenlänge, so haben alle Strahlen des Bündels $cc'b$ einen um $\frac{1}{2}\lambda$ längeren Weg zu machen als die entsprechenden des Bündels $ac'c$. Die beiden Lichtbündel kommen demnach mit gerade entgegengesetzten Schwingungsbewegungen am Schirme MN an und heben sich daher in ihrer Wirkung auf (§ 328). Es wird also hier die Lichtbewegung ausgelöscht, und es entsteht ein dunkler Interferenzstreifen, dessen Lage durch den Beugungswinkel α bestimmt ist gemäß der Beziehung $\lambda = \overline{bd} = \overline{ab} \cdot \sin\alpha = s \cdot \sin\alpha$. Ähnliche Gleichungen lassen sich für die folgenden dunklen Streifen aufstellen. Die Messung der Spaltbreite s und des Beugungswinkels α liefert also die **Wellenlänge** der angewendeten Lichtsorte.

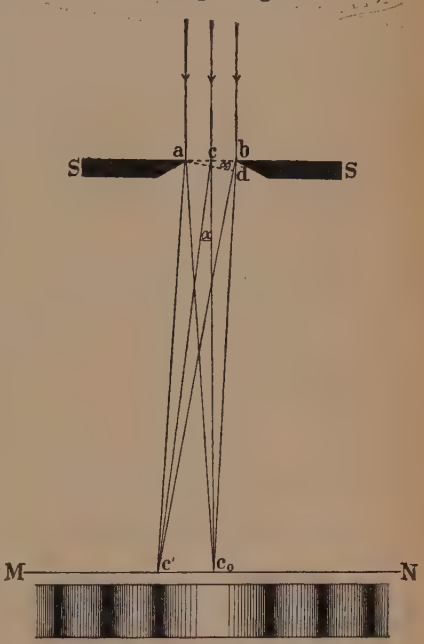


Abb. 466. Beugung durch einen Spalt.

Die schönsten und lichtstärksten Beugungserscheinungen ergeben sich bei Anwendung einer großen Anzahl genau gleicher feiner Öffnungen in regelmäßiger Anordnung, eines sog. **Beugungsgitters** (Fraunhofer 1821, Schwerd 1835). So sieht man z. B., wenn man durch den Bart einer sehr zarten Feder nach einer Kerzenflamme schaut, zu beiden Seiten der Flamme eine Reihe glänzender Spektren. Die Lichtstreifen, welche bei fast geschlossenem Auge von einer Kerzenflamme ausstrahlen, oder das Farbenspiel der Flügel vieler Insekten und der Perlmuschel sind durch Beugung und Interferenz des Lichtes entstanden. Auch die farbigen Ringe, die man beim Hindurchblicken durch eine bereifte oder behauchte Fensterscheibe um eine Lichtquelle wahrnimmt, sowie die kleinen farbigen Höfe um Sonne und Mond sind Gittererscheinungen.

Unter Benützung von Beugungsgittern (Abb. 467), welche aus einer großen Anzahl sehr feiner paralleler Spalte bestehen, kann man die Wellenlängen der verschiedenen homogenen Farben mit großer Genauigkeit ermitteln. Es verstärken sich nämlich stets die Lichtwirkungen der abgebeugten Lichtbündel dann, wenn der Gangunterschied aufeinanderfolgender Strahlenbündel eine ganze oder ein ganzes Vielfaches der Wellenlänge beträgt. Ist also s die sog. Gitterkonstante, d. h. der stets gleiche Abstand aufeinanderfolgender Spalte, α der Beugungswinkel, so gilt für das erste helle Beugungsbild $\lambda = s \cdot \sin\alpha$, für das zweite $2\lambda = s \cdot \sin\alpha$ usw. Nach genauer Messung von s und α kann also die Wellenlänge λ berechnet werden. Anstatt der früher auf Glasplatten mit Diamant eingerissenen Gitter benutzt man jetzt für genaue Messungen die von Prof. Rowland (Amerika) seit 1883 auf Spiegelmetall hergestellten Reflexionsgitter, deren feinste 750 Striche auf 1 mm aufweisen. — Bei einfallendem weißen, durch einen Spalt gegangenen parallelen Licht erhält man ein weißes mittleres Spaltbild und beiderseits in gleichen Abständen von der Mitte Beugungsspektren, in welchen die einzelnen Farben proportional der Wellenlänge verteilt sind (Normalspektrum). Im prismatischen Spektrum sind dagegen meist die blauen und violetten Farben stärker auseinandergezogen wie die roten und gelben (§ 394). — Eine Übersicht der Wellenlängen aller Strahlungsarten, welche als transversale elektromagnetische periodische Störungen im Lichtäther erkannt worden sind, wurde bereits in § 395, für sichtbares Licht in § 353 gegeben.

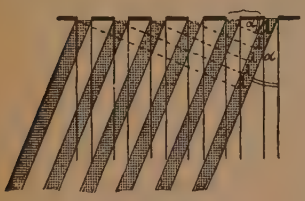


Abb. 467. Beugungsgitter.

3. Für die Feststellung des Wesens der Röntgenstrahlen sind auch die feinsten, für sichtbares Licht benützten Gitter zu grob und liefern keine Beugungserscheinungen. Wegen Fehlens der Brechung beim Durchgang durch Stoffe vermutete man aber, daß die Röntgenstrahlen Licht von überaus kleiner Wellenlänge sein müßten. Im Jahre 1912 kam nun

v. Laue auf den Gedanken, die regelmäßige Molekülanordnung in Kristallen (Abb. 467 a) als Beugungsgitter zu verwenden. Im Verein mit Friedrich und Knipping ausgeführte Versuche, deren Anordnung aus Abb. 476 b (R, R Röntgenröhre, $B_1 B_2 B_3$ Bleiblenden, K Kristall, P pho-

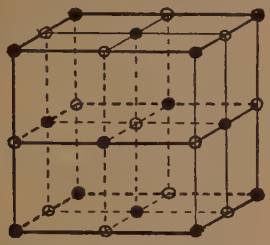


Abb. 467 a. Aufbau des Steinsalzes.
● Natriumatome. ○ Chloratome.

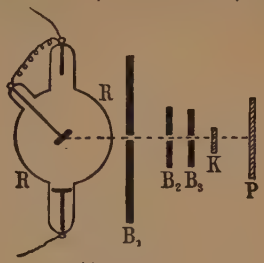


Abb. 467 b.
Versuch von v. Laue

tographische Platte) ersichtlich ist, ergaben je nach dem Kristall und der Art seiner Durchstrahlung Beugungsbilder (Abb. 467 c, Zinkblendekristall $\perp$ zur Würfelfläche durchstrahlt), die ähnlich denjenigen sind, wie man sie für sichtbares Licht durch gekreuzte Gitter erhält. Aus den gewonnenen Beugungsbildern konnte v. Laue die Wellenlänge der Röntgenstrahlen zu $1{,}27—4{,}8 \cdot 10^{-8}$ mm berechnen. — Ein jetzt viel verwendetes Verfahren ist u. a. von Bragg (London) angegeben. Es wird dabei die Reflexion eines durch Bleispalte abgegrenzten parallelen Röntgenstrahlenbündels an den in molekularen Abständen liegenden Molekülschichten (sog. Netzebenen) eines Kristalls verwertet. Ein an der natürlichen Begrenzungsfläche des Kristalls reflektierter Röntgenstrahl 1, 1′ (Abb. 467 d) eines durch einen Spalt ausgeblendeten Parallelstrahlbündels kommt zur Interferenz mit einem zweiten Strahl (2, 2′), der an der unteren Grenze der ersten Molekülschicht von der Dicke d reflektiert ist usw.

Abb. 467 c.
Beugungsbild bei Zinkblende.

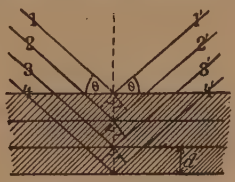


Abb. 467 d. Reflexion an den
Netzebenen eines Kristalles.

Der Gangunterschied aufeinanderfolgender Strahlen beträgt stets $2d \cdot \sin\theta$. Für einen Röntgenstrahl von der Wellenlänge λ wird dann bei einem bestimmten Winkel θ des Strahls mit der Kristallfläche (dem sog. Glanzwinkel) der Gangunterschied ein ganzzahliges Vielfaches von λ, also $2d \cdot \sin\theta = n \cdot \lambda$ sein und im reflektierten Strahlenbündel ein Interferenzmaximum auftreten. Auf einer photographischen Platte erhält man daher eine scharfe Interferenzlinie, welche einem Röntgenstrahl von der dem Glanzwinkel θ zugehörigen Wellenlänge λ entspricht. Wird der Kristall

während der Bestrahlung langsam hin- und hergedreht, so kommen alle verschiedenen im Strahlenbündel enthaltenen Wellenlängen, jede für einen bestimmten Glanzwinkel, zur Interferenz. Man erhält so ein aus einzelnen Linien bestehendes Röntgenspektrum, das je nach dem Material der Antikathode (§ 314,3) der verwendeten Röntgenröhre Linien mit anderer Wellenlänge aufweist und den durch Aufprall der Kathodenstrahlen hervorgerufenen Eigenschwingungen des Antikathodenmaterials (§ 314, 4) entspricht (Barkla 1905, Moseley 1913). Die § 314,4 noch erwähnte Bremsstrahlung liefert zugleich ein kontinuierliches Spektrum mit kleineren Wellenlängen (Abb. 467 e). Die Untersuchung der Röntgenlinienspektra für die verschiedenen Grundstoffe vorwiegend durch Moseley (1913) und Siegbahn (1916) hat ergeben, daß die Spektra der Grundstoffe aus einer oder mehreren Liniengruppen bestehen. Die erste kurzwelligere, als K-Serie bezeichnete Reihe wird im allgemeinen nur bei den leichteren Metallen, die andere langwelligere L-Serie bei den schwereren Metallen beobachtet. Bei Stoffen mit hohem und höchstem Atomgewicht treten noch 2 weitere, langwelligere Liniengruppen, die M- und N-Serien auf. Die Wellenlängen der Röntgenlinienspektra nehmen mit wachsendem Atomgewicht der Elemente mehr und mehr ab und bedürfen immer härterer, kurzwelligerer Bremsstrahlung zu ihrer Anregung. Die Röntgenspektra haben zu wichtigen Aufschlüssen über Strahlungsvorgänge und den Atombau geführt (§ 415, 416).

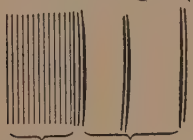


Abb. 467 e. Röntgenspektrum.

Zu der oben angeführten Bestimmung der Wellenlänge λ eines Röntgenstrahles ist noch der Abstand d der Molekülschichten (sog. Netzebenen) des verwendeten Kristalls erforderlich. Man benutzt gewöhnlich Steinsalz, da es in guten klaren Stücken erhältlich ist. Denkt man sich nun einen Steinsalzwürfel von 1 cm³ Volumen in Elementarwürfel von der Kante d geteilt, so ist die Masse eines solchen Würfels $d^3 \cdot 2{,}164$, wenn 2,164 das spez. Gewicht des Steinsalzes ist. Das Molekulargewicht des Steinsalzes ist gleich der Summe der Atomgewichte der Bestandteile Na (23,00) und Cl (35,46), also 58,46. Man hat somit 58,46 g als Masse des Grammoleküls Steinsalz, sodaß 1 Molekül Na Cl unter Benutzung der Avogadroschen Zahl $6{,}062 \cdot 10^{23}$ (§ 14) die Masse $\frac{58{,}46}{6{,}062 \cdot 10^{23}}$ g enthält. Würde man nun die Elementarwürfel von der Kante d nicht wie in Abb. 467a sondern so anordnen, daß in der Mitte eines jeden solchen Elementarwürfels ein Na- bzw. ein Cl-Atom liegt, so wären 2 Würfel für ein Na Cl-Molekül erforderlich. Daher muß man $\frac{58{,}46}{6{,}062 \cdot 10^{23}} = 2\, d^3 \cdot 2{,}164$ nehmen, woraus der Abstand der Netzebenen zu $d = 2{,}814 \cdot 10^{-8}$ cm sich ergibt.

H. Polarisation und Doppelbrechung des Lichtes.

§ 405. **Natürliches und polarisiertes Licht.** Nach den Untersuchungen von Fresnel und auch nach den jetzt als richtig erkannten Vorstellungen der elektromagnetischen Lichttheorie besteht das Licht in einer **transver-**

salen **Wellenbewegung im Lichtäther** (§ 406). Die Ätherteilchen eines Lichtstrahles schwingen also senkrecht zur Richtung des Strahles äußerst rasch um ihre Gleichgewichtslagen hin und her (§ 353). Dabei erfolgen bei einem **natürlichen Lichtstrahl**, welcher rings um den Strahl die gleiche Beschaffenheit zeigt, die Schwingungen eines jeden Ätherteilchens geradlinig und senkrecht zum Strahl äußerst rasch nacheinander in allen möglichen Ebenen, welche man durch den geradlinigen Strahl legen kann (Abb. 468). „Schwingen die Ätherteilchen eines Strahles aber so, daß sie sämtlich in einer einzigen, durch den Strahl gelegten Ebene bleiben, so nennt man den Lichtstrahl **linear polarisiert** (Abb. 468b und Abb. 469a)." „Die Ebene, in welcher die Schwingungen aller Teilchen erfolgen, heißt **Schwingungsebene.**" Jedes Ätherteilchen eines Strahles kann ferner noch eine elliptische oder kreisförmige Bahn durchlaufen, deren Ebene senkrecht zur Richtung des Strahles steht; dann heißt der Lichtstrahl **elliptisch** bzw. **kreisförmig (zirkular) polarisiert** (Abb. 468c, d und Abb. 469b, c). Die von einem Ätherteilchen in jedem Falle durchlaufenen Bahnen sind in Abb. 468 dargestellt, wobei der Strahl stets in S senkrecht zur Zeichnungsebene stehend zu denken ist.

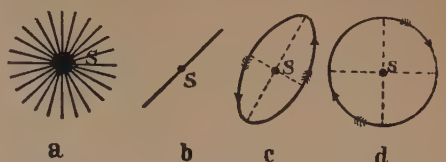
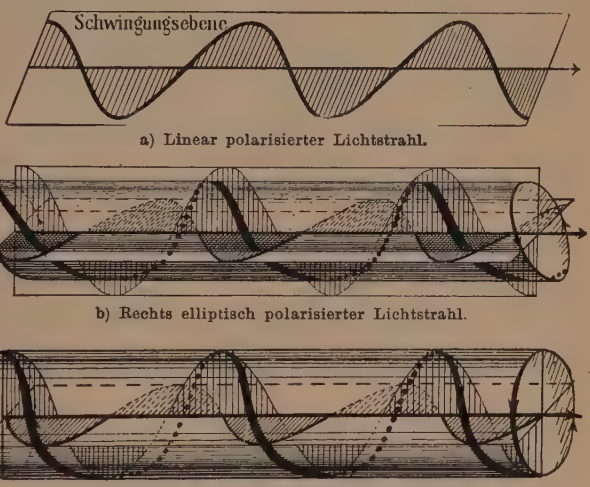


Abb. 468. Bahnen der Ätherteilchen eines Lichtstrahls.



a) Linear polarisierter Lichtstrahl.

b) Rechts elliptisch polarisierter Lichtstrahl.

c) Rechts zirkular polarisierter Lichtstrahl.

Abb. 469.

Elliptische Polarisation eines Lichtstrahles entsteht, wenn zwei linear polarisierte Ätherwellen von gleicher Schwingungszahl (Abb. 469b), deren Schwingungsebenen aufeinander senkrecht stehen, sich gleichzeitig längs des Strahles fortpflanzen und zwischen beiden Wellenzügen irgend eine Phasendifferenz vorhanden ist. **Kreisförmige Polarisation** ergibt sich (Abb. 469c), wenn zwei gleiche transversale Wellenzüge mit einer Phasenverschiebung von $\frac{1}{4}$ Wellenlänge und zueinander senkrechten Schwingungsebenen längs des Strahles fortschreiten. Die einzelnen Ätherteilchen können dabei für einen in Richtung des Strahles sehenden Beschauer ihre

elliptischen oder kreisförmigen Bahnen rechts (Abb. 469b, c) oder links herum (im Sinne oder entgegen der Uhrzeigerdrehung) durchlaufen. Man unterscheidet demgemäß **rechts** und **links elliptisch** bzw. **zirkular polarisierte Strahlen.**

Die gleichzeitigen Lagen aufeinanderfolgender Ätherteilchen eines Strahles bilden dann eine Schraubenlinie auf einem elliptischen oder einem Kreiszylinder (Abb. 469b, c, starke Linien).

§ 406. **Polarisation durch Reflexion.** *Jeder natürliche Lichtstrahl wird durch Reflexion an irgend einem Stoff polarisiert und zwar im allgemeinen elliptisch.*

Dagegen hat Malus (1810) gefunden: *Läßt man einen natürlichen Lichtstrahl von einem Glasspiegel* (S_1) *unter einem Einfallswinkel von 55° reflektieren, so ist der zurückgeworfene Strahl nahezu linear polarisiert* (Abb. 470). Seine Schwingungsebene steht nach Fresnel senkrecht zur Reflexionsebene. Trifft dann der reflektierte Strahl unter gleichem Einfallswinkel auf einen zweiten Glasspiegel S_2, so wird er von diesem ohne merkliche Helligkeitsänderung reflektiert, wenn die Reflexionsebenen beider Spiegel, welche nach Fresnel auch **Polarisationsebenen** heißen, einander parallel sind (Abb. 470). Man erhält dagegen vom zweiten Spiegel gar keinen oder nur einen reflektierten Strahl von geringerer Helligkeit, wie der auffallende, je nachdem die Reflexionsebenen beider Spiegel senkrecht zueinander stehen oder irgend einen anderen Winkel bilden.

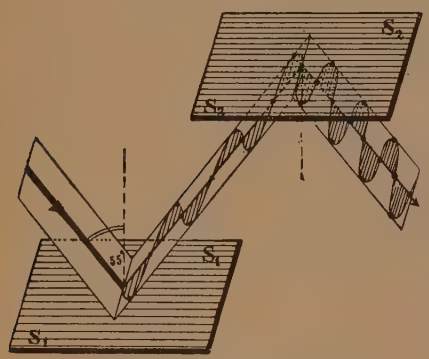


Abb. 470. Polarisation durch Reflexion.

Das vollständige Auslöschen des Lichtstrahles bei der Reflexion am zweiten Spiegel bei senkrecht gekreuzten Polarisationsebenen, also eine Seitlichkeit des Strahles, ist nur unter der Annahme denkbar, daß das Licht eine **transversale Wellenbewegung** ist. Es ergibt sich somit: *Ein Spiegel reflektiert linear polarisiertes Licht nur dann wenn die Schwingungen im Lichtstrahl parallel mit der Spiegelebene, also senkrecht zur Reflexions- oder Polarisationsebene stattfinden.*

§ 407. **Doppelbrechung des Lichtes.** *Läßt man einen natürlichen Lichtstrahl auf die ebene Grenzfläche eines durchsichtigen kristallisierten Körpers fallen, so entstehen, ausgenommen, wenn der Körper dem regulären (tesseralen) Kristallsystem angehört, aus einem einfallenden Strahl im allgemeinen zwei gebrochene Lichtstrahlen.* Diese Erscheinung heißt **Doppelbrechung des Lichtes.**

Am auffälligsten zeigt diese Erscheinung der im hexagonalen Systeme kristallisierende Kalkspat (isländischer Doppelspat). Einen auf ein Papierblatt B gezeichneten Punkt P (Abb. 471) oder einen feinen Strich sieht man daher durch einen planparallel begrenzten Kalkspat K H K′H′ hindurch doppelt. Denn jeder von der Zeichnung ausgehende und auf den Kristall treffende Lichtstrahl erfährt eine Doppelbrechung. Es treten daher zwei Strahlen o und e anstatt eines einzigen, wie bei gewöhnlicher Brechung, aus dem Kristall aus (Abb. 471). Dreht man den Kristall um eine zu seinen parallelen Begrenzungsflächen senkrechte Gerade, so behält bei unveränderter Stellung des Auges das eine durch den Strahl o veranlaßte Bild der Zeichnung seine Lage unverändert bei, während das andere, durch den Strahl e hervorgerufene, seine Lage ändert.

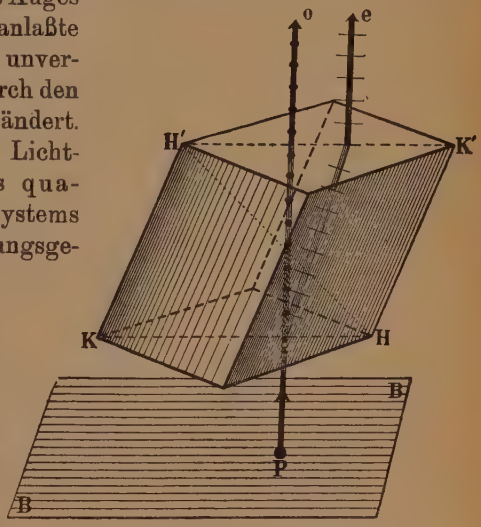


Abb. 471. Doppelbrechung im Kalkspat.

Von den beiden gebrochenen Lichtstrahlen befolgt in Kristallen des quadratischen und hexagonalen Systems der eine die gewöhnlichen Brechungsgesetze (§ 370) und heißt daher **ordinärer Strahl** (Abb. 471o). Dieser ergibt also stets den gleichen Brechungswinkel, wenn man bei gleichbleibendem Einfallswinkel den einfallenden Strahl um das Einfallslot sich drehen läßt. Der andere gebrochene Strahl verläuft je nach dem Winkel, welchen der einfallende Strahl mit der kristallographischen Hauptachse einschließt, in verschiedener Richtung bei sonst gleichbleibendem Einfallswinkel zur Kristallfläche; er heißt deshalb der **extraordinäre Strahl** (e, Abb. 471). Die Ursache für diese Verschiedenheit ist die, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des ordinären Strahles im Kristalle nach allen Richtungen die gleiche, diejenige des extraordinären Strahles aber mit wechselnder Richtung verschieden ist.

§ 408. **Optisch einachsige und zweiachsige Kristalle.** Wie der Kalkspat verhalten sich alle Kristalle des hexagonalen Systems, z. B. Turmalin, Korund, Saphir, Smaragd, Rubin, Chlorcalcium, Natronsalpeter, sodann Quarz und Eis, ebenso die Kristalle des quadratischen Systems, z. B. doppeltarseniksaures Kali, Zirkon, Zinnstein, essigsaures Kalkkupfer.

Die kristallographische Hauptachse dieser Kristalle ist dadurch ausgezeichnet, daß in ihrer Richtung sich nur ein einziger Lichtstrahl fortpflanzt. In jeder anderen Richtung schreiten dagegen im Kristall gleichzeitig zwei Strahlen mit verschiedenen Geschwindigkeiten fort. Diese treten daher nach verschiedenen Richtungen aus dem Kristall

aus. Die kristallographische Hauptachse heißt deshalb auch optische Achse.

„Die Kristalle des quadratischen und hexagonalen Systems heißen **optisch einachsig**, weil es in ihnen nur eine einzige, eben mit der kristallographischen Hauptachse zusammenfallende Richtung gibt, längs welcher sich nur ein einziger Lichtstrahl fortpflanzt.“ Die ebenfalls doppeltbrechenden Kristalle des rhombischen, monoklinen und triklinen Systems sind dagegen **optisch zweiachsig**, weil es in ihnen zwei derartig ausgezeichnete Richtungen gibt. Die beiden optischen Achsen dieser Kristalle fallen mit keiner der kristallographischen Achsen zusammen. In derartigen Kristallen wird auch im allgemeinen kein Lichtstrahl ordentlich, d. h. nach den gewöhnlichen Brechungsgesetzen gebrochen, z. B. Bleikarbonat, Kalisalpeter, Aragonit (rh.), Gips, Zucker (mkl.), Kupfervitriol (trkl.).

§ 409. **Polarisation durch Doppelbrechung.** *Die beiden aus einem einzigen einfallenden, natürlichen Lichtstrahl durch Doppelbrechung entstehenden Strahlen erweisen sich nach ihrem Austritt aus dem Kristall stets linear und senkrecht zueinander polarisiert.* Durch einen zweiten doppeltbrechenden Kristall geht ein solcher linear polarisierter Lichtstrahl daher als ein einziger Strahl und ungeschwächt, doppelt gebrochen und mit verminderter Helligkeit oder gar nicht mehr hindurch, je nachdem seine Schwingungsebene mit einer von beiden Schwingungsebenen des 2ten Kristalles zusammenfällt, irgend einen Winkel einschließt oder darauf senkrecht steht.

Bei optisch einachsigen Kristallen erfolgen die Schwingungen im ordinären Lichtstrahl stets senkrecht zur optischen Achse HH (Abb. 471) und zugleich senkrecht zum Strahl, also senkrecht zu der durch beide Richtungen gelegten Ebene HKH′K′ (Hauptschnitt des Kristalls). Die Schwingungen des außerordentlichen Strahles liegen dagegen im Hauptschnitt selbst. (Die Schwingungsrichtung der beiden Strahlen ist in Abb. 471 durch Punkte für den ordinären Strahl o, durch Querstriche für den extraordinären Strahl e angedeutet.)

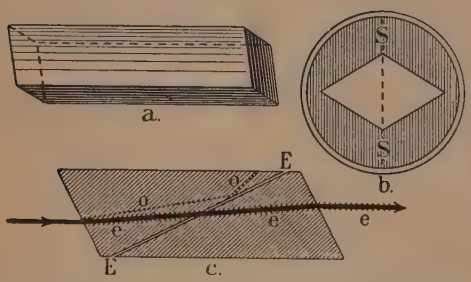


Abb. 472. Nicolsches Prisma. a) Seitenansicht, b) Vorderansicht der Fassung des Prismas, SS Schwingungsebene. c) Durchschnitt; o ordentlicher, e außerordentlicher Strahl.

Diese Eigenschaft der doppeltbrechenden Kristalle wird beim **Nicolschen Prisma** (Abb. 472) benützt, um gewöhnliches Licht linear zu polarisieren oder polarisiertes zu untersuchen (analysieren). Ein Kalkspatkristall wird nämlich auseinandergeschnitten (Schnittebene EE, Abb. 472c) und mit Kanadabalsam wieder zusammengekittet;

außerdem wird die Ein- und Austrittsfläche für den Lichtstrahl unter einem Winkel von 68° zu den Seitenkanten des Prismas (anstatt 71° wie beim natürlichen Kristall) angeschliffen. Von den beiden linear und senkrecht zueinander polarisierten Lichtstrahlen, welche aus einem einfallenden Lichtstrahl entstehen, wird nur der extraordinäre, parallel zum Hauptschnitt schwingende (e, Abb. 472c) durchgelassen. Der ordentliche Strahl (o, Abb. 472c) wird an der Kanadabalsamschicht total reflektiert und an der geschwärzten Außenfläche des Kristalls absorbiert. Auf das Prisma einfallendes gewöhnliches Licht tritt also linear polarisiert aus mit einer zu SS (Abb. 472b) parallelen Schwingungsrichtung. Polarisiertes Licht geht ferner nur dann vollständig durch den Kristall hindurch, wenn es linear und parallel zu SS (Abb. 472b) schwingt.

§ 410. **Polarisationsapparate.** Zur Untersuchung durchsichtiger Körper in polarisiertem Licht kann man nach Nörrenberg (1863) zwei Glasplatten verwenden (Abb. 473), von denen die eine als sog. Polarisator dienende feststehend und so angeordnet ist, daß wagrecht unter dem Polarisationswinkel von 55° (§ 406) einfallendes Tageslicht als linear polarisiertes Lichtbündel lotrecht aufwärts geworfen wird. Die zweite Glasplatte, der Analysator, ist um eine lotrechte Achse so drehbar, daß sie zur ersten parallel oder gekreuzt gestellt werden kann. Dadurch erhält man größte bzw. teilweise Helligkeit, bei 90°-Stellung aber vollständige Auslöschung des von der ersten Glasplatte reflektierten polarisierten Lichtes. Der zu untersuchende durchsichtige Körper wird auf ein zwischenliegendes wagrechtes Glastischchen gelegt, auch kann eine Sammellinse zur Erzielung konvergenten Lichtes eingeschoben werden (Abb. 473).

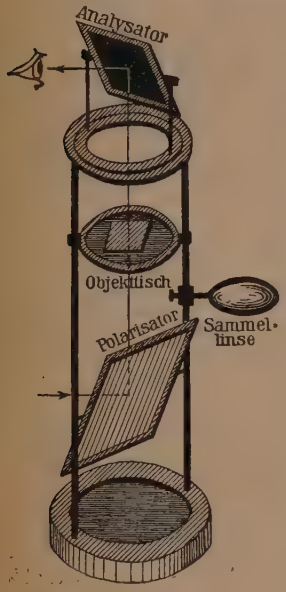


Abb. 473. Nörrenbergscher Polarisationsapparat.

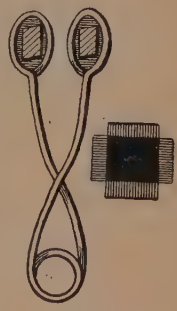


Abb. 474. Turmalinzange.

An Stelle der Glasplatten des Nörrenbergschen Apparates kann man auch zwei Nicolsche Prismen, ein festes und ein drehbares, zu einem Polarisationsapparat vereinigen. Diese werden entweder mit parallelen Schwingungsebenen auf Durchgang oder durch Drehung des zweiten analysierenden Nicols mit zueinander senkrecht stehenden Schwingungsebenen auf Auslöschung des Lichtes gestellt.

Endlich können zwei parallel der optischen Achse geschnittene dünne Platten von Turmalin drehbar in einer einfachen zangenartigen Fassung angeordnet und als Polarisationsapparat (Turmalinzange, Abb. 474)

benützt werden. Die Turmalinplatten lassen das Licht bei paralleler Stellung der optischen Achsen der Kristalle hindurch, löschen es aber bei senkrechter Stellung vollkommen aus.

§ 411. **Farbenerscheinungen im polarisierten Licht (chromatische Polarisation).** Wird zwischen Polarisator und Analysator eines Polarisationsapparates eine dünne Platte eines doppeltbrechenden Kristalls gebracht, so wird das vom Polarisator kommende linear polarisierte Licht im Kristall in zwei Strahlenbündel zerlegt. Diese gehen mit verschiedener Geschwindigkeit durch den Kristall hindurch und treten somit im allgemeinen mit einem Gangunterschied aus dem Kristall aus. Den Analysator durchsetzen dann die Komponenten dieser beiden Lichtbündel hinsichtlich der Schwingungsebene des Analysators und geben zu einer Interferenzerscheinung Anlaß. Je nach der Dicke der Kristallplatte werden dabei bestimmte Farben ganz oder teilweise ausgelöscht. Bei eintretendem weißen und parallelen Licht erscheint daher die Kristallplatte gefärbt, und zwar um so lebhafter, je dünner die Platte ist.

Bei konvergentem, d. h. durch eine Linse zusammengezogenem, weißem Licht erhält man je nach der Art des doppeltbrechenden Kristalls und der Lage der Schlifflächen der Kristalle zu den optischen Achsen eine Schar von Linien gleichen Gangunterschiedes, die einzeln dieselbe, von Linie zu Linie aber verschiedene Interferenzfarbe zeigen. So gibt eine $\perp$ zur optischen Achse geschnittene Kalkspatplatte konzentrische farbige Kreisringe, eine $\parallel$ zur optischen Achse geschnittene Platte eine Schar farbiger Hyperbeln; eine $\perp$ zur Mittellinie der optischen Achsen geschliffene Platte eines doppeltbrechenden zweiachsigen Kristalls liefert eine Schar farbiger Lemniscaten (∞). Die Linien gleicher Farbe sind bei gekreuzten Schwingungsebenen von Polarisator und Analysator von einem dunklen, bei parallelen Schwingungsebenen von einem hellen Kreuz, den Linien gleicher Schwingungsrichtung, durchzogen. — Bei Drehung des Analysators aus der gekreuzten in die parallele Stellung gehen alle Farbenerscheinungen, auch diejenigen bei parallelem weißem Licht, in die komplementär gefärbten über. Bei Beleuchtung mit einfarbigem konvergentem Licht erhält man als Interferenzerscheinung abwechselnd helle und dunkle Ringe, Hyperbeln oder Lemniscaten, die bei Drehung des Analysators um 90^0 umgekehrt dunkel und hell werden. Bei parallelem einfarbigem Licht erscheint die Kristallplatte einfarbig hell bzw mehr oder weniger dunkel und umgekehrt.

§ 412. **Drehung der Polarisationsebene.** Bringt man zwischen Polarisator und Analysator eines Polarisationsapparates, die auf Auslöschung des Lichtes gestellt sind, gewisse kristallisierte feste Körper, dann Flüssigkeiten und die Lösungen vieler, insbesondere organischer, fester Körper, so tritt Aufhellung des Gesichtsfeldes ein. Man muß dann den Analysator um einen bestimmten Winkel drehen, um wieder Dunkelheit zu $\parallel$ erhalten. Es ergibt sich somit: *Gewisse durchsichtige Körper drehen die*

Schwingungsebene eines linear polarisierten Lichtstrahles um einen bestimmten Winkel. Die Größe des Drehungswinkels ist vom durchsichtigen Stoff, von der Dicke der durchlaufenen Schicht und von der Farbe des Lichtes abhängig. „Durchsichtige Stoffe, welche die Schwingungsebene eines linear polarisierten Lichtstrahles drehen, heißen **optisch aktiv** und zwar **rechts-** oder **linksdrehend**, je nachdem man den Analysator im einen oder anderen Sinne drehen muß, um Auslöschung des Lichtes zu erhalten." Optisch aktiv sind z. B. Quarz, Zinnober, schwefelsaures Strychnin in Richtung der optischen Achse, dann Terpentinöl, Zitronenöl, ätherische Öle, endlich Lösungen von Rohrzucker, Traubenzucker, Kampfer, Weinsäure, Harn bei Zuckerkrankheit usw. Man heißt diese Erscheinung auch **Zirkularpolarisation** oder **zirkulare Doppelbrechung**. Man nimmt nämlich nach Fresnel an, daß der eintretende, linear polarisierte Lichtstrahl in dem die Polarisationsebene drehenden Stoff in zwei mit verschiedener Geschwindigkeit, aber in gleicher Richtung fortschreitende, kreisförmig polarisierte Lichtstrahlen von entgegengesetztem Drehungssinn (§ 405) zerfällt. Diese ergeben beim Austritt wieder einen einzigen linear polarisierten Strahl, dessen Schwingungsebene gegen die frühere Lage gedreht erscheint.

XI. Die wichtigsten neueren Forschungsergebnisse.

§ 413. **Elektromagnetische Strahlungen und Korpuskularstrahlen.** Schon § 322, 2 wurde erwähnt, daß die Übertragung von Energie von einem Körper auf einen anderen in der Natur in ausgedehntem Maße durch Strahlungen erfolgt, welche sich mit Ausnahme der Schallwellen sämtlich als transversale, mit Lichtgeschwindigkeit sich ausbreitende elektromagnetische Wellen nachweisen ließen. Es besteht also zwischen den Hertzschen elektrischen Strahlen, den ultraroten, sichtbaren und ultravioletten Lichtstrahlen, zu denen in Verfolgung der Entdeckungen von Röntgen (1895) und Becquerel (1896) noch die Röntgen- und γ-Srahlen (§ 314, 3, 5) hinzukamen, nur ein Unterschied im Wellenlängenbereich (§ 395) und eine Verschiedenheit in der Erzeugungsweise, nicht aber in ihrem Wesen. Im Gegensatz hierzu stehen die wegen der Geradlinigkeit des Fortschreitens ebenfalls als Strahlen bezeichneten Kathoden- und Kanalstrahlen und die α- und β-Strahlen der radioaktiven Stoffe (§ 314, 2, 5). Diese bestehen zufolge der Versuchsergebnisse aus kleinen elektrisch geladenen Teilchen, nämlich aus Elektronen, positiven Ionen und doppelt positiv geladenen Heliumatomen, die sich mit $\frac{1}{1000}$ bis fast Lichtgeschwindigkeit bewegen. Sie sind also als elektrische Strömungen, sog. Konvektionsströme, die ein magnetisches Feld in ihrer Umgebung erzeugen, aufzufassen. Wegen der Körperlichkeit der in ihnen bewegten elektrischen Ladungen bezeichnet man sie auch als Korpuskularstrahlen.

Infolge der Übereinstimmung mit elektrischen Strömen werden die Korpuskularstrahlen auch durch starke äußere magnetische und elektrische Felder aus ihrem geradlinigen Wege gebracht und in krummlinige Bahnen übergeführt. Auf starke Felder reagieren die elektromagnetischen Strahlen, insbesondere das sichtbare Licht, nicht durch Änderung ihrer Bahnen, sondern durch Änderung von Schwingungszahl und Polarisationszustand. So wirkt ein starkes Magnetfeld nach Zeemann (1896) auf einfarbiges in Richtung des Feldes fortschreitendes Licht so ein, daß die lichtaussendenden Elektronen in ihren Schwingungen teils beschleunigt, teils verzögert werden und somit zwei Wellen, die eine mit größerer, die andere mit kleinerer Wellenlänge als ursprünglich auftreten, die zugleich entgegengesetzt zirkulare Polarisation (§ 405) aufweisen. Bei einer Richtung der Lichtstrahlen senkrecht zum Magnetfeld ergaben sich neben dem ursprünglichen Licht noch zwei linear polarisierte Strahlen von kleinerer und größerer Wellenlänge. — Eine Zerlegung von Spektrallinien in Komponenten mit anderer Wellenlänge durch ein starkes elektrisches Feld gelang Stark (1913) für das von Kanalstrahlen in einer Entladungsröhre erregte Licht.

§ 414. **Einheitlicher Aufbau der Grundstoffe.** Das Auftreten von Elementarladungen (§ 228) z. B. bei der Elektrolyse, bei dem Elektrizitätsdurchgang durch Gase, bei radioaktiven Stoffen hat zur Erkenntnis eines **einheitlichen Aufbaus aller Grundstoffe** geführt. Man muß sich nach Rutherford und Bohr (1913) alle stofflichen Atome bestehend denken aus einem sehr kleinen und dichten, fast die ganze Masse des Atoms enthaltenden **positiv elektrischen Kern**, welcher von (negativen) **Elektronen** nach Art eines Planetensystems umlaufen wird. Kernladung und Zahl der umlaufenden Elektronen sind für einen Grundstoff bestimmt durch seine Ordnungszahl, welche sich ergibt, wenn man die Elemente in dem nach steigenden Atomgewichten geordneten periodischen System von Lothar Meyer und Mendelejeff fortlaufend numeriert. Die Ordnungszahl ist ungefähr gleich dem halben Atomgewicht und gibt zugleich nicht nur die Anzahl der positiven Elementarladungen des Kerns sondern auch die Zahl der umlaufenden (negativen) Elektronen an, da das Atom nach außen elektrisch neutral ist. Einige Beispiele gibt nebenstehende Tabelle.

Es bauen sich somit alle Stoffe aus positiv und negativ elektrischen Elementarladungen auf, und zwar erscheint der Wasserstoffkern als Vertreter der positiven Elektrizität, das Elektron als negativ elektrisches Grundgebilde. Während die Masse des Elektrons auf Grund der Versuche (§ 314, 4) zu rund $^1/_{2000}$ (genauer $^1/_{1846}$) der Masse des Wasserstoffatoms (§ 14), also zu 9.10^{-28} g sich angeben läßt, sind für die Ausmaße nur Schätzungen der Größenordnung möglich. Der Radius eines (kugelförmig angenommenen) Elektrons beträgt etwa $2 \cdot 10^{-13}$ cm, der Kernradius ist zwischen den Grenzen 10^{-12} und 10^{-16} cm gelegen, also min-

Ordnungszahl	Grundstoff		Atomgewicht	+ Kernladung ausgedrückt in Elementarladungen	Zahl der umlaufenden (—) Elektronen
1	Wasserstoff	H	1,008	1	1
2	Helium	He	4,00	2	2
3	Lithium	Li	6,94	3	3 (= 2 + 1)
4	Beryllium	Be	9,02	4	4 (= 2 + 2)
5	Bor	B	10,02	5	5 (= 2 + 3)
6	Kohlenstoff	C	12,00	6	6 (= 2 + 4)
7	Stickstoff	N	14,008	7	7 (= 4 + 3)
8	Sauerstoff	O	16,00	8	8 (= 4 + 2 + 2)
9	Fluor	F	19,00	9	9 (= 4 + 4 + 1)
10	Neon	Ne	20,2	10	10 (= 8 + 2)
11	Natrium	Na	23,0	11	11 (= 8 + 2 + 1)
12	Magnesium	Mg	24,32	12	12 (= 8 + 2 + 2)

destens 10000 mal kleiner als die durchschnittliche Größe von 10^{-8} cm für die Molekulardurchmesser (§ 14). Mit Rücksicht auf den sehr geringen Betrag der Elektronenmasse ist also im Kern fast die ganze Masse des Atoms auf winzig kleinen Raum zusammengedrängt. Bei solchen weit unter die Atomgröße heruntergehenden Ausmaßen ist es begreiflich, daß die von radioaktiven Stoffen ausgeschleuderten α-Strahlen (§ 314, 5) nach den Versuchen von Wilson (§ 314, 6) geradlinige Wege in Luft bis etwa 12 cm, in Wasserstoff sogar bis 24 cm zurücklegen können, ohne auf einen Atomkern zu stoßen. In günstigen, aber im allgemeinen seltenen Fällen kann jedoch ein Atomkern von einem α-Strahlteilchen getroffen und dieses dadurch aus seiner geradlinigen Bahn abgelenkt werden (Abb. 475, Stellen X). Es kann aber auch durch den Aufprall eine Zertrümmerung des getroffenen Atoms erfolgen. So konnte Rutherford (1919) aus Stickstoff durch Beschießung mit α-Strahlteilchen Wasserstoffkerne abspalten und späterhin noch die Atome von Bor, Fluor, Natrium, Aluminium, Phosphor, Magnesium und Silicium zertrümmern. Dabei treten stets Wasserstoffkerne auf, die explosionsartig aus dem getroffenen Atomkern herausfliegen. Es ist somit höchst wahrscheinlich, daß alle Stoffe aus (—) Elektronen und (+) Wasserstoffkernen sich zusammensetzen. Die langsame Umwandlung der radioaktiven Stoffe durch Aussendung von α- und β-Strahlen (§ 314, 5) in eine Reihe von anderen ebenfalls radioaktiven Stoffen und schließlich in Blei bzw. Wismut, sowie die Miethe (1925) gelungene teilweise Umwandlung von Quecksilber in Gold in einer Quecksilberdampflampe durch starke Strombelastung, sind weitere Beweise für den einheitlichen Aufbau der Grundstoffe aus den gleichen Urbestandteilen.

Abb. 475. Bahn von α-Strahlen.

§ 415. **Atombau und Röntgenspektra.** Über die Anordnung der Elektronen in Umgebung eines Atomkerns haben die Röntgen-

linienspektra der Elemente (§ 404, 3) nähere Aufschlüsse geliefert. Nach der mit der Erfahrung gut übereinstimmenden Anschauung von Bohr (1913) sind die Elektronen gruppenweise in Ringen angeordnet (s. Tab. § 414, letzte Spalte), die den *K*-, *L*-, *M*- und *N*-Serien der Röntgenlinienspektra entsprechen, wobei der *K*-Ring dem Atomkern zunächst liegt und die Radien der Ringe sich wie $1^2 : 2^2 : 3^2 : 4^2$ verhalten. Beim Auftreffen und Eindringen der Kathodenstrahlen in das Antikathodenmaterial der Röntgenröhre werden Elektronen unter Absorption von Kathodenstrahlenergie von einem inneren Ring nach einem äußeren oder bis an die Grenze des Atombereichs getrieben, wobei ein dem Potentialunterschied in Umgebung der Kernladung entsprechender Energieverlust stattfindet. Durch eine derartige Einwirkung, die einer Energieaufnahme von seiten des Atoms entspricht, ist dann dieses zur Strahlung vorbereitet. Diese selbst erfolgt dadurch, daß der eines Elektrons beraubte Elektronenring sich wieder auf seine ihm zukommende Elektronenzahl aus einem äußeren Ring zu ergänzen sucht. Indem nun ein äußeres Elektron sich in größere Nähe des Atomkerns begibt, wird Energie in Form von Strahlung frei, d. h. es kommt zur Aussendung einer einwelligen Strahlung, deren Wellenlänge um so größer ausfällt, je näher die beiden in Elektronenaustausch tretenden Ringe zueinander gelegen sind. Die Übergänge z. B. vom *L*-, *M*-, *N*-Ring nach dem innersten *K*-Ring liefern die 3 Wellenlängen der *K*-Serie, wobei der *N*-*K*-Übergang die härteste, d. i. die Linie kleinster Wellenlänge gibt. Die Intensität einer Röntgenlinie dagegen fällt um so größer aus, je häufiger ein solcher Übergang erfolgt, d. h. je geringer die Entfernung der in Austausch tretenden Ringe ist. Die experimentelle Betätigung dieser Anschauung Bohrs beweist zugleich, daß nicht die Umlaufbewegung der Elektronen an sich, sondern nur der Übergang eines Elektrons von einem äußeren zu einem inneren Ring als Ursache der Ausstrahlung einer Röntgenlinie anzusehen ist.

§ 416. **Quantentheorie.** Nach der schon in § 395 kurz erwähnten, von Planck (1900) begründeten Quantentheorie ist bei Strahlungsvorgängen gewissermaßen auch die Energie in Atome, die sog. Energieelemente oder Quanten aufgeteilt. Planck setzt ein solches Energieelement ε für eine bestimmte Strahlengattung von der Schwingungszahl ν gleich $\varepsilon = h \cdot \nu$, wobei $h = 6{,}55 \cdot 10^{-27}$ Erg. das Plancksche Wirkungsquantum bedeutet. Da nach Plancks Festsetzung ein strahlender Körper nur ganzzahlige Vielfache von Quanten aussenden kann, so sind wegen der Verschiedenheit der Schwingungszahlen bei verschiedenfarbiger Strahlung diese Quanten z. B. für violette Strahlung größer als für rote. Obwohl nun diese Vorstellung noch manche bis jetzt ungeklärte Widersprüche gegenüber der Wellentheorie des Lichtes enthält, hat sich die Quantentheorie doch auf vielen Gebieten als überaus fruchthar erwiesen und hat insbesondere auch zur Auffindung einfacher Gesetzmäßigkeiten geführt.

So hat Bohr festgesetzt, daß für die Elektronenbahnen stets eine bestimmte Größe, der sog. Drehimpuls für ein Elektron (Produkt aus Masse, Bahnradius und Geschwindigkeit), ein ganzzahliges Vielfaches des Wirkungsquantums h sein müsse, wenn die Elektronenbahn eine stabile sein soll. Die Elektronenbahnen werden dementsprechend als $1, 2, 3 \ldots$ quantig unterschieden, so daß jeder Bahn von bestimmter Quantenzahl ganz bestimmte Werte von Bahnradius, Geschwindigkeit, Umlaufszahl und Energie zugehören. Die Bahnradien sind den Quadraten der Quantenzahl, also den Zahlen $1^2, 2^2, 3^2 \ldots$ direkt, die Energie des Elektrons in seiner Bahn ist dazu umgekehrt proportional. Für den § 415 erwähnten Übergang eines Elektrons von einer äußeren Bahn nach einer inneren hat dann die als Strahlung ausgegebene Energie den Wert eines Energieelements $h \cdot \nu$, wodurch die Schwingungszahl der auftretenden Röntgenlinie bestimmt ist. Es konnte durch die Messungen die theoretisch sich ergebende Beziehung für die Schwingungszahl einer Röntgenlinie

$$\nu = R \cdot Z^2 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$$

bestätigt werden, die die Schwingungszahl ν mit dem Quadrat der Ordnungszahl Z des Grundstoffes und den Quantenzahlen n und m der Bahnen verknüpft, zwischen welchen der Elektronenübergang stattfindet. Die Konstante $R = 3{,}291 \cdot 10^{15}\ \text{sec}^{-1}$ ist nach Rydberg benannt, der diese Zahl bei seinen Untersuchungen über die Linienspektra insbesondere der Alkalimetalle (1895) als bestimmend für die Schwingungszahlen der dabei auftretenden Linienserien erkannte. Sie tritt auch schon in der von Balmer (1885) empirisch für Berechnung der Linienserien des Wasserstoffspektrums aufgestellten Formel $\nu = R\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{m^2}\right)$, wo $m = 3, 4, 5 \ldots$ ist, auf, welche sehr genau durch die Messungen bestätigt ist. Die Balmersche Formel hat infolge der Anwendung der Quantenbedingung durch Bohr zur Entdeckung von noch weiteren Linienserien des Wasserstoffs (2 im Ultrarot, 1 im Ultraviolett) geführt; sie kann in der durch die Quantentheorie vervollständigten Form als allgemeine Beziehung für die Linienserien der Grundstoffe gelten. Seine Theorie hat nicht nur Bohr selbst sondern insbesondere Sommerfeld weiter ausgebaut, so daß dadurch auch die oft beobachtete Aufteilung einer Spektrallinie in mehrere (die sog. Feinstruktur) eine befriedigende Erklärung fand.

Die Vorstellung der quantenhaften Ausstrahlung hat Einstein (1905) auch zur Erklärung des **lichtelektrischen Effekts** (§ 314, 6) mit Erfolg verwendet mit der Abänderung, daß nicht nur die Aussendung von Strahlung durch erhitzte Körper nach Energieelementen erfolgt, sondern daß auch das Licht selbst in Lichtquanten (s. oben) sich ausbreitet, deren Energie durch $\varepsilon = h \cdot \nu$ gegeben ist. Das von Einstein aufgestellte Gesetz für den lichtelektrischen Effekt sagt aus, daß ein Lichtquantum des auftreffenden Lichtes gleich der Summe der Bewegungsenergie des los-

gelösten Elektrons und der Loslösungsarbeit ist, daß also $h \cdot \nu = V \cdot e + V_0 \cdot e$ gesetzt werden kann. Hierin ist V die Spannung, welche in einem Entladungsrohre Kathodenstrahlen von gleicher Geschwindigkeit erzeugt, wie sie den von dem Metall ausgeschleuderten Elektronen zukommt. Die Größe V_0 bedeutet das sog. Kontaktpotential des bestrahlten Metalls und beträgt nur wenige Volt. Am kleinsten ist V_0 für Kalium, für welches in der Tat der lichtelektrische Effekt am stärksten ist. Die Formel zeigt ferner in Übereinstimmung mit der Erfahrung, daß der lichtelektrische Effekt nur von der Schwingungszahl des auffallenden Lichtes, nicht aber von seiner Intensität abhängig ist. Alle Messungen haben vollständige Übereinstimmung mit dem Einsteinschen Gesetz ergeben.

Auch für die durch den Wärmeinhalt bedingten Wärmeschwingungen der Moleküle eines Körpers (§ 169) hat Einstein (1907) einen Aufbau der Schwingungsenergie aus Energieelementen zugrunde gelegt und dadurch sowohl die rasche Abnahme der spezifischen Wärme der Körper bei tiefen Temperaturen, als auch die bei leichten Grundstoffen auftretenden Abweichungen vom Gesetz von Dulong und Petit (1819) erklären können, wonach das Produkt aus spezifischer Wärme und Atomgewicht, die sog. Atomwärme, für alle festen Grundstoffe einen konstanten Wert ($\sim 6{,}4$) hat.

§ 417. **Versuch von Michelson.** Schon im Jahre 1884 wurde von Michelson ein bemerkenswerter Versuch ausgeführt, durch den festgestellt werden sollte, ob die Erdbewegung einen Einfluß auf die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichtes habe. Bei ruhendem Lichtäther müßte nämlich die Erdbewegung sich geltend machen, wenn man die Lichtausbreitung in Richtung der Erdbewegung und senkrecht dazu miteinander vergleicht. Indem Michelson zwei Anteile eines Lichtbündels nach Durchlaufen je einer gleichen Strecke in diesen beiden Bewegungsrichtungen zur Interferenz (§ 404) brachte, hätte sich durch Änderung des Interferenzbildes ein Einfluß der Erdgeschwindigkeit von 30 km/sec bemerklich machen müssen. Der mehrfach mit größter Sorgfalt angestellte Versuch fiel vollkommen ergebnislos aus.

§ 418. **Erklärung von Lorentz.** Das unerwartete Ergebnis des Michelsonschen Versuchs veranlaßte Lorentz (1904), den Begründer der Elektronentheorie, das Dopplersche Prinzip in der Akustik auch auf die Lichtausbreitung anzuwenden. Doppler fand nämlich (1842), daß eine bewegte Schallquelle, z. B. der Pfiff einer fahrenden Lokomotive, einen höheren oder tieferen Ton annimmt, je nachdem sich die Schallquelle auf einen an Ort und Stelle bleibenden (ruhenden) Beobachter zu oder von ihm weg bewegt (§ 334). In Verfolgung dieses Gedankens und zur Erklärung des negativen Ausfalls des Michelsonschen Versuchs kam Lorentz zu dem Ergebnis, daß ein im Lichtäther bewegter Körper sich infolge eines auftretenden Ätherwiderstandes in der Bewegungsrichtung um so mehr verkürzen müsse, je rascher sich der Körper bewegt. Diese

Verkürzung der vom Lichtstrahl in der Bewegungsrichtung der Erde durchlaufenen Wegstrecke beim Michelsonschen Versuch ist somit die Ursache für seinen negativen Ausfall. Da zugleich für einen ruhenden Beobachter alle Maßstäbe in der Bewegungsrichtung ebenso wie jeder andere Körper sich verkürzen und nur für einen mitbewegten Beobachter unverändert bleiben, kann diese Verkürzung überhaupt nicht festgestellt werden.

§ 419. **Relativitätstheorie.** Die Abhängigkeit der Erscheinungen vom Standpunkte des Beobachters, die man als **Relativitätstheorie** (Standpunktslehre) bezeichnet, hat dann Einstein (1905) einer eingehenden Untersuchung unterworfen. Von den Ergebnissen sollen nur einige ohne mathematische Begründung angeführt werden.

1. Alle Wahrnehmungen, die an einem gleichförmig bewegten Körpersystem von einem mitbewegten Beobachter gemacht werden können, verlaufen genau so, wie wenn das Körpersystem und mit ihm der Beobachter in Ruhe wäre. Es kann infolgedessen durch kein Mittel der Beobachtung der wirkliche (absolute) Ort und die wirkliche Geschwindigkeit für einen im Weltenraum bewegten Körper angegeben werden. Auf Grund der Erfahrung muß ferner die Lichtgeschwindigkeit als größte in der Natur vorkommende Geschwindigkeit angesehen werden. Sie erweist sich für alle Richtungen im Raume auf Grund des Michelsonschen Versuchs als gleichbleibend und zwar unabhängig davon, ob die Lichtquelle bewegt wird oder ruht. Es folgen hieraus dann alle schon von Lorentz betonten Längen- und Formänderungen bei bewegten Körpern. Ein für einen ruhenden Beobachter kugelförmiger Körper z. B. hat für einen Beobachter, für den der Körper bewegt erscheint, die Gestalt eines abgeplatteten Rotationsellipsoids. Die Gestalt eines Körpers ist daher eine relative, vom Bewegungszustand des Beobachters abhängige, es ist also unmöglich absolute Längenmessungen auszuführen.

2. Eine weitere Folgerung der Einsteinschen Untersuchungen ist die **Abhängigkeit der Masse eines bewegten Körpers von seiner Geschwindigkeit.** Ist nämlich m_0 die Masse eines Körpers in ruhendem Zustand, die sog. Ruhmasse, v die Geschwindigkeit des Körpers und $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm sec^{-1} die Lichtgeschwindigkeit, so ist die Masse m des bewegten Körpers

$$m = m_0 : \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}.$$

Je rascher also ein Körper sich bewegt, desto größer erscheint seine Masse, so daß für einen mit Lichtgeschwindigkeit bewegten Körper sich die Masse unendlich groß ergeben müßte. Es ist demnach im Gegensatz zu der auf den Newtonschen Axiomen der Bewegungslehre aufgebauten Vorstellung auch die Masse eines Körpers eine relative Größe.

Nun ist in der Tat diese Folgerung durch den Versuch bestätigt worden. Da bei den Kathodenstrahlen die Elektronen (§ 314, 4) mit nahezu

$\frac{1}{3}$ Lichtgeschwindigkeit, die β-Strahlteilchen (§ 314, 5) sogar mit den Geschwindigkeiten bis zu 99,8 % der Lichtgeschwindigkeit sich bewegen können, so tritt bei diesen eine Vergrößerung der Masse um so mehr ein, je größer die Geschwindigkeit der bewegten Teilchen ist. Denn ihre Ladung ist auf Grund aller darüber angestellten Versuche als unveränderlich anzusehen. Dieses Ergebnis bezüglich der Massenzunahme hat auch zu der Anschauung geführt, daß die zu rund $\frac{1}{2000}$ der Masse eines Wasserstoffatoms gefundene Masse der Elektronen ganz oder wenigstens zum größten Teil nur eine scheinbare, sog. elektromagnetische Masse ist. Denn zur Bewegung von Elektronen gehört Energieaufwand, auch suchen einmal bewegte Elektronen ihre Bewegung fortzusetzen, wenn die ursprüngliche Bewegungsursache aufhört (vgl. Extraströme, § 312). Es werden ja bei einem bewegten Elektron die Gegenwirkungen infolge Induktion des umgebenden elektromagnetischen Feldes um so stärker, je rascher die Bewegung vor sich geht. Man muß demnach den bewegten Elektronen und β-Teilchen Trägheit und eine dadurch bedingte Masse zuschreiben, ohne daß die elektrische Ladung eine wirkliche, d. h. wägbare Masse zu haben braucht. Die Relativitätstheorie überträgt diese bei Korpuskularstrahlung unmittelbar durch die Versuche festgestellte Veränderlichkeit der Masse auch auf alle bewegten wägbaren Körper.

3. Eine besonders bemerkenswerte Folgerung der Einsteinschen Überlegungen ist auch die, daß jeder Körper, der seinen Energieinhalt ändert, dadurch auch eine Änderung seiner Masse erfährt. So vermindert z. B. ein strahlender Körper seine Masse um einen Betrag, der gleich ist der durch Strahlung abgegebenen Energie dividiert durch das Quadrat der Lichtgeschwindigkeit. Man kann daher auch jeder Energie eine Masse zuschreiben und umgekehrt, so daß bis auf den eben erwähnten Proportionalitätsfaktor **Energie und Masse als gleichwertig** betrachtet werden müssen.

4. Aber nicht nur Gestalt und Masse eines Körpers, auch die Zeit ist nach Einstein ein relativer Begriff. Es hängen somit auch alle Zeitangaben, mittels deren ein physikalischer Vorgang beschrieben wird, vom Zustand des Beobachters ab und sind verschieden, je nachdem ein Beobachter ruht oder in Bewegung sich befindet. Es gibt demnach auch keine absolute Zeitmessung, wie sie in der Newtonschen Mechanik seither als bestehend angenommen wurde. Es ist z. B. nicht möglich, die Gleichzeitigkeit eines Ereignisses für 2 Beobachter einwandfrei festzustellen, wegen der Notwendigkeit eines Signalaustausches, der wieder von der Raummessung abhängig ist. Als Gegenstück zur Längenverkürzung ergibt sich eine Zeitdehnung, so daß also eine Uhr in einem bewegten System von einem ruhenden aus betrachtet langsamer zu gehen scheint und umgekehrt.

5. Die merkwürdigen Schlußfolgerungen der Relativitätstheorie haben abgesehen von der durch die Erfahrung an Kathoden- und β-Strahlen

bestätigten Veränderlichkeit der Masse und der Gleichwertigkeit von Masse und Energie vielfachen Widerspruch ausgelöst. Insbesondere hat Lenard darauf hingewiesen, daß die Längen- und Zeitveränderungen als unwirklich und auch unnötig zu verwerfen sind um so mehr, als auch eine experimentelle Bestätigung dafür nicht möglich ist. Denn das Ergebnis des Michelsonschen Versuchs, das den Ausgangspunkt für die neuen Vorstellungen gibt, kann man auch dadurch erklären, daß die Erde nicht durch den Lichtäther, wie etwa ein Geschoß durch die Luft, sich hindurch bewegt, sondern daß die Erde mit einer fest mit ihr verbundenen Ätherhülle umgeben ist. Auch eine andere Folgerung der Relalativitätstheorie, nämlich die Ablenkung der Lichtstrahlen durch die großen Massen der Himmelskörper (z. B. der Sonne) ist schon lange vor Einstein untersucht und durchaus wahrscheinlich erklärt worden.

6. Die Behebung einer Reihe von Widersprüchen, welche die Relativitätstheorie, auch die Quantentheorie und die Bohrsche Atomtheorie gegenüber den seitherigen Anschauungen über das Vorhandensein eines Lichtäthers, über die Wellentheorie des Lichtes und die Strahlungsvorgänge noch aufweisen, muß der Zukunft überlassen werden. Daß die neueren Theorien aber nicht wertlos sind, zeigen die in diesem Abschnitt mitgeteilten Hauptergebnisse neuerer Forschungen, bei denen diese Theorien als Wegweiser und als Mittel, eine einfache Beschreibung vieler Naturgänge zu geben, gedient haben.

Alphabetisches Inhaltsverzeichnis.

(Die Zahlen bedeuten die Seiten.)

Aberration, sphärische 330. 345. 351
Abgekürztes Barometer 111. 118
Ablenkung der Magnetnadel 221. 233. 244
Absolute Festigkeit 15. 16
— Feuchtigkeit 166. 168
Absoluter Nullpunkt 140. 147. 163
Absolutes Gewicht 9—11. 99
— Maß 10. 42. 43. 67. 68. 77. 86. 178. 190
Absorption des Lichtes 314. 363. 364
— der Wärme 165. 166
Absorptionsspektrum 363. 364
Achromatische Linse 362. 363
Achromatisches Prisma 362
Achse der Linsen 340
— der Spiegel 327
—, magnetische 173—176. 182
—, optische 375—378
Adhäsion 18—22
Adiabatische Zustandsänderung 147
Affinität 7
Aggregatzustand 8. 9. 149 bis 158
Akkommodation des Auges 347. 348
Akkumulator 231. 232
Alkoholometer 101
Alkoholthermometer 132. 133
Allgemeine Eigenschaften der Körper 3—13
α-(Alpha)Strahlen 274. 379. 381
Ampère 228. 233. 237
Ampere, das 228—230. 234 239—241
Amperemeter 239—241. 254
Ampèresche Molekularströme 237. 264
— Regel 233. 234
Änderung des Aggregatzustandes 9. 149—158
Änderung des Schmelzpunktes 151
Analysator 377. 378
Aneroidbarometer 110
Angriffspunkt 24. 25. 28—33
Anker 172. 175. 242—245. 283—289
Anlassen des Stahles 14
Anode 207. 226—231. 271. 272
Antizyklon 170. 171
Antrieb der Kraft 84
Anwendungen des Luftdruckes 115—117
Äpinus, Influenz 196
Aplanatische Linsen 345
Äquipotentialfläche 209. 210
Äquivalent, elektrochemisches 229. 230
— mechanisches, der Wärme 146. 147. 163. 257
Aräometer 98—101
Arbeit 40—45. 47. 85—88. 145—148. 149. 159—163. 173. 189. 204. 206—212. 257. 263. 288—290
Arbeitseinheit 42. 43. 68. 85—89. 146. 257
Arbeitsintensität 43. 68. 256. 257
Archimedes 50. 52. 96
Archimedisches Prinzip 96 bis 101. 123—125
Aristoteles, Hebelgesetz 50
Arm einer Kraft 29. 49. 50
Arretierung der Wage 56
Artesischer Brunnen 95
Astatisches Nadelpaar 179
Astronomisches Fernrohr 352—356. 363. 365
Äther 8. 165. 192. 193. 216. 276—282. 297. 318. 319. 360. 361. 370. 374. 384. 387.
Atmosphäre, normale 13. 109. 131. 139. 154. 229
Atmosphärendruck 107 bis 111. 114—117
Atmosphärische Elektrizität 203. 204. 274
Atom 6. 7. 193. 380—382
Atombau 381. 382
Atwoodsche Fallmaschine 63—66. 69
Auer von Welsbach, Glühlampen 258
Aufdruck 96. 97
Aufgabe der Physik 1
— der Chemie 2. 3
Auflösung 21
Auftrieb 96—98. 120. 123. bis 125
Auge 347—349
August, Psychrometer 169
Ausbreitung der Wärme 164—166
Ausdehnung fester Körper 129. 130. 133—136
— flüssiger Körper 130. 136. 137
— der Gase 130. 138—140
Ausdehnungskoëffizient 135 bis 141
Ausflußmenge 104
Äußerer Widerstand 249 bis 252
Außerordentlicher Strahl 375—377
Ausströmungsgeschwindigkeit 103—105. 126

Bahn 59. 71—76. 80
Ballistische Kurve 72
Bar, Kilobar 10
Barograph 110
Barometer 108—111
—, abgekürztes = Barometerprobe 111. 118
Barometerstand 108. 109. 155
Barometrische Höhenmessung 108. 113
— Maxima und Minima 170. 171
Baryumplatincyanür 272
Batavische Glastränen 15
Batterie, galvanische 224. 225. 250. 251
—, Leidener 201
Bauch der stehenden Schwingung 279. 301. 302. 307—310

Beleg des Kondensators 201. 202
— der Influenzmaschine 205. 206
Bell, Telephon 291. 292
Bennet, Elektroskop 187
Benzinmotor 162. 163
Becquerelstrahlen 273. 274
Beschleunigung 9. 10. 62 bis 69. 77. 81—83
β-(Beta)Strahlen 274. 379 bis 386
Beugung des Lichtes 359. 368—372
Bewegliche Rolle 52. 53
Bewegung, beschleunigte 61—69. 77. 81—83
— eines Stromleiters 235
—, gleichförmige 59—61. 70—77
—, verzögerte 62—64. 73. 81
Bewegungsgröße 84. 85
Biegung, Biegungsfestigkeit 16. 17
Bild, reelles 316. 328—330. 342—346. 347—349. 350 bis 356. 366
Bild, virtuelles 322—330. 342—346. 350—356
Bildweite 329. 330. 342 bis 346
Blätterkondensator 201. 268
Bleisicherung 260
Blende 345. 347
Blickregel 234
Blinder Fleck 112. 347
Blitz, Blitzableiter 203. 204
Bohnenberger 83
Bohr, Atomtheorie 380 bis 383
Bogenlampe, -licht 243. 259. 260
Bourdon 110. 114
Boylesches Gesetz 111 bis 114
Branly, Kohärer 277. 280. 281
Brechende Kante, -Fläche, -r Winkel 338
Brechung des Lichtes 331 bis 339. 340—346. 357—365
Brechungsquotient 332 bis 335. 339. 341. 342. 358. 359
Brennfläche 330. 345
Brennpunkt, Brennweite 328—330. 340—346. 350 bis 354. 362
Brückenwage 57. 58
Bunsen 105. 126. 143. 223. 224. 250. 364
Bunsensches Element 223. 224. 250
— Eiskalorimeter 143
— sche Wasserluftpumpe 105
Bürsten der Dynamomaschine 283—288

Cailletet, Gasverflüssigung 157
Camera obscura 315. 316. 347. 366
Canton, elektr. Doppelpendel 187. 188
Cartesianischer Taucher 97
Celsius, Thermometerskala 131. 132
Chemie 2. 3
Chemische Theorie des elektrischen Stromes 222
Chemische Verwandtschaft 7
— Wirkung des Lichtes 360. 366. 367
— Wirkung des Stromes 208. 218. 223. 224. 226 bis 232. 259
Chladnische Klangfiguren 309
Chromsäure-Element 224
Chromatische Polarisation 378
Clausius 106. 147. 228
Compound-Dampfmaschine 160—163
— -Dynamomaschine 288
Coulomb, das 192. 213. 214. 229. 230
Coulombmeter 230
Coulombsches Gesetz 180 bis 183. 190. 191
Crookessche Röhren 271
Cunäus, Leidener Flasche 201
Curie, Radium 273. 274

Daguerre, Photographie 366
Dampf 131. 149. 150. 152 bis 157
Dampfkessel 155. 159
Dampfmaschine 159—163
Dampfturbine 161. 162
Daniell-Element 223. 250
Daniellsches Hygrometer 168. 169
Darstellung der Kräfte 24. 25
Dasymeter 120
Daumenregel 233
Davy 156. 165. 183. 259
Dehnbarkeit 14
Deklination 176—179
Deklinatorium 176
De la Rive, Theorie d. el. Stromes 222
Densimeter 100
Depressionsbahnen 171
Depression, kapillare 19 bis 21. 110
Descartes 97. 332. 359
Detektor 280—282
Deutliche Sehweite 347. 350—354
Dewarsche Flasche 158
Dezimalwage 57. 58
Dichte 12. 152. 153
—, elektrische 198. 199
Dichteverhältnis 11
Diamagnetische Körper 184. 185
Dielektrikum 215. 216
Dieselmotor 163
Differentialflaschenzug 53
Differentiallampe 243. 244
Diffusion 21. 22
Dispersion 357—365. 370
Dissonanz 312
Doppelbrechung 332. 372 bis 379
Doppel-T-Anker 283
Doppelwägung 57
Dopplersches Prinzip 305. 306. 384
Dosenmikrophon 292
Drachenballon 124
Drehspulengalvanometer 239. 240. 254
Drehstrom 289. 290
Drehung der Polarisationsebene 378. 379
Drehungsmoment 29—34. 37. 38. 49—58
Drillung 17. 18
Druck, atmosphärischer 107 bis 117. 119. 155
—, elektrischer 199
—, hydrostatischer 93—97
—, osmotischer 21
Druckfestigkeit 17
Druckpumpe 92. 115. 116.
Dualistische Hypothese 192
Dufay, Elektrizitätsarten 189
Durchlässigkeit, magnetische 184
Durchscheinende, durchsichtige Körper 314

Dyn 10. 42. 68. 76. 77. 180. 182. 191
Dynamoelektrische Maschine 284—289
Dynamometer 16

Echappement der Uhr 83
Edison 258. 260. 312
Effekt (Leistung) 42. 43. 68. 256
—, elektrischer 256
Eimerversuch von Faraday 197
Einarmiger Hebel 50. 51
Einfache Maschinen 40—58
— Stromkreise 249—252
Einfallsebene, -lot, -winkel 299. 300. 322. 323. 331 bis 335. 338
Einheit der Arbeit 42. 68. 256. 257
— der Leistung (Effekt) 43. 68. 256
— der elektrischen Leistung 256
— des elektrischen Leitungswiderstandes 247. 248
— der elektrischen Spannung 191. 192. 212. 213. 220. 223. 247. 252. 256. 266
— der Elektrizitätsmenge 191. 192. 213. 214. 229
— der Kapazität 213. 214
— der Kraft 10. 68
— der magnetischen Feldstärke 182. 234
— der magnetischen Polstärke 180. 181
— der Stromstärke 228. 234. 240
Einheitskerze 321
— -pol 180. 181. 183
— -strecke 25. 70
Einstein 383. 384. 385
Einteilung der Physik 1. 2
Eiskalorimeter 143. 144
Eispunkt 132
Elastizität 15—18
Elastizitätsgrenze, -modul 15. 16
Elektrische Dichte 198. 199
— Influenz 195—198. 201 bis 203. 205—207
Elektrische Kraftübertragung 288—291
— Schirmwirkung 198. 204
— Wellen 202. 216. 276 bis 282
Elektrischer Druck 199. 200
Elektrischer Effekt (Leistung) 256. 257
— Funken 198. 202. 203. 207. 208. 213. 267. 268. 276—282
— Leitungswiderstand 246 bis 252
— Strom 206. 210—212. 218. 220—222. 226—232. 233—241. 246—252. 256 bis 263. 263—269. 283—290
Elektrisches Fluidum 192
Elektrisiermaschine 204 bis 207. 216
Elektrizität, atmosphärische 203. 204. 274
Elektrizitätsarten 189. 190. 192
Elektrizitätsmenge 187. 190 bis 192. 198. 200. 201. 213. 214. 216. 228—230
Elektroden 207. 226—232. 271
Elektrodynamische Wirkungen 236. 237. 265
Elektroinduktion 263. 264
Elektrolyse 223. 226—232
Elektrolytischer Unterbrecher 269
Elektromagnet 242—246. 268. 284
Elektrometallurgie 231
Elektromotorische Kraft 222. 223—225. 249—252. 254. 256—258. 265
Elektronen 193. 272—276. 380
Elektronenröhren 275. 282
Elektrophor 197. 198
Elektroskop 187—190. 194 bis 199. 203. 214. 215. 218. 272—275
Elektrostatische Einheit der Elektrizitätsmenge 190 bis 193. 214. 272
Element, chemisches 1
—, galvanisches 220—222. 223—225
—, inkonstantes und konstantes 223. 224
Elliptische Polarisation 373. 374
Elongationswinkel 80. 81. 294. 295
Emanation 274
Empfindlichkeit der Wage 55. 56
Energie 41. 42. 85—89. 213
Entladungsarten eines Kondensators 202. 276—282
Entladungsspannung 213
Entzündungstemperatur 145
Erdbeschleunigung 9. 10. 65—69. 71—77. 81—83. 87
Erdfernrohr 353. 355
Erdleitung 203. 204. 245
Erdmagnetismus 176—179. 182. 183
Erg, das 42. 43. 68. 86. 212. 214
Erhaltung der Arbeit 41. 45. 47. 50
— der Energie 88. 89. 104. 126. 127. 265
Erstarrungstemperatur 150
Expansivkraft 9. 106. 107. 119
Explosionsmotor 162
Experiment 3
Extraordinärer Strahl 375 bis 377
Extrastrom 267. 268. 276

Fadenkreuz 355. 356
— pendel 29. 81
Fahrenheitsche Thermometerskala 131. 132
Fahrstrahl 75
Fallbewegung 63. 65—69
Fallmaschine 62—64. 69
Farad, das 213. 214
Faraday 156. 183. 184. 185. 192. 194. 197. 198. 213. 215. 228. 237. 263. 266. 267.
Faradaysche Gesetze 228
Farbe 314. 318. 357—365. 367—370. 378. 379
Farben dünner Blättchen 367—369
Farbenzerstreuung 357 bis 365. 370
Faure, Akkumulator 231
Federwage 16
Feddersen, elektrische Schwingungen 202
Feldstärke, elektrische 210
—, magnetische 181—184. 233—236
Fernrohre 239. 324. 352 bis 356. 363. 365
Ferromagnetische Körper 184
Feste Körper 1. 8. 9. 14—18
— Rolle 25. 26. 52. 53
Feuchtigkeit, absolute und relative 166—169
Fixpunkte der Thermometer 132

Fizeau, Lichtgeschwindigkeit 317. 318
Flammenbogen 244. 259. 260. 281. 292
Flammenkollektor 203
Flasche, Flaschenzug 52. 53
Flettner, Rotorschiff 129
Fliehkraft 74—79
Flugzeug 127. 128
Flüssige Körper 1. 8. 9. 90 bis 105
Fluoreszenz 271. 272. 273. 314. 359
Fortpflanzung des Druckes 91. 92. 106
Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes 59. 279. 317. 318. 332. 333
Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles 59. 303. 304
Foucault 267. 318
Foucaultsche Ströme 267. 284
Franklin 192. 201. 203
Franklinsche Tafel 201
— unitarische Theorie 192
Fraunhofersche Linien 359. 364
Freie Achse 78. 79
— Oberfläche 90
Freier Fall 65. 66. 68. 69
Fresnel 318. 368. 374. 379
Funkenpotentiale 213
Funkentelegraphie 270. 276 bis 282

g=Erdbeschleunigung 9. 10. 65—69. 71—77. 81—83. 87
Galilei 26. 61. 81. 353
Galileisches Fernrohr 353. 354. 356
Galvanische Batterie 224. 225. 250. 251
- Elektrizität 217—225
— Polarisation 223. 231. 232
Galvanischer Strom 218. 220. 221. 222
Galvanisches Element 220. 222. 223—225. 250. 251
Galvanokaustik 260
Galvanometer, Galvanoskop 221. 238. 239
Galvanoplastik, Galvanostegie 230. 231
γ-(Gamma)Strahlen 274. 360
Gase 1. 9. 106—129. 130. 138—141. 146. 156—158. 164. 165. 189. 207. 208. 270—273
Gasmotor 162. 163
Gauß 178. 182. 234. 244
—, das 182. 234. 236
Gay Lussac 100. 138
Gay Lussacsches Gesetz 138
— — -Mariottesches Gesetz 138—141. 229
Gedämpfter Wechselstrom 277. 281. 282
Gedeckte Pfeife 310
Gefäßbarometer 109
Gefrieren 150
Gefrierpunkt 132
Gegenstromapparat 157. 158
Gegenstandsweite 328—330 341—345
Geißlersche Quecksilberluftpumpe 120. 121
— Röhre 207. 271. 272 279. 363
Geradlaufapparat 79
Geräusch 304. 305
Gesättigte Dämpfe 152 bis 157
Geschlossenes Manometer 114
Geschmeidigkeit 14
Geschwindigkeit 59—67. 82. 84—89. 104. 106. 126
Gesetz von Coulomb 180 bis 183. 190
— — Faraday 228
— — Gay Lussac 138
— — G.L.-Mariotte 138 bis 141
— — Joule 257
— — Kirchhoff 249. 253 bis 255. 364
— — Lenz 265
— — Mariotte 111—113
— — Ohm 249—252
— — Poisson 148
Gespenstererscheinungen 325. 326
Gewicht 9. 10. 55—57. 68. 69
Gewichtsaräometer 99. 100
— einheit 10. 68
— dichte = spez. Gewicht 11. 12. 98—101
— satz 56
Gilbert 172. 186
Gitterspektrum 370. 371
Glasharter Stahl 14
Gleichförmig beschleunigte Bewegung 62—69. 77. 81
— verzögerte Bewegung 62. 64. 66. 73. 81
Gleichförmige Bewegung 59. 60. 61. 64
Gleichgewicht 2. 24—34. 44—58
— der Elektrizität 210. 211
Gleichstrom 269. 283—289
Gleichung des Strahles 297
Gleitende Reibung 22. 23
Glimmlicht, negatives 207. 208. 271
Glühlampe 258. 259.
Goldblattelektroskop 187. 188. 190. 194. 196—199. 275
Grahamsches Gesetz 22. 126
Gramm-Gewicht 10. 68
— -Masse 6. 10. 56. 68
Grammesche Maschine 285. 287
Graßmannscher Hahn 119
Gravitationsgesetz 76
Gray, Leiter, Nichtleiter 188
Grenze der Teilbarkeit 6. 7
Grundstoffe 1. 7.
Grundton 307—311
Gruppenschaltung 225. 250. 251
Guericke 117. 120

Haarhygrometer 168
Halbdurchlässige Membran 21
Hansen, Elektrisiermaschine 204
Härte, Härten 14. 15
Hauptsätze der mech. Wärmetheorie 146. 163
Hauptschnitt eines Kristalls 376
— eines Prismas 338
Hebel, -arm, -gesetz 29. 33. 49—58
Heber 116. 117
Heberbarometer 109—111
Hefner-Alteneck 243 285. 286. 321
— -sche Trommelmaschine 285. 286
Heizwert 145
Heliostat 325
Helium 107. 140. 157. 274. 381
Helmholtz 42. 88. 147. 230. 307
Heronsball 116
Hertz 277. 319
— -sche Wellen 276—279 360. 379

Hintereinanderschaltung 224. 225. 250. 251
Hirn, mech. Wärmeäquivalent 147
Hittorfsche Röhren 271
Hochdruckdampfmaschine 160. 161
Höhenmessung, barometrische 108. 113
Holländisches Fernrohr 353. 354. 356
Holtzsche Influenzmaschine 205. 206
Homogene Farbe 358. 359. 363. 364. 370
Homogenes Magnetfeld 183
Hooke 15. 131
Horizontalkomponente des Erdmagnetismus 179. 182. 238. 241
Hörrohr 304
Hughes, Mikrophon 291
Huyghens 83. 131. 298. 318
Huyghenssches Prinzip 298—300. 369
Hydraulische Presse 92
Hydraulischer Druck 104. 105
Hydrodynamischer Unterdruck 105
Hydrostatische Wage 98 bis 100
Hydrostatischer Druck 93 bis 95. 97
Hydrostatisches Grundgesetz 91. 92
— Paradoxon 93
Hygrometer 167—169
Hypothese 3. 7. 106. 146. 147. 173. 174. 192. 193. 318. 319. 361. 380. 382. 385
Hysteresis, magnetische 175. 286. 287. 290

Jakobi, Galvanoplastik 230
Indifferentes Gleichgewicht 38. 39
Induktion, elektrische 263 bis 292
—, magnetische 174. 175. 184. 236. 242
Induktionsapparat 268 bis 272. 276—281. 291. 292.
Induktionsrolle, -spule 263 bis 268. 278. 283—292
nfluenz, elektrische 195 bis 201. 203—207. 214 bis 216. 218
Influenz, magnetische 174. 175. 179. 184 185
Influenzmaschine von Holtz 205. 206
— von Wimshurst 206. 207
Inklination 176—179
Inkonstantes Element 223
Innerer Widerstand 249 bis 252
Interferenz 279. 300—302. 307—310. 367—372. 378
Intervall von Tönen 311. 312
Ionen 193. 194. 222. 226. 228. 230. 272. 274. 275
Joule und Joule, das 42. 43. 68. 146. 257
— -sches Gesetz 257
Isobaren 170. 171
Isogonen, Isoklinen 176 bis 178
Isolator 188. 189. 194. 199. 201. 215. 216.
Isothermische Zustandsänderung 147. 148

Kalorie 142—147. 152. 163. 257
Kalorimeter 143—147
Kammerlingh-Onnes, Verflüssigung von Helium 157
Kältemischung 151. 156
Kapazität, elektrische 213 bis 215. 232. 276. 277
Kapillarerscheinungen 19 bis 21
Kathode 207. 226—232. 271. 272
Kathodenstrahlen 271—275
Keil 41. 48
Keplersche Gesetze 75. 76
Keplersches Fernrohr 352. 355
Kilogramm, Definition 10. 68
Kilogrammeter 42. 43. 68. 86. 146. 256. 257
Kinetische Energie 42. 85 bis 89. 147. 152. 294. 319
— Gastheorie 106. 107
Kirchhoffsche Gesetze 249. 253—255. 364
Klang, Klangfarbe 305. 307
Klangfiguren 309
Kleistsche Flasche 201
Klemmenspannung 251
Klemmschraube 221
Knall 304. 305
Knallgasvoltameter 229
Knoten der stehenden Schwingung 279. 301. 302. 307—310
Koërzitivkraft 174
König, manom. Flammenzeiger 310
Kohärer 277. 280. 281
Kohäsion 7—9. 14—18. 90. 106
Kohlrausch, elektrochem. Äquivalente 229
Kollektor (Kommutator) der Dynamomaschine 283 bis 288
Kommunizierende Gefäße 94. 95. 100
Kommutator 222. 283. 284. 286
Kompaß 176
Komponenten 25—34. 70
Kompressionspumpe 120
Kondensation 150. 152 bis 154. 156—158. 160. 168
Kondensationshygrometer 168. 169
Kondensator, elektrischer 200—202. 215. 218. 268. 269. 276—282
— der Dampfmaschine 160
Kondensor 350. 351
Konduktor 188. 189. 192. 195—200. 202—207. 209 bis 215. 218
Konkavlinse 340. 341. 343 bis 346. 348. 353. 354. 362
— -spiegel 327—330. 344. 353
Konsonanz 312
Konstante Kraft 61. 62. 80
Konstantes Element 223. 224
Kontakt 221
Kontaktelektrizität 217 bis 222
Kontinuierliche Kraft 61. 62
Kontinuierliches Spektrum 363—365
Konvektion der Wärme 164
Konvexlinse 340—346. 347 bis 355. 362
— -spiegel 327—330
Körnermikrophon 292
Korpuskularstrahlen 379
Kraft 7—10. 15—18. 20. 22. 23. 24—34. 38. 39. 40. 41. 44—58. 61. 62. 67. 68
Krafteinheit 10. 67. 68. 180. 190
Kräftepaar 33. 34. 170. 238. 240

Kräfteparallelogramm 26 bis 31. 44. 46. 48. 49
— -polygon 27. 28
Kraftlinien, elektrische 210. 215. 216
—, magnetische 182—185. 233—237. 265. 266. 284. 286. 287. 289. 290.
— -zahl 183. 266
Kraftübertragung, elektr. 288—290
Kreisel, Kreiselkompaß 78. 79
Kritische Temperatur 156. 157
Krümmungsmittelpunkt 327—330. 340
Kubischer Ausdehnungskoëffizient 135. 136
Kugelballon 124
Künstlicher Magnet 173
Kundt, Staubfiguren 310
Kupfervoltameter 229
Kurbelrheostat 248
Kurzsichtiges Auge 348

Labiles Gleichgewicht 38. 39
Längenausdehnung 134. 135
Längeneinheit 4. 5
Langgeschoß 79. 129
Latente Wärme 149
Läutewerk, elektromagnetisches 242. 243. 277. 280
Lavoisier, Kalorimeter 143
Lebendige Kraft (Wucht) 42. 85—88
Lecher, elektr. Wellen 278. 279
Leclanché-Element 224. 250
Leidener Flasche 201. 202. 214. 276—282
Leistung (Effekt) 42. 43. 68. 256
Leiter der Elektrizität 188 189. 192—198. 218. 274
— — Wärme 164. 165
— erster und zweiter Klasse 218—224
Lenard 271. 387
Lenardstrahlen 271
Lenkluftschiff 124. 125
Lenzsches Gesetz 265. 267.
Libelle 95
Lichtäther 8. 165. 192. 194. 216. 276—282 298. 318. 319. 360. 361. 370. 373
Lichtelektrischer Effekt 274. 383
Lichtgeschwindigkeit 59. 272—274. 279. 317. 318. 332. 358. 375. 378. 385
Lichtquellen 314
Linde 155—157
Linearer Ausdehnungskoëffizient 135. 136
Linienspektrum 363. 364. 372
Linke Handregel 235
Linsen 338. 340—346. 347 bis 355. 362. 365. 366. 368. 377
Lippershey, Fernrohr 353
Lösungswärme 151
Lokomotive 161
Longitudinale Wellenbewegung 296—298. 302. 303. 307. 309. 310
Longitudinalton 307
Luft 107
Luftballon 123—125
Luftdruck 107—110. 113 bis 117. 129. 130. 155
Luftfeuchtigkeit 166—169
Luftpumpe 105. 106. 117 bis 123
Luftschraube 47. 48. 124. 125. 128
Luftspiegelung 336
Luftthermometer 139. 140
Luftwiderstand 65. 72. 126 bis 129
Lupe 350—355

Magnet 172—179. 183. 184
Magneteisenstein 172
Magnetelektrische Maschine 283. 284
Magnetische Achse 173 bis 175. 182
— Einheit 180. 181
— Feldstärke 181—184. 234 bis 236
— Hysterēsis 175. 286. 287. 290
— Influenz (Induktion) 174. 175. 179. 184. 236. 242
— Polstärke 180—183
— Sättigung 175. 242
— Variationen 178
Magnetischer Äquator 178
— Meridian 176—179. 236. 238. 240
Magnetisches Blatt 235. 236
— Feld 181—184. 233—237. 240. 242. 263. 265—267. 283—290
Magnetkraftlinien 182 bis 185. 234—237. 266. 284. 286. 287. 290
Magnetoinduktion 263 bis 267. 283—291
Magnetpol 177—179. 180 bis 185. 233—237. 238. 240. 241
Malus, Polarisation des Lichtes 374
Manometer 91. 114. 131. 140. 148. 159
Manometrischer Flammenzeiger 310
Marconi, drahtlose Telegraphie 279
Mariotte 111—118. 347
Mariottesches Gesetz 111 bis 114. 139
Maschinen 41—58
Maß, absolutes 10. 42. 43. 67. 68. 77. 86. 180. 182. 183. 190. 234. 241. 256. 257. 266
Masse 6. 9. 10. 56. 67. 68. 76. 77. 81. 142. 145. 385
Massenmittelpunkt 34—39
Mathematischer Hebel 49
Mathematisches Pendel 80 bis 83. 87
Maximum der Spannkraft 153—155. 167
Maximum- und Minimumthermometer 133
Maxwell 147. 192. 237. 265. 266. 277. 287
Mayer, Robert 42. 88. 146
Mechanisches Wärmeäquivalent 146. 147. 163. 257
Mechanische Wärmetheorie 145—148. 152. 155. 163. 165
Meniskus 20
Meridian, magnetischer 176 bis 179. 236. 238. 240
Metallbarometer 110
— -manometer 114. 159
— -thermometer 133. 134
Metalle, Metalloide 1
Meter 4. 5
Meterkilogramm 42. 43. 49. 68. 86. 146. 163. 256. 257
Michelsonscher Versuch 384
Mikrofarad 214
Mikrometerschraube 48
Mikrophon 291. 292
Mikroskop 350. 351. 353 355
Milchwage 101
Minenzündung 260

Mischungskalorimeter 143. 144. 147
Mittelkraft 25—34
Mittelpunkt paralleler Kräfte 31—35
Mittlerer Barometerstand 109
Molekül 6—8. 193. 272. 274
Molekulare Entfernungen 7. 8. 18
Molekularhypothese 7—9. 273. 380—382
Molekularkräfte 7—9. 14 bis 18. 19—22. 90. 106
— -magnete 173—175. 184 237
— -ströme 237. 264
Moment der Bewegung 84. 85
— der Kraft 29. 30—34. 49—58
Morsescher Schreibtelegraph 244. 245. 280. 281
Mostwage 101
Motorunterbrecher 268. 269
Multiplikator 238—240. 254

Nachlassen des Stahles 14
Naturkörper 1—3
Natürlicher Magnet 172
Natürliches Licht 372. 373
Nebeneinanderschaltung 225. 250. 251
Nebenschluß 254. 255
Nebenschlußmaschine 288
Neefscher Hammer 242. 243. 268
Negative Elektrizität 189. 190. 192. 194. 196. 205. 207. 219. 220. 228. 272. 275. 380
Negativer Pol 220. 223. 224
Negatives Glimmlicht 207. 208. 271
Nernstlampe 258
Newton 6. 61. 76. 318. 358. 368
— -sches Gravitationsgesetz 76
Nicholsonsches Aräometer 99. 100
Nichtleiter der Elektrizität 188. 189. 215
Nichtmetalle 1
Nicolsches Prisma 376. 377
Niederdruckdampfmaschine 160
Nonius 5
Nordpol, magnetischer 173. 176. 179. 233. 236. 237. 242
Normaler Atmosphärendruck 13. 109. 131. 139. 155. 229
Normalzustand eines Gases 13. 139. 229
Nörrenberg, Polarisationsapparat 377
Nullpunkt, absoluter 140. 141. 147. 163
— der Thermometer 131. 132

Oberfläche, freie 90
Oberflächenspannung 20. 21. 133
Oberton 307
Objektiv 350—355. 363. 366
Odstrčil, elektr. Pendel 190. 191
Offenes Manometer 114. 140
Öffnung eines Spiegels 327. 330
Öffnungsfunken 267
Öffnungsinduktionsstrom 264. 265. 268. 269
Ohm 247. 249
Ohm, das 247. 249. 250. 252
Ohmsches Gesetz 249—252. 256. 257
Ohr 312. 313
Oktave 311
Okular 351—355
Olszewski, Gasverflüssigung 157
Optisch ein- u. zweiachsige Kristalle 375. 376. 378
Optischer Mittelpunkt 327. 343
Ordinärer Strahl 375—378
Örsted 90. 233
Otto & Langen, Gasmotor 162
Osmose, osmotischer Druck 21. 22
Oszillation, elastische 294 bis 297. 300—302
— elektrische 202. 216. 276 bis 282

Pacinotti, Ringanker 285
Parallele Kräfte 31—37
— Spiegel 323
Parallelogramm der Wege 71. 72. 74. 76
— der Geschwindigkeiten 70. 72. 73
— der Kräfte 26—31. 44. 46. 48. 50
Parallelschaltung 225. 250. 251
Paramagnetische Körper 184. 185
Parseval, Drachenballon, Lenkluftschiff 124. 125
Parsons, Dampfturbine 161. 162
Pascal 91. 108
Pendelbewegung 80—84. 87. 294
Pendeluhr 83
Periskop 355
Petroleummotor 162
Pfeifen 310
Pferdekraft, -stärke 43. 256
Phase 290. 295—297. 369
Phiolenbarometer 109
Phosphoreszenz 314. 359
Photographie 366. 367
Photometrie 319—321
Physik, Aufgabe der 1. 2
Physiologische Wirkungen des elektrischen Funkens 208. 270. 278
Physischer Hebel 49—58
Physisches Pendel 80. 83. 87
Pictet 156. 157
Piëzometer 90. 91
Pipette 116
Pixii, magnetel. Maschine 283
Planck, Quantentheorie 361. 382
Planetenbewegung 75
Planparallelglas 337. 343
Planté, Akkumulator 231
Planwelle 299
Poggendorff 238. 239. 324
Polarisation des Lichtes 372—379
—, chromatische 378
—, dielektrische 215. 216
—, galvanische 223. 224. 231—232
Polarisationsebene 374. 376 bis 379
—, Drehung derselben 378 379
Polarisator 377—379
Pole der galvanischen Batterie 225
— der galvanischen Elemente 220. 221. 223. 224
— der Magnete 172. 173. 242
Polstärke 180. 181
Porosität 8
Porta, Camera obscura 315. 316
Positive Elektrizität 189.

190. 192. 193. 207. 272. 380
Positives Büschellicht 207. 208. 271
Potential 189. 191. 209—216
Potentielle Energie 42. 85 bis 89
Potenzflaschenzug 53
Pouillet, Tangentenbussole 240. 241
Primäre Leitung 263. 264. 268
Prinzip der Erhaltung der Arbeit 41. 45. 47. 50
— der Erhaltung der Energie 85. 88
— von Huyghens 298 bis 300. 369
Prisma 335. 338. 339. 341. 354. 355. 357—365. 376
—, achromatisches 362
Prismenfernrohr 354. 355
Produktflaschenzug 53
Propeller 47. 124. 125. 128
Prozentaräometer 101
Psychrometer 169
Pumpe, Druck- 91. 92. 115. 116
— Luft- 105. 106. 117—123
— Saug- 115
Pyknometer 100

Quadrantelektrometer 219
Quantentheorie 361. 382
Quarte 311
Quecksilberbarometer 107 bis 110
—-luftpumpe 106. 120—122
— -thermometer 131—133
Quinte 111

Radioaktive Stoffe 273 bis 275. 379. 381
Räderwerk 54
Raumerfüllung 4. 5
Reaktion eines Flüssigkeitsstrahles 102
Réaumur, Thermometerskala 131. 132
Rechte Faustregel 234
— Handregel 265
Reduktion einer Wägung 123
— eines Gasvolumens 139
Reduktionsfaktor 239. 241
Reduzierte Länge 83
Reelles Bild 316. 328—330. 342—346. 347—356. 366
Reflexion des Lichtes 314. 322—330. 334—336. 350. 351. 354. 355
Reflexion des Schalles 304
Reflexion der Wärme 165. 166
— einer Wellenbewegung 270. 279. 299—301. 304
Refraktion 299. 300. 331 bis 339
Regnault 139. 144
Reibung 22. 23
Reibungselektrisiermaschine 204. 205
— -elektrizität 186—216
— -koëffizient 23
Reihenschaltung 224. 225. 250. 251
Relais 245. 246. 280. 281
Relative Bewegung 58
— Festigkeit 17
— Feuchtigkeit 166—169
Relativitätsprinzip 385
Relieffernrohr 355
Remanenter Magnetismus 174. 284
Resonanz, Resonator 306. 307
Resultante 25—35. 70
Reversionspendel 82. 83
Rezipient 117
Rheostat 248. 249. 255
Ringanker 285. 287. 289
Ritter, galvan. Polarisation 231
Rolle, Rollenzug 52. 53
Rollende Reibung 23
Römer, Lichtgeschwindigkeit 317
Röntgenstrahlen 272 bis 275. 370—372. 379
Roß, magn. Nordpol 179
Ruhmkorffsches Induktorium 268—282
Rumford 145, 320
— Photometer 320
Rundblickfernrohr 355
Rutherford, Thermometrograph 133
—, Atomtheorie 380. 381

Saiten 307—309
Sammellinse 340—346. 347. bis 356. 362. 365. 366. 368. 377. 378
Sättigung eines Magneten 175. 242
Sättigungsdruck 153. 154. 167
Saugheber 117
Saugpumpe 115
Saugwirkung eines Flüssigkeitsstrahles 105. 106
Saugspitzen 199. 200. 203 bis 207
Saussure, Haarhygrometer 168
Schädlicher Raum 118. 119
Schallgeschwindigkeit 59. 303. 304
Schatten 314. 315
Scheiner, Sehweite, Erdfernrohr 347. 353
Schieblehre 5
Schiefe Ebene 44—46
Schirmwirkung, elektrische 198. 204
Schlagweite und Spannung 213
Schließungsdraht 221. 249
— -induktionsstrom 264. 267. 269
Schmelzsicherung 260
— -temperatur, -wärme 149 bis 151
Schraube 46. 47
Schwebung 306
Schweigger, Multiplikator 238
Schwere, Schwerkraft 9. 10. 34—39. 63—69
Schwerpunkt 34—39
Schwimmen eines Körpers 97. 98
Schwingung, elastische 294 bis 302
—, elektrische 202. 216. 276—282
Schwingungsbauch, -knoten 279. 301. 302. 307—310
— -dauer, -zahl 81—83. 87. 202. 276. 279. 280. 294. 297. 305. 311. 318
— -ebene 373—379
— -punkt 82. 83
Schwungmaschine 77. 78
Schyrl, Erdfernrohr 353
Seebeck, Thermoelektrizität 262. 263
Segnersche Turbine 102
Sehwinkel 348. 349. 352 bis 354
Seitendruck 93. 94. 102
— -kraft 25
Sekundäre Leitung 263. 264. 268. 269. 292
Sekundenmeterkilogramm 43. 68. 256
Sekundenpendel 82
Selbsterregende Influenzmaschine 206. 207
— Wechselstrommaschine 287

Selbstinduktion 267. 268. 276
Selbstleuchter 314
Serienmaschine 288
— -schaltung 224. 225. 250. 251
Shackleton, magn. Südpol 179
Shunt 254
Sicherheitskoëffizient 15
Sicherheitsventil 50. 51. 92. 159
Sieden 149. 150. 154. 155
Siedepunkt, -temperatur 132. 149. 154. 155
Siemens-Einheit 247
Siemensscher Doppel T- und Trommelanker 283. 285. 286
— Tantallampe 258
Silbervoltameter 229
Six, Thermometrograph 133
Skalenaräometer 100. 101
Snell, Brechungsgesetz 332
Solenoid 235—237. 242. 243
Sonnenspektrum 364
Spannkraft des Dampfes 153—155. 157. 167
Spannung, elektr. 189—192. 196. 209—215. 223—225. 265. 266
Spannungsdifferenz 211. 219. 222. 252. 256
— -reihe, thermoelektrische 262
Spektralanalyse 357. 358
Spektralapparat, Spektroskop 364. 365
Spektrum 357—365. 370. 372
Spezifische Wärme 142. 143. 146. 148. 257
Spezifischer Leitungswiderstand 247. 248
Spezifisches Gewicht 11 bis 13. 98—101. 107. 136
Sphärische Aberration 330. 345
— Linsen 340—346. 347 bis 355. 362. 366
— Spiegel 326—330
Spiegelgalvanometer 239
Spiegelung 322—325. 326 bis 330. 334—336
Spiralfedern 16
Spitzenwirkung, elektrische 199. 200. 203. 204—208
Sprengelsche Quecksilberluftpumpe 106
Sprödigkeit 14. 15
Stabiles Gleichgewicht 38. 39
Standfestigkeit 38
Statisches Moment 29—34. 37. 49—58
Stechheber 116
Stehende Schwingung 278. 279. 301. 302. 307—310
Steinheil, Erdleitung 245
Stimmgabel 306. 308
Stofflichkeit der Naturkörper 1. 3. 6
Stöhrer, magnetelektr. Maschine 283
Stöpselrheostat 248. 249. 255
Stoß, Stoßkraft 61. 84. 85
Strahl 165. 271. 277. 294. 297. 298—302. 303. 304. 315. 322—325. 327—330. 332. 342. 360. 361. 367 bis 372. 375. 379. 381
Strahlungsgesetz von Wien und Stefan 361
Strom, galvanischer 218. 221—229
— -kreis 221. 249. 253
— -richtung 221. 233—236. 242. 264—267
— -schlüssel, -wender 221. 222. 283
— wärme 257
Südpol, magnetischer 173. 176. 179. 184. 236. 242
Symmer, dualistische Hypothese 192

Talbot, Photographie 366
Tangentenbussole 240. 241
Tarieren 57
Taste 221. 243. 244. 281
Tauchelement 224
Teilbarkeit 6. 7
Telegraph von Morse 244 bis 246
Telegraphie ohne Draht 270. 279—282
Telephon 280—282 291. 292
Temperatur 129—133. 138 bis 140. 149. 150
—, absolute 141. 148. 163
—, kritische 156. 157
Terrestrisches Fernrohr 353. 355
Terz 311
Teslaströme 278
Thales 172. 186
Thermoëlektrizität 262. 263
Thermometer 131—134. 139
Thermometrograph 133
Thomson (Lord Kelvin) 42. 147. 157. 202
Ton, -höhe, -stärke 305
— -intervalle 311
Tonzelle 223. 224
Töpler 121. 206
— -sche Quecksilberluftpumpe 121. 122
Torricellischer Versuch 107. 108
Torricellisches Gesetz 103. 104
— -sches Vakuum 108. 109. 110. 120. 121
Torsion 17. 18
Totale Dispersion eines Prismas 359
— Reflexion 334—336. 354. 355
Toter Punkt 161
Tragfähigkeit 15. 16
Trägheitsgesetz 61. 67. 75. 78
Trägheitsmoment 86. 87
Trägheitswiderstand 61. 67. 75. 386
Transformator 270. 278. 290
Transversale Wellenbewegung 295. 296. 298. 302. 307—309. 318. 319. 360. 370. 374
Transversalton 307
Trockenelement 224
Trommelanker 285. 286
Tubus 351—355
Turbine 102. 103
Turmalinzange 377. 378

Uhr 83. 84
Ultrarote, -violette Strahlen 359. 360
Umschalter 222
Undulationstheorie 318
Undurchdringlichkeit 3. 4. 6
Undurchsichtige Körper 314
Ungedämpfter Wechselstrom 269. 281. 282
Ungesättigte Dämpfe 152. 153. 157
Ungleichförmige Bewegung 61
Unitarische Hypothese 192
Unzusammendrückbarkeit einer Flüssigkeit 90. 91
Ursachen der Luftfeuchtigkeit 169
— und Wirkungen der Winde 169. 170

Vakuum, Torricellisches 108—110. 120. 121
Variationen, magnetische 178
Veränderlichkeit des Volumens 8. 130. 131
Verbrauchte Arbeit 41
Verbrennungsprozeß 145
Verbundmaschine 160. 161. 288
Verdampfung 149. 150. 152 bis 157
Verdichtung, Verdünnung 297. 302. 303. 312
Verdunsten 152
Verdunstungskälte 155 bis 157
Verflüssigung der Gase 156 bis 158
Vergrößerung 351—356
Vergrößerungsglas 350 bis 355
Vertikalkomponente des Erdmagnetismus 179
Verwandlung von Wärme in Arbeit 163
Verzweigter Stromkreis 249. 253—255
Volt, das 192. 212. 213. 219 220. 222—224. 232. 250. 252. 256. 259. 266. 290
Volta 112. 218. 219. 222
Voltameter 229. 230
Voltascher Versuch 218
Voltmeter 252. 254. 255
Volumen 4—6. 100
Volumenänderung durch Wärme 130. 131. 135 bis 139. 144
— -bestimmung 4—6. 100
Volumeter 100. 101

Wage 10. 55—58
Wagnerscher Hammer 242. 243. 268
Wägungsverfahren 57. 58
Wahrer Ausdehnungskoëffizient 136
Wälzende Reibung 23
Wärmeäquivalent, mechanisches 146. 163. 257
Wärmeerscheinungen der Atmosphäre 166—172
Wärmekapazität 142
— -leitung 164. 165
— -menge 142—147. 149. 150. 257
— -motoren 159—163
— -strahlung 165. 166. 360. 361
— -theorie, mechanische 145—148. 152. 155. 163. 165
— -wirkung des elektr. Funkens 208
— -wirkung des elektr. Stromes 256—260
— -zustand 129
Wasser, Ausdehnung desselben 137
— -luftpumpe, -trommelgebläse 105. 122
— -wage 95
— -wellen 295. 296
Watt, Dampfmaschine 159
Watt, das 43. 68. 256. 257
Weber, Wilhelm 234. 244. 266. 295
Wechselstrom 269. 270. 276 bis 282. 283. 285. 287 bis 292
— -maschine 287. 290
Wehnelt, elektrolyt. Unterbrecher 269
Weichheit 14
Weitsichtiges Auge 348
Wellenbewegung 216. 276 bis 282. 295—312. 313. 360. 368—372. 379
— elektrische 216. 270. 276 bis 282. 360
— -länge 279. 297. 301. 310. 318. 358. 360. 361. 369. 370. 371
Wellentheorie des Lichtes 318. 319. 360. 368. 374. 379
Wesentlicher Widerstand 249. 250
Wetterkarte 170. 171
Wheatstone, Relais 245. 246
— -sche Brücke 255
Widerstandseinheit 247. 248
Widerstandshöhe 105
Wilke, Influenz, Elektrophor 196—198
Wind u. Wetter 169—172
Windgeschwindigkeit 171
Windkessel 116
— -mühle 48
Winkelgeschwindigkeit 60
Wirkung des elektr. Funkens 207. 208
— des Stromes auf die Magnetnadel 221. 233. 238 bis 241
Wirkungsquantum 361. 382
Wolkenformen 170—172
Wurf, schiefer 71—73
—, lotrechter 66. 67. 73

Zeemaneffekt 380
Zeiß, Prismenfernrohre 354. 355
Zentesimalwage 58
Zentralbewegung 74—79
Zentralstrahl 327. 341. 345
Zentrifugal-, Zentripetalkraft 74—79
Zentrifugalpumpe 78
— -regulator 77. 160
Zeppelin, Luftschiff 124
Zerlegung einer Kraft in Komponenten 28
Zerstreuungslinse 340—346 348. 353. 362
— -vermögen eines Prismas 359
Zirkularpolarisation 378. 379
Zugfestigkeit 15. 16
Zugstraßen der Depressionen 171
Zusammengesetztes Mikroskop 350. 351. 353
Zusammengesetzte Stoffe 1
Zusammensetzung paralleler Kräfte 31—38
Zwangszustand im Magnetfeld 185
— im Dielektrikum 216
Zweiachsige Kristalle 376. 378
Zweiarmiger Hebel 50—58
Zyklon 170. 171